

1. $\sqrt{2,5} \approx 1,5811\dots$

Resposta: (B)

2. $\sqrt{3}; \pi$

Resposta: (D)

3. Por exemplo:

$$\frac{23}{10}$$

$$\sqrt{5} < \frac{23}{10} < 2,5$$

Resposta: Por exemplo: $\frac{23}{10}$

4. $-\sqrt{27}$ e π

Resposta: (A)

5. $-3,5$ dizima finita; $\frac{1}{7}$ e $2,(45)$ dizimas infinitas periódicas

$\sqrt{109}$ dizima infinita não periódica.

Resposta: $\sqrt{109}$

6. $\sqrt{1,6} \approx 1,26491\dots$

Resposta: (D)

7.

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$$

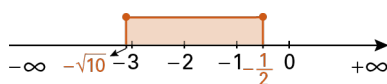
$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt{27} \approx 5,196\dots$$

Resposta: $\sqrt{27}$

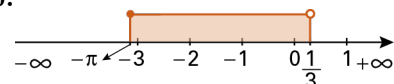
8. Por exemplo: $\sqrt{17}$

9.



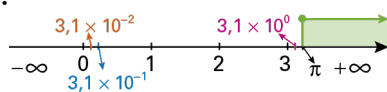
Resposta: (B)

10.



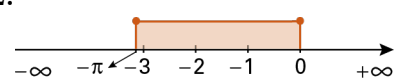
Resposta: $-3, -2, -1$ e 0 .

11.



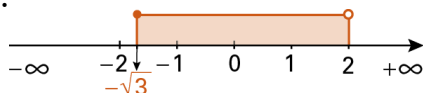
Resposta: (D)

12.



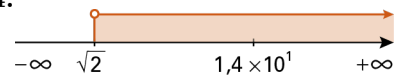
Resposta: (C)

13.



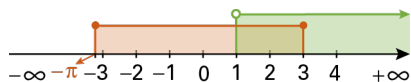
Resposta: $-1, 0$ e 1

14.



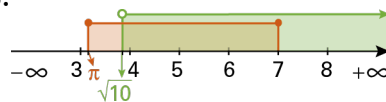
Resposta: (D)

15.



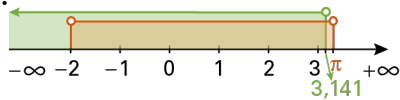
Resposta: (A)

16.

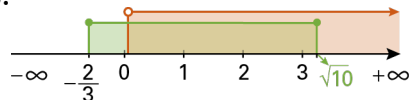
Resposta: $A =]\sqrt{10}, 7]$

Pág. 13

17.

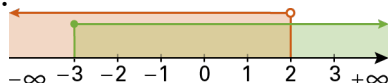
Resposta: $A =]-2; 3, 14[$

18.

 $I =]0, +\infty[$

Resposta: (A)

19.

 $A \cup B =]-\infty, +\infty[$

Resposta: (C)

20. $\{x \in \mathbb{R} : x > -1 \wedge x \leq 4\}$

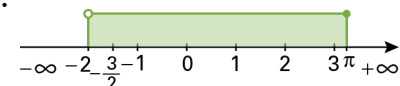
Resposta: (B)

21. $\sqrt{5} \approx 2,236\dots$ $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

Resposta: (B)

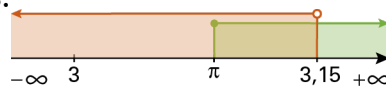
Pág. 14

22.

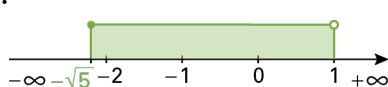


Resposta: (B)

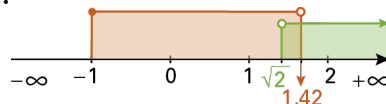
23.

Resposta: $B = [\pi ; 3, 15[$

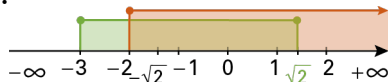
24.

Resposta: $A \cap Z = \{-2, -1, 0\}$

25.

Resposta: $B =]\sqrt{2}; 1,42[$

26.

 $P = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

Resposta: (A)

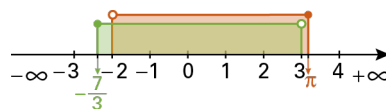
27.1. $-2, -1, 0, 1$ e 2 .

27.2.

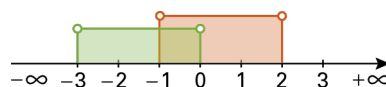
$$]-2, \pi] \cup \left[-\frac{7}{3}, 3\right] = \left[-\frac{7}{3}, \pi\right]$$

Resposta:

$$\left[-\frac{7}{3}, \pi\right]$$

28. $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : x > -3 \wedge x < 2\}$

Resposta: (D)



29.1.

$$\frac{x-3}{2} + 5 \geq 2x \Leftrightarrow x-3+10 \geq 4x \Leftrightarrow x-4x \geq -7 \Leftrightarrow -3x \geq -7 \Leftrightarrow 3x \leq 7 \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{3}$$

$$S = \left] -\infty, \frac{7}{3} \right]$$

29.2.

$$\frac{x}{\underset{(\times 6)}{1}} + \frac{1-2x}{\underset{(\times 2)}{3}} \leq \frac{x}{\underset{(\times 3)}{2}} \Leftrightarrow 6x+2-4x \leq 3x \Leftrightarrow 6x-4x-3x \leq -2 \Leftrightarrow -x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$S = [2, +\infty[$$

29.3.

$$\frac{x}{\underset{(\times 2)}{3}} + \frac{1-x}{\underset{(\times 3)}{2}} \geq \frac{x}{\underset{(\times 6)}{1}} \Leftrightarrow 2x+3-3x \geq 6x \Leftrightarrow 2x-3x-6x \geq -3 \Leftrightarrow -7x \geq -3 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{7}$$

$$S = \left] -\infty, \frac{3}{7} \right]$$

29.4.

$$\frac{x}{\underset{(\times 2)}{1}} + \frac{4-3x}{2} \leq \frac{-5}{\underset{(\times 2)}{1}} \Leftrightarrow 2x+4-3x \leq -10 \Leftrightarrow -x \leq -14 \Leftrightarrow x \geq 14$$

$$S = [14, +\infty[$$

29.5.

$$\frac{7(2-x)}{3} \geq 7 \Leftrightarrow \frac{14-7x}{3} \geq 7 \Leftrightarrow 14-7x \geq 21 \Leftrightarrow -7x \geq 7 \Leftrightarrow x \leq -1$$

$$S =]-\infty, -1]$$

29.6.

$$\frac{3(x-2)}{5} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{3x-6}{5} \leq 3 \Leftrightarrow 3x-6 \leq 15 \Leftrightarrow 3x \leq 21 \Leftrightarrow x \leq 7$$

$$S =]-\infty, 7]$$

29.7.

$$\frac{2(1-x)}{3} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{2-2x}{\underset{(\times 4)}{3}} \geq \frac{1}{\underset{(\times 3)}{4}} \Leftrightarrow 8-8x \geq 3 \Leftrightarrow -8x \geq -5 \Leftrightarrow 8x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{8}$$

$$S = \left] -\infty, \frac{5}{8} \right]$$

29.8.

$$\frac{12}{5}x-4 \geq \frac{5}{2}(x-3) \Leftrightarrow \frac{12}{\underset{(\times 2)}{5}}x - \frac{4}{\underset{(\times 10)}{1}} \geq \frac{5}{\underset{(\times 5)}{2}}x - \frac{15}{\underset{(\times 5)}{2}} \Leftrightarrow 24x-40 \geq 25x-75 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24x-25x \geq -75+40 \Leftrightarrow -x \geq -35 \Leftrightarrow x \leq 35$$

$$S =]-\infty, 35]$$

29.9.

$$\frac{1}{2}(x-1) \geq 4(1+x) - 3x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \geq 4 + 4x - 3x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - x \geq 4 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x - 2x \geq 8 + 1$$

$$\Leftrightarrow -x \geq 9 \Leftrightarrow x \leq -9$$

$$S =]-\infty, -9]$$

29.10.

$$x - \frac{1}{2}(x-6) \leq 5x + \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{(\times 6)} - \frac{x}{(\times 3)} + \frac{3}{(\times 6)} \leq \frac{5x}{(\times 6)} + \frac{10}{3(\times 2)} \Leftrightarrow 6x - 3x + 18 \leq 30x + 20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x - 3x - 30x \leq 20 - 18 \Leftrightarrow -27x \leq 2 \Leftrightarrow 27x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{27}$$

$$S = \left[-\frac{2}{27}, +\infty\right[$$

29.11.

$$1 + \frac{x+1}{2} \geq \frac{1}{3}(1-2x) \Leftrightarrow \frac{1}{(\times 6)} + \frac{x+1}{(\times 3)} \geq \frac{1}{3(\times 2)} - \frac{2x}{(\times 2)} \Leftrightarrow 6 + 3x + 3 \geq 2 - 4x \Leftrightarrow 3x + 4x \geq 2 - 6 - 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{7} \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$S = [-1, +\infty[$$

29.12.

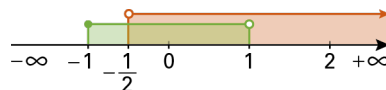
$$\frac{x}{10} + \frac{3x+1}{5} \geq \frac{x}{2} \Leftrightarrow x + 6x + 2 \geq 5x \Leftrightarrow x + 6x - 5x \geq -2 \Leftrightarrow 2x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{2} \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{7} \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$S = [-1, +\infty[$$

30.1.

$$A = [-1, 1[\cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$$



Resposta: (D)

30.2.

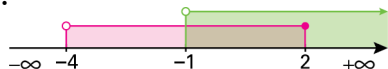
$$3 + \frac{1-x}{2} \leq 4 \Leftrightarrow 6 + 1 - x \leq 8 \Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$S = A = [-1, +\infty[$$

Resposta: Sim.

Pág. 16

31.



Resposta: A opção correta é (B).

32.



Resposta: A opção correta é (C).

$$33. -4 < -\sqrt{15} < -3$$

Resposta: O menor número inteiro pedido é -3 e o maior número inteiro pedido é 0 .

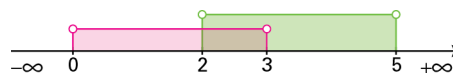
34.

$$-2x < 4 \Leftrightarrow 2x > -4 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{2} \Leftrightarrow x > -2$$

Resposta: A opção correta é (B).

35.

Resposta: A opção correta é (A).



36. Por exemplo, 3,141.

37. $-\pi \approx -3,14$

Resposta: O número inteiro pedido é -3 .

Pág. 17

1.1.

$$0 \leq \frac{21-5x}{8} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq 21-5x < 8 \Leftrightarrow -21 \leq -5x < 8-21 \Leftrightarrow \frac{21}{5} \geq x > \frac{13}{5}$$

$$x \in \left] \frac{13}{5}, \frac{21}{5} \right]$$

1.2.

$$x = \left(-\frac{5}{3} \right)^{-1} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{21-5 \times \left(-\frac{3}{5} \right)}{8} = \frac{21+3}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

2. Temos:

$$\text{m.d.c. } (80, 32) = \text{m.d.c. } (32, 48)$$

$$\text{m.d.c. } (48, 32) = \text{m.d.c. } (32, 16)$$

$$\text{m.d.c. } (32, 16) = \text{m.d.c. } (16, 16)$$

$$\text{m.d.c. } (16, 16) = 16$$

$$\text{Resposta: m.d.c. } (80, 32) = 16$$

3. $a^{-2} \times a^4 = a^{-2+4} = a^2$

Resposta: A opção correta é (C).

4.

$$\frac{1}{2r} \times 10^{-20} \times r \times 10^{30} = \frac{r}{2r} \times 10^{-20} \times 10^{30} = 0,5 \times 10^{10} = 5 \times 10^9$$

Resposta: A medida da área do retângulo é dada pela expressão 5×10^9 .

5.

$$\frac{(a^4)^3}{a^5} = \frac{a^{12}}{a^5} = a^7$$

Resposta: A opção correta é (B)

6. Se 1 e 2 são aproximações de x e y , respetivamente, com erro inferior a $r = \frac{1}{10}$ então a soma, $1 + 2 = 3$ é uma aproximação de $x + y$ com erro inferior a .

Logo

$$2 \times \frac{1}{10} = 0,2$$

$$\text{Logo } 3 - 0,2 < x + y < 3 + 0,2 \Leftrightarrow 2,8 < x + y < 3,2$$

7. $4,2 - 0,01 < y < 4,2 + 0,01 \Leftrightarrow 4,19 < y < 4,21$

$$3,1 - 0,01 < x < 3,1 + 0,01 \Leftrightarrow -3,11 < -x < -3,09$$

$$4,19 < y < 4,21$$

$$-3,11 < -x < -3,09$$

$$4,19 + (-3,11) < y + (-x) < 4,21 + (-3,09)$$

$$\text{Logo, } 1,08 < y - x < 1,12$$

$$8. 5 - 0,1 < x < 5 + 0,1 \Leftrightarrow 4,9 < x < 5,1$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$6 - 0,2 < y < 6 + 0,2 \Leftrightarrow 5,8 < y < 6,2$$

$$4,9 \times 5,8 < x \times y < 5,1 \times 6,2 \Leftrightarrow 28,42 < x \times y < 31,62$$

$$9. 2 - 0,2 < x < 2 + 0,2 \Leftrightarrow 1,8 < x < 2,2$$

$$-3 - 0,3 < y < -3 + 0,3 \Leftrightarrow -3,3 < y < -2,7 \Leftrightarrow 2,7 < -y < 3,3 \Leftrightarrow 1,8 \times 2,7 < x \times (-y) < 2,2 \times 3,3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -7,26 < xy < -4,86$$

$$-7,26 - (-6) < xy - (-6) < -4,86 - (-6) \Leftrightarrow -1,26 < xy - (-6) < 1,14$$

$$|-1,26| > |1,14|$$

O erro máximo que se comete é 1,26

$$10.1. 5 \times 10^2 = 500$$

$$22^2 < 5 \times 10^2 < 23^2$$

$$\left(\frac{22}{10}\right)^2 < 5 < \left(\frac{23}{10}\right)^2 \Leftrightarrow 2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

Por exemplo, $\sqrt{5} \approx 2,2$

$$10.2. 2 \times 100^2 = 20\,000$$

$$141^2 < 2 \times 100^2 < 142^2$$

$$(140^2 = 19\,600 ; 141^2 = 19\,881 ; 142^2 = 20\,164$$

$$\left(\frac{141}{100}\right)^2 < 2 < \left(\frac{142}{100}\right)^2 \Leftrightarrow 1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

Por exemplo, $\sqrt{2} \approx 1,41$

$$11.1. 3 \times 10^2 = 300$$

$$17^2 < 3 \times 10^2 < 18^2$$

$$\left(\frac{17}{10}\right)^2 < 3 < \left(\frac{18}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{17}{10} < \sqrt{3} < \frac{18}{10} \Leftrightarrow \frac{17}{10} < \sqrt{3} < \frac{9}{5}$$

$$11.2.$$

$$0,2 = \frac{1}{5}$$

$$3 \times 10^2 = 300$$

$$13^2 < 7 \times 5^2 < 14^2$$

$$\left(\frac{13}{5}\right)^2 < 7 < \left(\frac{14}{5}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{13}{5} < \sqrt{7} < \frac{14}{5}$$

Pág. 23

$$1. \text{ base} \times \text{altura} = 100 \text{ cm}^2$$

Resposta: A opção correta é a (A).

$$2.1. 3 \text{ pessoas} - 20 \text{ euros cada}$$

Total: 60 euros

Diminui para metade.

Resposta: A opção correta é a (C).

$$2.2. y - \text{valor em euros}$$

x - número de pessoas

$$y \times x = 60$$

$$7,50 \times x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{7,5} \Leftrightarrow x = 8$$

Resposta: Participaram 8 pessoas.

3. $c = 2,54p$.

Resposta: A opção correta é a (B).

Pág. 24

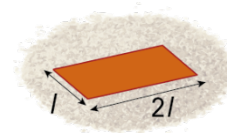
4.1. Constante de proporcionalidade inversa: $0,005 \times 4000 = 20$

Resposta: A constante é 20.

4.2. $A_{\text{retângulo}} = 0,05$

$$2l \times l = 0,05 \Leftrightarrow l^2 = 0,025 \Leftrightarrow l = \sqrt{0,0025} \Leftrightarrow l = 0,05$$

Resposta: A largura é 0,05 m.



5.1. $100\% - 20\% = 80\%$

80% de 300 são $0,8 \times 300 = 240$

Resposta: Devem ser impressos 240 bilhetes.

5.2. Uma vez que o número de bilhetes a imprimir é 80% do número máximo de pessoas que cabem no recinto fechado a resposta é $n \times 0,8$.

Resposta: A opção correta é a (D).

Pág. 25

6. $y \times x = 1 \times 40 = 40$, porque é um gráfico de uma função de proporcionalidade inversa: $y = \frac{40}{x}$

Resposta: A opção correta é a (A).

7.1. $p = 1,5$ $n = ?$

$$n = \frac{180}{1,5} = 120$$

Resposta: 120 rifas.

7.2. Constante: $n \times p = 180$

Resposta: A constante é 180.

7.3.

$$n \times p = 180 \Leftrightarrow p = \frac{180}{n}$$

Resposta: A opção correta é a (D).

8.1. Total do aluguer: $4 \times 400 = 1600$

5 amigas cada uma pagará $\frac{1600}{5} = 320$ euros.

Resposta: 320 euros.

8.2.

$$p = \frac{1600}{n}$$

Resposta: A opção correta é a (A).

Pág. 26

9.1. O automóvel circula à velocidade de 200 km/h.

9.2.

$$d = \frac{30}{100}v \Leftrightarrow d = \frac{3}{10}v$$

Resposta: A opção correta é a (D).

10. Como $100 \times 40 = 4000$

$$75 \times 70 = 5250$$

Então a velocidade de condução não é inversamente proporcional ao ângulo de visão porque, se fosse, o produto de valores correspondentes das variáveis tinha de ser constante.

11.1. $n \times p = 3,6$, representa o a massa do bolo.

11.2.

$$n \times p = 3,6 \text{ ou } n = \frac{3,6}{p} \text{ ou } p = \frac{3,6}{n}$$

Pág. 27

12.

$$\begin{array}{ccc} 6\% & \text{---} & 15 \\ 100\% & \text{---} & x \end{array}$$

$$x = \frac{100 \times 15}{6} = 250$$

Resposta: (C)

13. Como se trata do gráfico de uma proporcionalidade inversa, a respetiva constante é: $k = 8 \times 4 = 32$.

Logo, a ordenada do ponto de abcissa 2 é $32 : 2 = 16$

Resposta: 16

14.

$$75 \times a = 100 \times 1,5 \Leftrightarrow a = \frac{150}{75} \Leftrightarrow a = 2$$

Resposta: $a = 2$

15. $y = x + 2$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3$$

$$y = \frac{3}{x}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3$$

Resposta: (A)

Pág. 28

16.1.

$$5 \times 12 = a \times 8 \Leftrightarrow a = \frac{60}{8} \Leftrightarrow a = 7,5$$

Resposta: $a = 7,5$

16.2. Os gráficos (C) e (D) não representam funções de proporcionalidade inversa. A constante de proporcionalidade da função representada no gráfico (B) não é 60.

Resposta: A opção correta é a (A).

17.1. $L = 75 - 5 = 66$. Faltam 66 litros de gasolina para encher o depósito.

$$66 = 33t \Leftrightarrow t = \frac{66}{33} \Leftrightarrow t = 2 \text{ minutos}$$

Resposta: Demora 2 minutos.

17.2. A constante de proporcionalidade direta indica que em cada minuto, o Daniel introduz no depósito 33 litros de gasolina.

18.1.

$$f(50) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}; \quad f(20) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Resposta: A opção correta é (D)

18.2. A função g é uma função linear definida pela expressão $g(x) = ax$.

$$g(5) = f(5) = \frac{10}{5} = 2$$

Como $P(5, 2)$, $a = \frac{2}{5}$

Resposta: A função g é definida pela expressão $g(x) = \frac{2}{5}x$.

18.3. A abscissa e a ordenada do ponto B são iguais. $B(x, x)$

Logo, $f(x) = x \Leftrightarrow \frac{10}{x} = x \Leftrightarrow x^2 = 10$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{10}$

Resposta: O lado do quadrado mede $\sqrt{10}$.

19. Se consideramos a sequência definida pelos extremos inferiores do intervalo e a sequência definida pelos extremos superiores do intervalo, ficamos com:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & 28 & 36 \\ +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & +8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 2 & 5 & 9 & 14 & 20 & 27 & 35 & 44 \\ +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & +8 & +9 & \end{array}$$

Resposta: O oitavo termo da sequência é $[36, 44]$.

20. Como x e y são grandezas inversamente proporcionais, $x \times y = k$ e $k = 15 \times 20 = 300$

Logo,

$$a = \frac{300}{12} = 25$$

Resposta: O valor de a é 25.

21. Se o 5.º termo da sequência é 14, o 1.º termo é $14 - 4 \times 3 = 2$.

$$8 - 2 = 6; \quad 80 - 2 = 78; \quad 88 - 2 = 86; \quad 800 - 2 = 798$$

Como $80 - 2$ não é múltiplo de 3, então 88 não é termo da sequência.

Resposta: A opção correta é (C)

22.1. $f(2) = 4$

22.2.

$$f(x) = \frac{k}{x} \text{ e } k = 2 \times 4 = 8$$

Logo,

$$f(x) = \frac{8}{x}$$

$$f(5) = \frac{8}{5}, \text{ pelo que } C\left(5, \frac{8}{5}\right)$$

O perímetro do retângulo $[OBCD]$ é

$$P = 2 \times 5 + 2 \times \frac{8}{5} = 10 + \frac{16}{5} = \frac{66}{5} = \frac{132}{10} = 13,2$$

Resposta: O perímetro do retângulo $[OBCD]$ é 13,2.

23. Como $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ e $k \neq 1$), os valores x e y são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é k .

Resposta: A opção correta é **(D)**

Pág. 31

24.1. A abscissa de A , E e D é 1 e os pontos C e D têm a mesma ordenada.

$$g(1) = 3 \times 1^2 = 3$$

Assim, $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, 3)$, $D(1, 3)$ e $E(1, 1)$.

$$A = \frac{\overline{BC} + \overline{AE}}{2} \times \overrightarrow{AB} = \frac{3+1}{2} \times 2 = 4$$

Resposta: A medida de área do trapézio $[ABCE]$ é 4.

24.2. Resposta: A opção correta é **(D)**.

25.1. Resposta: Os pontos A e B ou C e D

25.2. $\overline{AB} = 2$; $\overline{CD} = 4$

$$g(2) = 2 \times 2^2 = 8$$

$$f(4) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$\overline{AD} = g(2) - f(4) = 8 - 2 = 6$$

$$A = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \times \overline{AD} = \frac{2+4}{2} \times 6 = 18$$

Resposta: A medida da área do trapézio é 18.

Pág. 32

1.1. O valor 2100 corresponde ao preço do computador quando foi adquirido.

1.2. $t = 2$; $V = -300 \times 2 + 2100 = -600 + 2100 = 1500$

Valor inicial - 1500 = 600

Resposta: O computador desvalorizou 600.

1.3.

$$V = -300t + 2100 \Leftrightarrow 300t = 2100 - V \Leftrightarrow t = \frac{2100 - V}{300}$$

$$\text{Se } v = 0, \text{ temos } t = \frac{2100 - 0}{300} \Leftrightarrow t = 7$$

Resposta: Ao fim de 7 anos o computador não tem qualquer valor.

2.1. $5n + 10$

2.2.

$$\frac{1}{n+1}$$

2.3.

$$\frac{4n-1}{2n+5}$$

2.4. $(-1)^{n+1} \times n^2$

3. Sendo x o número de quilómetros percorridos pelo médico, vem:

$$10 + 0,4x = 18 \Leftrightarrow 0,4x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{0,4} \Leftrightarrow x = 20$$

Resposta: O médico percorreu 20 km na deslocação.

4. A sequência numérica correspondente ao número de quadrado da sequência de figuras é: 1, 4, 9, 16, ...

Como os termos da sequência numérica são quadrados perfeitos e 200 não é um quadrado perfeito, não há qualquer termo na sequência de figuras com 200 quadrados.

5.1. A afirmação significa, por exemplo, que a luz percorre 0,6 milhões de quilómetros em 2 segundo.

5.2. $d = 0,3t$; $d = 150$

$$150 = 0,3t \Leftrightarrow t = \frac{150}{0,3} \Leftrightarrow t = 500$$

$$500 \text{ s} = 8 \times 60 \text{ s} + 20 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}$$

Resposta: A luz emitida pelo Sol demora 8 minutos e 20 segundos a chegar à Terra.

6.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = \frac{2}{x} \wedge x > 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \wedge x > 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

O ponto de interseção dos dois gráficos tem coordenadas $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

Resposta: (B)

Pág. 33

7.1. Por exemplo:

Gráfico A: $(0, -2)$ não pertence ao gráfico de f .

$$f(0) = 2 \times 0 + 2 = 2 \neq -2$$

Gráfico B: O declive da função f é positivo, logo a inclinação está errada!

Ou, $(1, 0)$ não pertence ao gráfico de f .

$$f(1) = 2 \times 1 + 2 = 4 \neq 0$$

7.2. Solução: $(1, 0)$. Porque tem o ponto em comum representado no gráfico.

8.1.

1ª fig.	2ª fig.	3ª fig.	4ª fig.	5ª fig.	6ª fig.	7ª fig.
1	2	4	8	16	32	64

Resposta: A sétima figura terá 64 regiões.

8.2. (A) $n^2 - n$

$$\text{Se } n = 1 \rightarrow 1^2 - 1 = 0$$

(B) $n^2 - n$

$$\text{Se } n = 1 \rightarrow 1^2 = 1$$

$$\text{Se } n = 2 \rightarrow 2^2 = 4$$

(C) $2n$

$$\text{Se } n = 1 \rightarrow 2 \times 1 = 2$$

(D) 2^{n-1}

$$\text{Se } n = 1 \rightarrow 2^{1-1} = 2^0 = 1$$

$$\text{Se } n = 2 \rightarrow 2^{2-1} = 2^1 = 2$$

$$\text{Se } n = 3 \rightarrow 2^{3-1} = 2^2 = 4$$

...

$$\text{Se } n = 7 \rightarrow 2^{7-1} = 2^6 = 64$$

Resposta: (D)

9. (B) e (D) não traduz a situação porque, inicialmente, o recipiente não estava vazio.

(A) não traduz a situação porque o recipiente está a encher e não a esvaziar.

Resposta: (C)

10.

$$a = \frac{2}{b}$$

Resposta: (C)

Pág. 39

1.1. $(x-2)^2 + 6x = x^2 - 4x + 4 + 6x = x^2 + 2x + 4$

Resposta: A opção correta é (A).

1.2. $(x-3)^2 + 8x = x^2 - 6x + 9 + 8x = x^2 + 2x + 9$

Resposta: A opção correta é (C).

1.3. $(x-1)^2 - x^2 = x^2 - 2x + 1 - x^2 = -2x + 1$

Resposta: A opção correta é (D).

2.

$$3(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

Resposta: (C)

3.1.

$$x^2 = 2(4-x) \Leftrightarrow x^2 = 8 - 2xx^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2+6}{2} \vee x = \frac{-2-6}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -4$$

$$S = \{-4, 2\}$$

3.2.

$$\frac{x^2-1}{3} = 1-x \Leftrightarrow x^2-1 = 3-3x \Leftrightarrow x^2+3x-4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 1 \times (-4)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3+5}{2} \vee x = \frac{-3-5}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -4$$

$$S = \{-4, 1\}$$

3.3.

$$x + (x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow x + x^2 - 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1-3}{2} \vee x = \frac{1+3}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$$S = \{-1, 2\}$$

3.4.

$$2(x^2-5) = 8x \Leftrightarrow 2x^2 - 8x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 5$$

$$S = \{-1, 5\}$$

3.5.

$$2(x^2 - 1) = 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3-5}{4} \vee x = \frac{3+5}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 2$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}, 2 \right\}$$

3.6.

$$\frac{16x + 20}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow 16x + 20 = 4x^2 \Leftrightarrow -4x^2 + 16x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4-6}{2} \vee x = \frac{4+6}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 5$$

$$S = \{-1, 5\}$$

3.7.

$$4(x^2 + x) = 1 - x^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x = 1 - x^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-4-6}{10} \vee x = \frac{-4+6}{10} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{5}$$

$$S = \left\{ -1, \frac{1}{5} \right\}$$

3.8.

$$6x^2 + 2x = 5 + x \Leftrightarrow 6x^2 + 2x - x - 5 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 6 \times (-5)}}{2 \times 6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-1-11}{12} \vee x = \frac{-1+11}{12} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{5}{6}$$

$$S = \left\{ -1, \frac{5}{6} \right\}$$

3.9.

$$x(x - 3) + 2x = 6 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2x = 6 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1-5}{2} \vee x = \frac{1+5}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

$$S = \{-2, 3\}$$

3.10.

$$x(x - 2) + 3(x - 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \vee x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3$$

$$S = \{-3, 2\}$$

3.11.

$$2x^2 + 3x = 3(1 - x) + 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x = 3 - 3x + 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{2} \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 1$$

$$S = \{-4, 1\}$$

3.12.

$$2x(x + 1) - (1 - x) = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 1 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$$

4. $(\overline{AB} \times \overline{CD}) + (\overline{AD} \times \overline{BC}) = \overline{AC} \times \overline{DB} \Leftrightarrow 12 \times 9 + x \times x = \sqrt{150} \times \sqrt{150}$

$$x^2 = 150 - 108 \Leftrightarrow x^2 = 42 \Rightarrow x = \sqrt{42}$$

Resposta: $\overline{AD} = \sqrt{42}$

Pág. 40

5. $(x - a)^2 + 2ax = x^2 - 2ax + a^2 + 2ax = x^2 + a^2$

Resposta: A opção correta é (D)

6. $\overline{OB} = a - 3$

$$A(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$$

Resposta: A opção correta é (B)

7.1.

$$x = 4x^2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = 8x^2 - 1 \Leftrightarrow -8x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-8) \times 1}}{2 \times (-8)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{-16} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{-16} \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-16} \vee x = \frac{4}{-16} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{4}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right\}$$

7.2.

$$(x + 2)^2 = 3x^2 + 2x \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 2x \Leftrightarrow \frac{5}{10} \neq \frac{6}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{-4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{-4} \vee x = \frac{4}{-4} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1$$

$$S = \{-1, 2\}$$

8. $(x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$

Resposta: A opção correta é (D)

9. A área do quadrado $[ABCD]$ é dada por a^2 e a área do quadrado $[EFGH]$ é dada por b^2 .

A área da região a sombreado é dada por: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Resposta: A opção correta é (C)

Pág. 41

1. $f(x) = x^2 - 2mx + 5m$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-2m)^2 - 4 \times 1 \times 5m = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 20m = 0 \Leftrightarrow m(4m - 20) = 0$$

$$\begin{cases} x + y = 2,25 \\ x = y + 0,55 \end{cases}$$

$$m = 0 \vee 4m - 20 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 5$$

Resposta: $m \in \{0, 5\}$

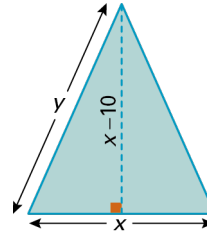
2. $P = 36 \text{ cm}$

$$x + y + y = 36$$

$$2y = 36 - x$$

$$y = 18 - \frac{x}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{16 \times (16 - 10)}{2} = \frac{16 \times 6}{2} = 48 \text{ cm}^2$$



Cálculo auxiliar

$$\left(18 - \frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + (x - 10)^2 \Leftrightarrow 324 - 18x + \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{4} + x^2 - 20x + 100$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 18x + 20x + 324 - 100 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 224 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times 224}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{900}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 30}{-2} \Leftrightarrow x = -14 \vee x = 16 \Leftrightarrow x = 16, x > 0$$

Resposta: A área do triângulo é 48 cm^2 .

3. $A_{\text{colorida}} = A_{\text{retângulo}} - A_{\text{quadrado}} \Leftrightarrow 76 = (3x - 2) \times (2x - 6) - x^2 \Leftrightarrow 76 = 6x^2 - 18x - 4x + 12 - x^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 22x^2 + 64 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \times (-5) \times 64}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow x = \frac{-22 \pm \sqrt{1764}}{-10}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-22 \pm 42}{-10} \Leftrightarrow x = 6,4 \vee x = -2, x > 0$$

Comprimento: $3 \times 6,4 - 2 = 19,2 - 2 = 17,2 \text{ cm}$

Largura: $2 \times 6,4 - 6 = 12,8 - 6 = 6,8 \text{ cm}$

Resposta: Comprimento: $17,2 \text{ cm}$; largura: $6,8 \text{ cm}$.

4.1. $h(0) = -5 \times 0^2 + 20 \times 0 + 25 = 25$

No instante em que o Gaspar ficou sem o boné este encontrava-se a 25 metros do chão.

4.2. $h(t) = 25$

$$-5t^2 + 20t + 25 = 25 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t = 0 \Leftrightarrow t(-5t + 20) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee -5t + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee t = 4$$

$$S = \{0, 4\}$$

Resposta: $S = \{0, 4\}$. O boné encontrava-se a 25 m do chão nos instantes $t = 0 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$.

4.3. $h(t) = 0$

$$-5t^2 + 20t + 25 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow t = 5 \vee t = -1$$

Resposta: Decorreram 5 segundos.

5. Pelo Teorema de Pitágoras:

$$(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + x^2 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times 3}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2+4}{-2} \vee x = \frac{-2-4}{-2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

Resposta: $x = 3$ cm

6.1.

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 10 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow x + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2} \vee x + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} \vee x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{10}{2} \vee x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 2$$

$$S = \{-5, 2\}$$

6.2.

$$4x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow 4 \left[x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] - 3 = 0 \Leftrightarrow 4 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 4 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right) - 1 = 3 \Leftrightarrow 4 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 = 4 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 = 1 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = -1 \vee x + \frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

7.1.

	Ida	Volta
Velocidade	$x + 8$	x
Tempo	y	$6 - y$
Distância	60	60

$$\begin{cases} (x+8) \times y = 60 \\ x(6-y) = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{60}{(x+8)} \\ x \left(6 - \frac{60}{x+8} \right) = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - - - - - \\ 6x - \frac{60x}{x+8} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - - - - - \\ 6x^2 + 48x - 60x = 60x + 480 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - - - - - \\ 6x^2 - 72x - 480 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{60}{16,8+8} \\ x = 16,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2,4 \\ x = 16,8 \end{cases}$$

Distância = velocidade $\times$ tempo

Cálculo auxiliar

$$6x^2 - 72x - 480 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 80 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 1 \times (-80)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{464}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 16,8 \vee x = -2,4$$

Velocidade à ida: $x + 8 = 16,8 + 8 = 24,8$ km/h

Resposta: 24,8 km/h.

7.2. Velocidade à vinda: $x = 16,8$ km/h

Resposta: 16,8 km/h.

8.

$$\begin{cases} 2x = y \\ 2(x + y) = 3 \end{cases}$$

(A) (1, 2)

$$\begin{cases} 2 \times 1 = 2 \\ 2(1 + 2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \\ 6 \neq 3 \end{cases}$$

(B)

$$\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{cases} 2 \times 1 = \frac{1}{2} \\ 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \neq \frac{1}{2} \\ 3 = 3 \end{cases}$$

(C)

$$\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$\begin{cases} 2 \times \frac{1}{2} = 1 \\ 2\left(\frac{1}{2} + 1\right) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ 3 = 3 \end{cases}$$

(D)

$$\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\begin{cases} 2 \times \frac{1}{2} = 2 \\ 2\left(\frac{1}{2} + 2\right) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ 5 \neq 3 \end{cases}$$

Resposta: A opção correta é a (C).

9.1.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ 2y = \frac{x+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ 6y - x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ 5y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y + 2y = 6 \\ x = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y = 6 \\ x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{12} \\ x = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 5 \times \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$S = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$$

9.2.

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 4 = 3(x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ 4 = 3x + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ 4 = 3x + 9x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ 12x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \times \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S = \left\{\left(\frac{1}{3}, 1\right)\right\}$$

9.3.

$$\begin{cases} y = 3x \\ \frac{x}{2} + y = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ \frac{x}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ 2x + 12x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{14} \\ x = \frac{1}{14} \end{cases}$$

$$S = \left\{\left(\frac{1}{14}, \frac{3}{14}\right)\right\}$$

9.4.

$$\begin{cases} 2\left(\frac{x}{2} - y\right) = 1 \\ = \frac{y}{3} - \frac{1-x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ = 2y - 3 + 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ 0 = 2y - 3 + 3(2y + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ 0 = 2y - 3 + 6y + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \times 0 + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$S = \{(1, 0)\}$$

9.5.

$$\begin{cases} 1 - \frac{x+y}{3} = 0 \\ x + \frac{3y}{2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x - y = 0 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = y - 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3 \\ 2(-y + 3) + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3 \\ -2y + 6 + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 3 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$S = \{(1, 2)\}$$

9.6.

$$\begin{cases} 1 - 2(x - 3) = \frac{1}{3}y \\ 1 - \frac{x-y}{2} = \frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x + 6 = \frac{1}{3}y \\ 2 - x + 1 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 2x = \frac{1}{3}y \\ 3 - x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21 - 6x = y \\ 3 - x = y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21 - 6x = 3 - x \\ 3 - x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x = -18 \\ 3 - x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{5} \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{5} \\ y = 3 - \frac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{18}{5}, -\frac{3}{5} \right) \right\}$$

10. 5,50 euros – moedas de 20 cêntimos e 50 cêntimos
 Total de 17 moedas
 x – n.º de moedas de 20 cêntimos / y – n.º de moedas de 50 cêntimos

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 0,2x + 0,5y = 5,5 \end{cases}$$

Resposta: (B)

11. Total 325 euros
 a – n.º de bilhetes de adulto
 c – n.º de bilhetes de criança
 $a = 3 \times c$
 Preço do bilhete
 Adulto: 2 euros / Criança: 50 cêntimos
 $\overline{DO} = ?$
Resposta: (C)

Pág. 43

12.1. Preço do bilhete:
 Até 10 anos (inclusive): 10
 Mais de 10 anos: 15
 20 crianças / 20 bilhetes custaram 235
 x – n.º de crianças com mais de 10 anos
 y – n.º de crianças com menos de 10 anos (inclusive)

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 15x + 10y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ 15(20 - y) + 10y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ 300 - 15y + 10y = 235 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ -5y = -65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - 13 = 7 \\ y = 13 \end{cases}$$

Resposta: 7 crianças tinham mais de 10 anos de idade.

12.2. Não, porque, por exemplo:

Idade (anos)	Preço (euros)
5	10
6	10
7	10

Por exemplo:

$$\frac{5}{10} \neq \frac{6}{10}$$

13. A relação entre o número de sanduiches e o número de sumos é:

N.º de sanduiches = n.º sumos + 3

Preço:

Sanduiche: 0,80

Sumo: 0,30

Total do gasto: 4,60

x – n.º sanduiches

y – n.º de sumos

13.1.

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ 0,80x + 0,30y = 4,60 \end{cases}$$

13.2.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = y + 3 \\ 0,8x + 0,3y = 4,6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 0,8(y + 3) + 0,3y = 4,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 0,8y + 2,4 + 0,3y = 4,6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 1,1y = 2,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 3 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Resposta: A Ana comprou cinco sanduiches e dois sumos.

14.1. x – custo do sumo natural

y – custo da torrada

$$\begin{cases} x + y = 2,25 \\ x = y + 0,55 \end{cases}$$

14.2.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 2,25 \\ x = y + 0,55 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y + 0,55 + y = 2,25 \\ x = y + 0,55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 1,7 \\ x = y + 0,55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,85 \\ x = y + 0,55 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,85 \\ x = 0,85 + 0,55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,85 \\ x = 1,4 \end{cases} \end{aligned}$$

Resposta: O sumo custa 1,40 e a torrada custa 0,85 .

15. x – n.º amigos ; y – custo total

15.1.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 14x + 4 = y \\ 16x = y + 6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 14x + 4 \\ 16x = 14x + 4 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14x + 4 \\ 2x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14 \times 5 + 4 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 74 \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Resposta: O grupo tinha 5 amigos.

15.2. Quantia total: 74 ; $74 : 5 = 14,80$

Resposta: Cada amigo deve pagar 14,80 euros.

1.1. Por exemplo, a reta IJ .

1.2. Por exemplo, o plano FKG .

2.1. Por exemplo, os planos IJK e GHL

2. $V_{\text{paralelepípedo}} = 20 \times 10 \times 2 = 400$

$$V_{\text{prisma } [EILFJK]} =$$

$$V_{\text{piscina}} = 400 - 70 = 330$$

$$330 \text{ m}^3 = 330 \times 1000 \text{ L} = 330\,000 \text{ L}$$

Resposta: Para encher totalmente a piscina são necessários 330 000 L de água.

3.1. Resposta: A opção correta é (B)

3.2.

$$\overline{BC} = \sqrt{120^2 + 160^2} = \sqrt{40000} = 200$$

$$A = 200 \times 180 = 36000$$

Resposta: A medida da área do retângulo $[BEFC]$ é $36\,000 \text{ cm}^2 = 3,6 \text{ m}^2$.

Pág. 50

1.1. O sólido é uma pirâmide quadrangular regular.

1.2. a) A reta CD é paralela ao plano AEB ,

b) As retas CH e AF são concorrentes

1.3. a) Como a pirâmide $[ABCD F]$ é quadrangular regular, o ponto O é projeção ortogonal do vértice F no plano da base da pirâmide.

Logo, $\overline{OF}$ é a distância do vértice ao plano da base da pirâmide pelo que $[OF]$ é a altura da pirâmide.

b) A distância de um ponto a um plano é a menor distância entre esse ponto e qualquer ponto do plano.

Logo $\overline{OF} < \overline{FB}$.

2.1. **Hipótese:** A reta t intersecta uma de duas retas paralelas r e s e com elas é coplanar.

Tese: A reta t intersecta a outra.

2.2. **Hipótese:** Duas retas r e s são paralelas e secantes com a reta t .

Tese: Os ângulos correspondentes determinados em r e s por t são iguais.

2.3. **Hipótese:** Num plano as retas r e s são paralelas e t e s são paralelas.

Tese: As retas r e t são paralelas.

3.1. **Condição necessária:** Para que um número natural termine em zero é condição necessária que seja múltiplo de 5.

Condição suficiente: Para que um número natural seja múltiplo de 5 é condição suficiente que termine em zero.

A implicação recíproca é falsa.

3.2. **Condição necessária:** Para que um quadrilátero seja um quadrado é condição necessária que seja um losango.

Condição suficiente: Para que um quadrilátero seja um losango é condição suficiente que seja um quadrado. A implicação recíproca é falsa.

3.3. **Condição necessária:** Ter as diagonais iguais é condição necessária para que um quadrilátero seja um quadrado.

Condição suficiente: Ser um quadrado é condição suficiente para que um quadrilátero tenha as diagonais iguais.

A implicação recíproca é falsa.

3.4. **Condição necessária:** Para que a e b sejam números primos é condição necessária que

$$\text{m.m.c. } (a, b) = a \times b.$$

Condição suficiente: Para que $\text{m.m.c. } (a, b) = a \times b$ é condição suficiente que a e b sejam números primos.

A implicação recíproca é falsa.

3.5. Condição necessária: É condição necessária para que dois triângulos tenham dois ângulos iguais que sejam semelhantes.

Condição suficiente: Para que dois triângulos sejam semelhantes é condição suficiente que tenham dois ângulos iguais.

A implicação recíproca é verdadeira.

4.1.

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{prisma}} - V_{\text{pirâmide}} = \left(27 - \frac{1}{3} \times 27\right) \text{ cm}^3 = (27 - 9) \text{ cm}^3 = 18 \text{ cm}^3$$

4.2. a) É o ponto A

b) É o ponto B

c) É o ponto O

Pág. 51

5.1. Resposta: (C)

5.2. Resposta: (B)

5.3.

$$V_{\text{barraca}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{pirâmide}} = 1,2 \times 1,2 \times 1,7 + \frac{1}{3} \times 1,2 \times 1,2 \times 0,8 = 2,448 + 0,384 = 2,832 \text{ m}^3$$

Cálculo auxiliar:

$$\overline{IK}^2 = 1^2 - 0,6^2; \overline{IK}^2 = 0,64; \overline{IK} = 0,8 \text{ m}$$

Resposta: O volume da barraca é $2,832 \text{ m}^3$.

6.1. Concorrente oblíqua.

Resposta: (B)

6.2.

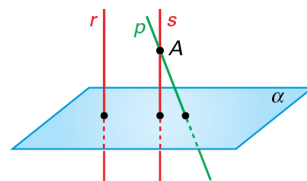
$$V = V_{\text{prisma}} + V_{\text{pirâmide}} = 13 \times 13 \times 19 + \frac{13 \times 13}{3} \times 6 = 3549 \text{ cm}^3$$

Resposta: O volume do sólido é 3549 cm^3 .

7.1 Sejam r e s duas retas perpendiculares ao plano α .

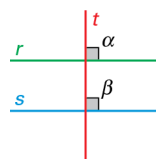
Se as retas r e s não fossem paralelas, por um ponto A da reta s era possível fazer passar uma reta t paralela a r . A reta t , por ser paralela a r , seria perpendicular ao plano α .

Mas então, pelo ponto A passariam duas retas distintas perpendiculares ao mesmo plano, o que é impossível. Logo, se r e s são duas retas perpendiculares ao plano α então as retas r e s são paralelas



7.2. Sejam r e s duas retas do mesmo plano perpendiculares a uma reta t .

Então os ângulos correspondentes α β determinados pela reta t nas retas r e s são iguais por serem ambos retos. Logo, as retas r e s são paralelas.



7.3. Duas retas perpendiculares a um mesmo plano são paralelas (7.1.). Logo são coplanares.

1. $V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} ; A_{\text{base}} = \pi r^2$

$$V_{\text{três esferas}} = 3 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^3$$

$$\text{altura} = 6r$$

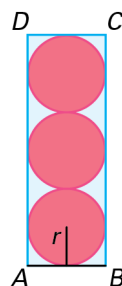
$$V_{\text{não ocupado}} = 6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Metade do volume das três esferas:

$$\frac{4\pi r^3}{2} = 2\pi r^3$$



Conclusão: o volume da caixa que não é ocupado é igual a metade do volume das três esferas.

2.

$$\text{Volume Cone Maior} = \frac{\pi \times 1,8^2 \times 6}{3} \approx 20,36$$

$$\text{Volume Cone Menor} = \frac{\pi \times 0,6^2 \times 2}{3} \approx 0,75$$

O volume do sólido sombreado (tronco de cone) corresponde à diferença entre o volume dos dois cones:
 $20,36 - 0,75 = 19,61$

Resposta: O volume da parte sombreada é 20 m³.

3.1. Por exemplo, a reta AE .

3.2. a = medida da aresta do cubo; a^3 = medida do volume do cubo

$$\frac{1}{3}a^3 = \text{medida do volume da pirâmide}$$

$$\frac{1}{3}a^3 = 9 \Leftrightarrow a^3 = 27 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow a = 3$$

Resposta: A aresta do cubo teria 3 cm de comprimentos.

4.1. Resposta: A opção correta é (B).

4.2.

$$V_{\text{pirâmide } [ABCDI]} = \frac{1}{3} \times 12^2 \times 20 = 960 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{pirâmide } [EHFGI]} = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 5 = 15 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{tronco}} = 960 - 15 = 945 \text{ cm}^3$$

Resposta: A medida do volume do tronco da pirâmide é 945 cm³.

5.1. A reta AI é secante e oblíqua ao plano EFG .

5.2.

$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{pirâmide maior}} + V_{\text{pirâmide menor}} = \frac{1}{3} \times 48 \times 40 \times 80 + \frac{1}{3} \times 30 \times 25 \times (80 - 30) =$$

$$= 51\,200 - 12\,500 = 38\,700$$

$$V = 38\,700 \text{ cm}^3.$$

6. $V_{\text{total}} = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}}$

$$34 = 12 \times h + \frac{1}{3} \times 12 \times h \Leftrightarrow 34 = 12h + 4h \Leftrightarrow$$

$$h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2,125$$

Resposta: A altura do cilindro é 2,125 m.

7. $V_{\text{total}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{cone}}$

$$57 = 4 \times 4 \times \text{altura} + \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 \times 3 \Leftrightarrow 57 = 16 \times \text{altura} + 8\pi \Leftrightarrow 57 - 8\pi = 16 \times \text{altura} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{altura} = \frac{57 - 8\pi}{16}$$

Altura ≈ 2 m

Resposta: A altura do prisma é aproximadamente igual a 2 metros.

1.1.

$$V = V_{\text{paralelepípedo}} + V_{\text{prisma triangular}} = \left(15 \times 6 \times 15 + \frac{16 \times 6}{2} \times 15 \right) \text{ cm}^3 = 2025 \text{ cm}^3$$

1.2. Resposta: (C)

2.1.

$$V = A_{\text{base}} \times \text{altura} = 6 \times A_{\text{triângulo } [BCO]} \times \overline{BH} = 6 \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} \times 1,5 = 9\sqrt{3} = 15,6$$

Resposta: A capacidade da piscina é de 15,6 m³.

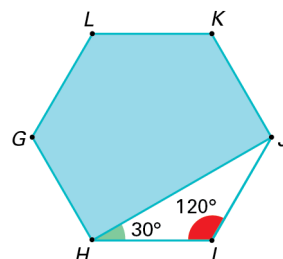
2.2. No plano GHI , temos:

$$\hat{J}IH = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\hat{I}HJ = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\hat{J}HG = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

Logo, JH é perpendicular a HG .



Como o prisma é regular, as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Assim, HB é perpendicular ao plano HIJ pelo que HB é perpendicular a todas as retas do plano HIJ que passam em H . Em particular, as retas JH e HG são perpendiculares.

Portanto, a reta JH é perpendicular ao plano ABH dado ser perpendicular a duas retas distintas deste plano.

1.

$$\sin \alpha = \frac{\text{Medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

$$\sin 3^\circ = \frac{10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{10}{\sin 3^\circ} \Rightarrow x \approx 191,0732$$

$$c = 2 \times x \Rightarrow c \approx 2 \times 191,0732 \Rightarrow c \approx 382,1464 \text{ cm}$$

Resposta: O comprimento da rampa é, aproximadamente, 3,8 metros.

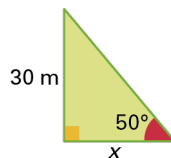
2.1. A altura foi superior ou igual a 60° das 10:38 às 14:38. Ou seja, durante 4 horas.

Resposta: 4 horas.

2.2.

$$\tan 50^\circ = \frac{30}{x} \Leftrightarrow x = \frac{30}{\tan 50^\circ} \Leftrightarrow x = 25 \text{ m}$$

Resposta: 25 m



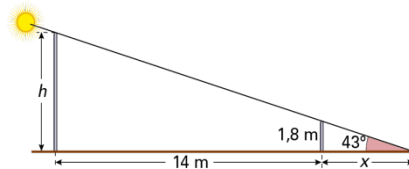
Pág. 62

3.

$$\tan 43^\circ = \frac{1,8}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1,8}{\tan 43^\circ} \Leftrightarrow x \approx 1,93$$

$$\tan 43^\circ = \frac{h}{14 + 1,93} \Leftrightarrow h = 15,93 \times \tan 43^\circ \Leftrightarrow h \approx 15 \text{ m}$$

Resposta: A altura h da antena é 15 m.



4.

$$\sin \alpha = \frac{15}{30} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

O ângulo de visão do lugar do João é de 30° , o que permite uma visão clara do filme, não sendo o ângulo de visão ideal.

Resposta: 30° . Permite uma visão clara do filme.

Pág. 63

5.1. O plano que contém a face $[ABE]$ é perpendicular ao plano que contém a face $[AEFD]$.

Resposta: (A)

5.2.

$$\tan \beta = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \tan \beta = \frac{42}{300} \Leftrightarrow \beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{42}{300}\right) \Rightarrow \beta \approx 8^\circ$$

Resposta: 8° .

5.3.

$$V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{300 \times 42}{2} \times 250 = 1\,575\,000 \text{ cm}^3$$

Resposta: O volume do prisma é $1\,575\,000 \text{ cm}^3$.

6.

$$\tan \alpha = \frac{1,8}{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = 0,9 \Leftrightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}(0,9) \Rightarrow \alpha \approx 42^\circ$$

Resposta: $\alpha \approx 42^\circ$.

Pág. 64

7.1. A reta FB é paralela ao plano que contém a face $[ADGE]$.

Resposta: (C)

7.2. O segmento de reta pedido é a hipotenusa do triângulo retângulo AEB .

Utilizando a trigonometria:

$$\sin(35^\circ) = \frac{2}{\overline{EB}} \Leftrightarrow \overline{EB} = \frac{2}{\sin(35^\circ)} \Rightarrow \overline{EB} \approx 3 \text{ m}$$

Resposta: $\overline{EB} \approx 3 \text{ m}$

8.

$$\sin(40^\circ) = \frac{a}{2,8} \Leftrightarrow a = 2,8 \times \sin 40^\circ \Leftrightarrow a = 1,8 \text{ m}$$

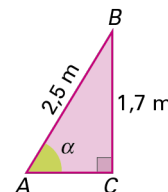
Resposta: A altura máxima a que a outra caleira pode estar é de cerca de 1,8 metros.

Pág. 64

9.

$$\sin(\hat{CAB}) = \frac{1,7}{2,5} \Leftrightarrow \hat{CAB} = \sin^{-1}\left(\frac{1,7}{2,5}\right) \Rightarrow \hat{CAB} \approx 43^\circ$$

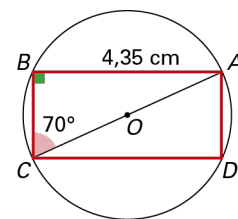
Resposta: $\hat{CAB} \approx 43^\circ$.



10. $\overline{AB} = 4,35 \text{ cm}$; $\hat{BDA} = 70^\circ$

$$\sin 70^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \sin 70^\circ = \frac{4,35}{\overline{AC}} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{4,35}{\sin 70^\circ} \Rightarrow \overline{AC} \approx 4,63 \text{ cm}$$

Resposta: $\overline{AC} \approx 4,63 \text{ cm}$

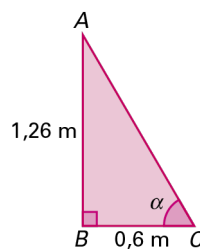


Pág. 66

11. Seja x a amplitude do ângulo ACB .

$$\tan x = \frac{1,26}{0,6} \Leftrightarrow x = \text{tg}^{-1}\left(\frac{1,26}{0,6}\right) \Rightarrow x = 65^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo ACB é 65° , aproximadamente.



12.1. As retas DP e BC são concorrentes.

Resposta: A opção correta é a (A).

12.2. Consideremos o triângulo DHP . Então,

$$\tan 32^\circ = \frac{\overline{DH}}{5} \Leftrightarrow \overline{DH} = 5 \times \tan 32^\circ \text{ e } A_{[DHP]} = \frac{5 \times 5 \times \tan 32^\circ}{2} \Rightarrow A_{[DHP]} \approx 7,8 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área do triângulo é $7,8 \text{ cm}^2$, aproximadamente.

12.3. $V_{\text{pirâmide}} = 10 \text{ cm}^3$

Se a pirâmide e o paralelepípedo tivessem a mesma base o volume do paralelepípedo seria 30 cm^3 .

Como a área da base da pirâmide é metade da área da base do paralelepípedo então o volume do paralelepípedo é 60 cm^3 .

Resposta: O volume é 60 cm^3 .

Pág. 67

13.

$$\frac{\overline{QO}}{8} = \tan 36^\circ \Leftrightarrow \overline{QO} = 8 \tan 36^\circ$$

$$A = \frac{\pi \times 8^2}{2} - \frac{16 \tan 36^\circ \times 8}{2} = 32\pi - 64 \tan 36^\circ \approx 54$$

14.1.

$$20^2 + \overline{DE}^2 = 25^2 \Leftrightarrow \overline{DE} = \sqrt{625 - 400} \Leftrightarrow \overline{DE} = 15$$

Os triângulos $[ADE]$ e $[ABC]$ são semelhantes sendo a razão de semelhança igual a

$$r = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

$$\overline{BC} = \overline{DE} \times \frac{8}{5} = 15 \times \frac{8}{5} = 24$$

14.2. $\hat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

$$\widehat{PQ} = 2 \times 53^\circ = 106^\circ$$

$$\widehat{PCQ} = 360^\circ - 106^\circ = 254^\circ$$

14.3.

$$\cos \hat{ACB} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

Resposta: (C)

Pág. 68

15.1. Reta CJ .

15.2.

$$\frac{\overline{IB}}{5} = \tan 32^\circ \Leftrightarrow \overline{IB} = 5 \tan 32^\circ$$

$$V = \frac{\overline{HI} \times \overline{IB}}{2} \times \overline{IB} \times 2 + \overline{IB}^2 = \overline{HI} \times \overline{IB}^2 + \overline{IB}^3 = 5 \times (5 \tan 32^\circ)^2 + (5 \tan 32^\circ)^3 \approx 79$$

$$V = 79 \text{ cm}^3$$

16.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AP}}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{4-x} \Leftrightarrow 20 - 5x = 3x \Leftrightarrow 8x = 20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{8} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 2,5$$

Pág. 69

1.1. $\overline{OB} = 20\text{cm}$; $\hat{MOD} = 36^\circ$; $\overline{AM} = \overline{MB}$

$$\sin 36^\circ = \frac{\overline{AM}}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \sin 36^\circ = \frac{\overline{AM}}{20} \Leftrightarrow \overline{AM} = (20 \times \sin 36^\circ) \text{ cm}$$

1.2. $P_{\text{pentágono}} = 5 \times \overline{AB} = 5 \times 2 \times \overline{AM} = 10 \times 20 \times \sin 36^\circ = 117,6 \text{ cm}$

Resposta: O perímetro é 117,6 cm.

1.3.

$$A_{\text{colorida}} = A_{\text{círculo}} - A_{\text{pentágono}} = \pi \times 20^2 - 5 \times \frac{2 \times 20 \times \sin 36^\circ \times 20 \times \cos 36^\circ}{2} =$$

$$= 400\pi - 2000 \sin 36^\circ \cos 36^\circ = 305,6 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área da parte colorida é 305,6 cm².

2.1. $P_{\text{triângulo } [ABC]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 12 + 6 + 12\sin 60^\circ = 28,4 \text{ cm}$

Cálculo auxiliar

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{CA}}{12} \Leftrightarrow \overline{CA} = 12 \times \sin 60^\circ$$

Resposta: O perímetro é 28,4 cm.

2.2.

$$A_{\text{colorida}} = A_{\text{círculo}} - A_{\text{triângulo}} = \pi \times 6^2 - \frac{\overline{AC} \times \overline{CB}}{2} = 3,1416 \times 36 - \frac{12 \times \sin 60^\circ \times 6}{2} = 81,9 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área da parte colorida é 81,9 cm².

3.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \Leftrightarrow \sin i = n \times \sin r$$

3.1. a) r para $i = 42^\circ$

Água:

$$\sin 42^\circ = 1,33 \times \sin r \Leftrightarrow \sin r = \frac{\sin 42^\circ}{1,33} \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 42^\circ}{1,33} \right) \Rightarrow r \approx 30,2^\circ$$

Vidro comum:

$$\sin 42^\circ = 1,50 \times \sin r \Leftrightarrow \sin r = \frac{\sin 42^\circ}{1,50} \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 42^\circ}{1,50} \right) \Rightarrow r \approx 26,5^\circ$$

Diamante:

$$\sin 42^\circ = 2,42 \times \sin r \Leftrightarrow \sin r = \frac{\sin 42^\circ}{2,42} \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 42^\circ}{2,42} \right) \Rightarrow r \approx 16,1^\circ$$

Resposta: Água: 30,2° ; vidro comum: 26,5° ; diamante: 16,1°.

b) i para $r = 20^\circ$

Água:

$$\sin i = 1,33 \times \sin 20^\circ \Leftrightarrow i = \sin^{-1} (1,33 \times \sin 20^\circ) \Rightarrow i \approx 27,1^\circ$$

Vidro comum:

$$\sin i = 1,50 \times \sin 20^\circ \Leftrightarrow i = \sin^{-1} (1,50 \times \sin 20^\circ) \Rightarrow i \approx 30,9^\circ$$

Diamante:

$$\sin i = 2,42 \times \sin 20^\circ \Leftrightarrow i = \sin^{-1} (2,42 \times \sin 20^\circ) \Rightarrow i \approx 55,9^\circ$$

Resposta: Água: 27,1°; vidro comum: 30,9°; diamante: 55,9°.

3.2. Se $i = 0^\circ$ então $r = 0^\circ$

$$\sin 0^\circ = n \times \sin r \Leftrightarrow 0 = n \times \sin r \Leftrightarrow \sin r = 0 \Leftrightarrow r = \sin^{-1} 0 \Leftrightarrow r = 0 \text{ c. q. m.}$$

3.3. Água:

$$\sin 90^\circ = 1,33 \times \sin r \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 90^\circ}{1,33} \right) \Leftrightarrow r = 48,8^\circ$$

Vidro comum:

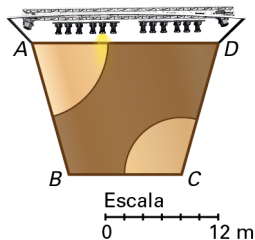
$$\sin 90^\circ = 1,50 \times \sin r \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 90^\circ}{1,50} \right) \Leftrightarrow r = 41,8^\circ$$

Diamante:

$$\sin 90^\circ = 2,42 \times \sin r \Leftrightarrow r = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 90^\circ}{2,42} \right) \Leftrightarrow r = 24,4^\circ$$

Resposta: Água: 48,8°; vidro comum: 41,8°; diamante: 24,4°.

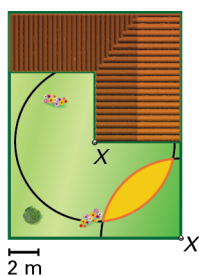
1.



2.



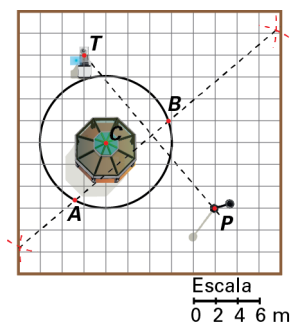
3.



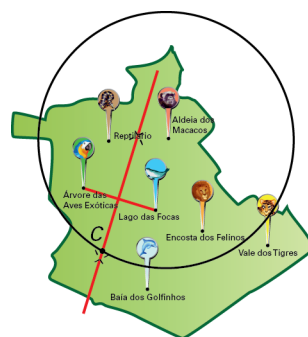
4.



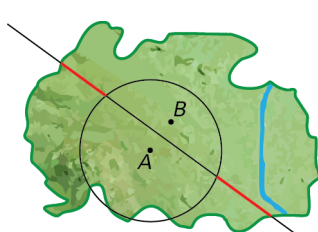
5.



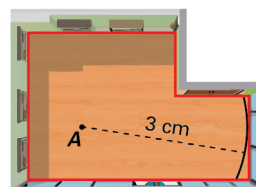
6.



7.



8. O desenho não está feito à escala



9.1. $\widehat{CD} = \widehat{CAD} \times 2 = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$ porque o ângulo CAD é um ângulo inscrito.
Resposta: A amplitude do arco CD é 60° .

9.2. $\overline{AD} = 5$

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{ED}}{5} \Leftrightarrow \overline{ED} = 5 \times \sin 30^\circ \Leftrightarrow \overline{ED} = 5 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow \overline{ED} = 2,5$$

10.1. $D\hat{P}C = A\hat{P}B = 85^\circ$, porque são ângulos verticalmente opostos.

$$C\hat{A}B = \frac{CB}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

porque o ângulo CAB é um ângulo inscrito numa circunferência.

O polígono $[APB]$ é um triângulo, logo $D\hat{B}A = 180^\circ - (85^\circ - 40^\circ) = 55^\circ$

Resposta: O ângulo DBA tem 55° de amplitude.

10.2. O triângulo DCP é uma ampliação do triângulo ABP de razão 2.

Então a sua área é $6 \times 2^2 = 24$

Resposta: (C)

11.1. O ponto O pertence à mediatriz do segmento $[BC]$.

Resposta: (B)

11.2. $\widehat{DC} = 80^\circ$, porque é o arco compreendido entre os lados do ângulo inscrito CAD .

$\widehat{AD} = 180^\circ$, então $\widehat{AC} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

Resposta: O arco AC tem amplitude de 100° .

11.3.

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 6,8^2 + 3,2^2 \Leftrightarrow \overline{AD} = \sqrt{56,48} \text{ cm}$$

Perímetro da circunferência: $P = \sqrt{56,48} \times \pi \approx 23,6$

Resposta: O perímetro da circunferência é 23,6 cm, aproximadamente.

12.1. $D\hat{C}A = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ)$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

$D\hat{C}A = 20^\circ$; $\widehat{DA} = 2 \times D\hat{C}A = 40^\circ$

Resposta: $\widehat{DA} = 40^\circ$

12.2. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 4,96^2 + 3,72^2 \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{38,44} \Leftrightarrow \overline{AC} = 6,2$

Resposta: $\overline{AC} = 6,2$ cm

12.3.

$$A_{\text{colorida}} = A_{\text{semicírculo}} - A_{[ABC]} = \frac{\pi \times 3,2^2}{2} - \frac{4,96 \times 3,72}{2} \approx 5,87 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área colorida é de 5,87 cm², aproximadamente.

13.1. Como o arco AC é o corresponde ao ângulo inscrito ABC , a sua amplitude é o dobro da amplitude do ângulo dado, ou seja: $AC = 2 \times 28^\circ = 56^\circ$

Resposta: A amplitude do arco AC é 56° .

13.2. $\overline{AO} = \overline{OE} = 6,8$ cm, porque são raios da mesma circunferência.

$\overline{DE} = 6,8 - \overline{DO}$; $\overline{DO} = ?$

Considerando o triângulo retângulo $[ADO]$:

$$\overline{AO}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2 \Leftrightarrow 6,8^2 = \overline{OD}^2 + 3,2^2 \Leftrightarrow \overline{OD}^2 = 6,8^2 - 3,2^2 \Leftrightarrow \overline{OD} = \sqrt{36} \Leftrightarrow \overline{OD} = 6$$

$\overline{DE} = 6,8 - 6 = 0,8$ cm

Resposta: $\overline{DE} = 0,8$ cm

14. $\overline{OA} = \overline{OC}$, porque são raios da mesma circunferência, logo o triângulo $[AOC]$ é isósceles.

Os ângulos COA e BOC são suplementares. Assim $C\hat{O}A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$$\alpha = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

Resposta: $\alpha = 30^\circ$

15.1. Como $[AC]$ é o diâmetro da circunferência, então o ângulo CBA está inscrito numa semicircunferência, ou seja, $[ABC]$ é um triângulo retângulo.

15.2.

$$\text{Área colorida} = A_{\text{círculo}} - A_{\text{triângulo}} = \pi \times 7,5^2 - \frac{9 \times 12}{2} \approx 123$$

Cálculo auxiliar

$$\overline{BC}^2 = 15^2 - 12^2$$

$$\overline{BC}^2 = 81$$

$$\overline{BC} = 9$$

Resposta: A área colorida é de, aproximadamente, 123 u. a.

16. $\widehat{BD} = 2 \times \widehat{BAD} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$, porque o ângulo DAB é um ângulo inscrito numa circunferência.

$\widehat{BC} = \widehat{BOC} = 60^\circ$ porque o ângulo BOC é um ângulo ao centro.

$$\widehat{CD} = \widehat{BD} - \widehat{BC} = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

Resposta: $\widehat{CD} = 40^\circ$

17.1. $\widehat{CB} = 2 \times \widehat{BAC} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$, porque o ângulo BAC é um ângulo inscrito na circunferência.

$$\widehat{AC} = \widehat{BA} - \widehat{BC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Resposta: A amplitude do arco AC é 120° .

17.2. Considerando a reta tangente ao ponto A :

$$\widehat{BAD} = 90^\circ \text{ e } \widehat{CAD} = 90^\circ - \widehat{BAC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo CAD é 60° .

18.1.

$$\widehat{AOJ} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$144^\circ : 36^\circ = 4$$

Resposta: Ponto E.

18.2. Os ângulos referidos estão inscritos no mesmo arco IF , logo têm a mesma amplitude, ou seja,

$$\widehat{CDI} = \frac{4 \times 36^\circ}{2} = 72^\circ = \widehat{CHI}$$

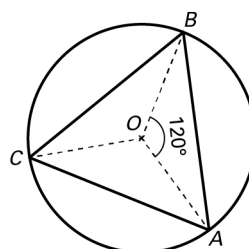
18.3. Para dividir a circunferência em três arcos geometricamente iguais consideram-se três ângulos ao centro de amplitude 120° ($360^\circ : 3 = 120^\circ$).

Marca-se um ponto na circunferência (ponto A).

Traça-se o raio OA .

Marca-se, com o transferidor, um ângulo ao centro cuja amplitude seja 120° e marca-se o ponto B .

Da mesma forma marca-se o ponto C . Une-se A , B e C .



19.1. O ângulo QPT é um ângulo interno do pentágono regular.

$$\widehat{QPT} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 108^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo QPT é 108° .

19.2. Área colorida = $A_{\text{círculo}} - A_{\text{pentágono}} = \pi \times 5^2 - 5 \times 12 = 25\pi - 60 = 18,5$

Resposta: A área da zona colorida é 18,5 u. a.

20.1. $\overline{BC}^2 = 2^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{13}$

Resposta: (A)

20.2.

$$r = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{3}{2}$$

20.3.

$$A = \frac{\pi \times 2^2}{4} - \frac{2 \times 2}{2} = \pi - 2 \approx 1,1$$

$$A \approx 1,1 \text{ cm}^2$$

21.1 $\widehat{BAC} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ e $\widehat{BC} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$

Resposta: (C)

21.2.

$$\frac{8}{\overline{CA}} = \tan 40^\circ \Leftrightarrow \overline{CA} = \frac{8}{\tan 40^\circ}$$

$$\overline{CA} \approx 9,5 \text{ cm}$$

22.1 $\widehat{AB} = 2 \times \widehat{ACB} = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$

Resposta: (D)

22.2.

$$\frac{\text{Área do triângulo } [CDE]}{\text{Área do triângulo } [ABC]} = 0,5^2 = 0,25$$

Resposta: (B)

22.3. $\overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2$

$$\overline{BC} = \sqrt{136} \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{4 \times 34} \Leftrightarrow \overline{BC} = 2\sqrt{34}$$

$$\overline{OC} = r = \sqrt{34}$$

$$A = \pi \times r^2 = \pi \times (\sqrt{34})^2 = 34\pi \approx 106,8$$

$$A \approx 107 \text{ cm}^2$$

23.1. Circunferência de centro A e raio $\overline{AP} = 1,6 \text{ cm}$

23.2.

$$\frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} = \tan 65^\circ \Leftrightarrow \frac{\overline{BP}}{1,6} = \tan 65^\circ \Leftrightarrow \overline{BP} = 1,6 \tan 65^\circ$$

$$\overline{BP} \approx 3,4 \text{ cm}$$

24.1. $\widehat{AC} = \widehat{AOC} = 72^\circ$

$$\widehat{ABC} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

24.2.

$$\frac{\overline{AD}}{2} = \sin 36^\circ \Leftrightarrow \overline{AD} = 2 \sin 36$$

$$\overline{AC} = 2\overline{AD} = 4 \sin 36$$

$$\frac{\overline{OD}}{2} = \cos 36^\circ \Leftrightarrow \overline{OD} = 2 \cos 36^\circ$$

$$\overline{BD} = 2 + 2 \cos 36^\circ$$

$$A_{[ABC]} = \frac{4 \sin 36^\circ \times (2 + 2 \cos 36^\circ)}{2} \approx 4,25$$

$$A_{[ABC]} \approx 4,3 \text{ cm}^2$$

Pág. 88

25. 1, 3, 3 e 2, 2, 3

26.1. $a = \sqrt[3]{42} \approx 3,476$

$$a \approx 3,5$$

Resposta: (C)

26.2.

$$V_{\text{prisma}} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} \times \overline{AE}$$

$$42 = \frac{\overline{AB} \times 2}{2} \times 6 \Leftrightarrow 6\overline{AB} = 42 \Leftrightarrow \overline{AB} = 7$$

$$\tan \hat{ABC} = \frac{2}{7}$$

$$\text{Logo, } \hat{ABC} \approx 16^\circ$$

26.3. FC, por exemplo

27.1.

$$\hat{ABC} = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$$

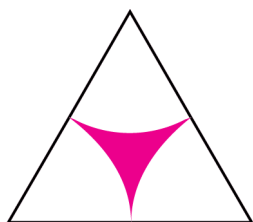
Resposta: (B)

27.2. $\hat{ADC} = 360^\circ - 140^\circ - 2 \times 90^\circ = 40^\circ$

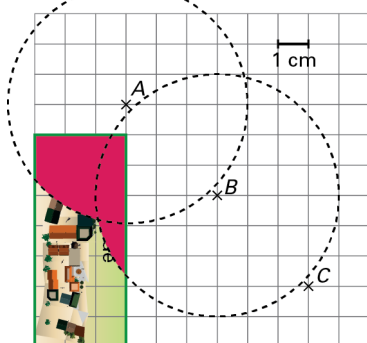
$$\hat{ADE} = 180^\circ - \hat{ADC} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

Pág. 89

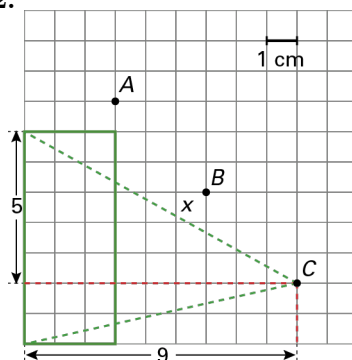
1.



- 2.1. Circunferência de centro A e raio 4 cm.
Circunferência de centro B e raio 4 cm.



2.2.

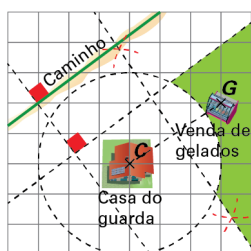


$$x^2 = 9^2 + 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 81 + 25 \Leftrightarrow x = \sqrt{106} \\ \Leftrightarrow x = 10,2957 \text{ cm}$$

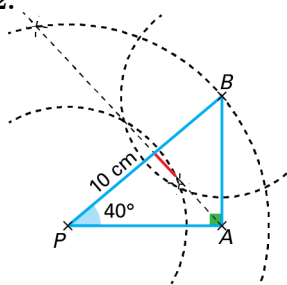
No mapa corresponde a 102,957 km na realidade.

Resposta: O raio de ação deve ter, no mínimo, 102 957 metros.

3.



4.2.



- 5.1. O triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo porque está inscrito numa semicircunferência.

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - (90^\circ + 62^\circ) = 28^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo BAC é 28° .

5.2.

$$\widehat{BCR} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

$BC = 56^\circ$, porque corresponde a um ângulo inscrito de amplitude 28° .

$$\widehat{BCR} = \frac{56^\circ}{2} = 28^\circ$$

porque é um ângulo de um segmento.

Resposta: $\widehat{BCR} = 28^\circ$

- 6.1. O polígono $[MOTS]$ é um quadrilátero logo a soma das amplitudes dos ângulos internos é 360° .

$$\widehat{MOT} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 50^\circ) = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo MOT é 130° .

- 6.2. O ângulo MRT é um ângulo inscrito numa circunferência, logo a sua amplitude é igual a metade da amplitude do arco que lhe corresponde.

$$\widehat{MRT} = \frac{\widehat{MT}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo MRT é 65° .

7.1. O polígono $[ACF]$ é um triângulo.

$$\widehat{ACF} = 180^\circ - 30^\circ - 21^\circ = 129^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo ACF é 129° .

7.2. $\widehat{CB} = 2 \times \widehat{CAB} = 2 \times 21^\circ = 42^\circ$; $DA = ?$

$$\frac{\widehat{DA} - \widehat{CB}}{2} = \widehat{DFA} \Leftrightarrow \frac{\widehat{DA} - 42^\circ}{2} = 30^\circ \Leftrightarrow \widehat{DA} = 60^\circ + 42^\circ \Leftrightarrow \widehat{DA} = 102^\circ$$

$$\widehat{DEA} = \frac{\widehat{DA} + \widehat{CB}}{2} = \frac{102^\circ + 42^\circ}{2} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$$

$$\widehat{CED} = 180^\circ - \widehat{BEA} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo CED é 108° .

8.1. $\widehat{DA} = 2 \times \widehat{DCA} = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$

$$\widehat{AB} = 2 \times \widehat{ADB} = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{76^\circ}{2} = 38^\circ$$

$$\widehat{BCF} = 180^\circ - \widehat{DCB} = 180^\circ - (70^\circ + 38^\circ) = 72^\circ$$

$$\widehat{DFA} = 180^\circ - (\widehat{DCF} + \widehat{CBF}) = 180^\circ - (72^\circ + 61^\circ) = 47^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo DFA é 47° .

8.2. $\widehat{ACF} = \widehat{ACB} + \widehat{BCF} = 38^\circ + 72^\circ = 110^\circ$

$$\widehat{FAC} = 180^\circ - (\widehat{CFA} + \widehat{ACF}) = 180^\circ - (47^\circ + 110^\circ) = 23^\circ$$

Resposta: A amplitude do ângulo FAC é 23° .

Pág. 91

9.1. $\widehat{TM} = 2x$, porque TRM é um ângulo inscrito numa circunferência.

$\widehat{TOM} = \widehat{TM} = 2x$, porque TOM é um ângulo ao centro de uma circunferência.

Resposta: $\widehat{TOM} = 2x$.

9.2. $\widehat{TO} = \widehat{OM}$, porque são raios da mesma circunferência

$$\widehat{MTO} = \widehat{OMT}$$

$$\widehat{MTO} = \frac{180^\circ - 2x}{2} = 90^\circ - x$$

Resposta: $\widehat{MTO} = 90^\circ - x$.

9.3. O ângulo STM é um ângulo de segmento de reta, então,

$$\widehat{STM} = \frac{\widehat{TM}}{2} = \frac{2x}{2} = x \text{ c.q.m.}$$

ou

$$\widehat{OTS} = 90^\circ$$

$$\widehat{STM} = 90 - \widehat{MTO} = 90 - (90 - x) = 90 - 90 + x = x \text{ c. q. m.}$$

9.4. A amplitude de um ângulo de um segmento é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.

10.

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 162^\circ \Leftrightarrow -\frac{360^\circ}{n} = 162^\circ - 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{360^\circ}{n} = -18^\circ \Leftrightarrow n = \frac{360^\circ}{18^\circ} \Leftrightarrow n = 20$$

Resposta: O polígono tem 20 lados.

11.1. Como o quadrilátero $[ABED]$ está inscrito numa circunferência, então:

$$D\hat{A}B + B\hat{E}D = 180^\circ \Leftrightarrow 6x + 4x = 180^\circ \Leftrightarrow 10x = 180^\circ \Leftrightarrow x = 18^\circ$$

11.2. $D\hat{C}B = D\hat{E}B$, porque são ângulos inscritos com o mesmo arco correspondente.

$$D\hat{C}B = 4x = 4 \times 18^\circ = 72^\circ$$

Resposta: $D\hat{C}B = 72^\circ$.

12.1. HAB é um ângulo externo de um polígono regular.

$$H\hat{A}B = \frac{360^\circ}{7} = 51^\circ$$

Resposta:

$$H\hat{A}B = 51^\circ$$

12.2.

$$\widehat{GF} = \frac{360^\circ}{7}$$

$$E\hat{D}G = \frac{\widehat{GE}}{2} = \frac{\frac{720^\circ}{7}}{2} = \frac{720^\circ}{14} \approx 51^\circ$$

Porque o ângulo EDG é um ângulo inscrito numa circunferência.

Resposta: $E\hat{D}G \approx 51^\circ$

12.3.

$$B\hat{A}D = 5 \times \frac{360^\circ}{7}$$

$$D\hat{C}B = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{360^\circ}{7} \approx 129^\circ$$

12.4.

$$H\hat{G}D = \frac{1}{2} \widehat{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{360^\circ}{7} \times 3 \approx 77^\circ$$

Pág. 92

13.1. $B\hat{A}D + A\hat{D}C = 180^\circ$

Resposta: A soma das amplitudes é 180° .

13.2.

$$\begin{cases} 2x + y + x = 180 \\ 2x + 20 + y + 20 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 180 - 3x \\ 2x + 180 - 3x = 180 - 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 \\ x = 40 \end{cases}$$

Resposta: $x = 40^\circ$ e $y = 60^\circ$

14.1. $A\hat{G}E = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

14.2. $E\hat{G}F = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$

14.3. $F\hat{E}G = E\hat{G}F = 60^\circ$, porque o triângulo $[EFG]$ é isósceles.

14.4. $G\hat{F}E = 180^\circ - (F\hat{E}G + E\hat{G}F) = 180 - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$

14.5. $D\hat{E}F = 180^\circ - (C\hat{E}G + F\hat{E}G) = 180 - (100^\circ + 60^\circ) = 20^\circ$

15. Polígono irregular com 5 lados.

Soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono é dada por:

$180 \times (n - 2)$, com n número de lados

$$180^\circ \times (5 - 2) = 180^\circ \times 3 = 540 \Leftrightarrow 8x = 320 \Leftrightarrow x = 40^\circ$$

$$2x + 140 + 3x + 3x + 5 + 75 = 540$$

$$8x = 320 \quad x = 40^\circ$$

Resposta: $x = 40^\circ$.

16. A amplitude dos ângulos internos = $2 \times$ amplitude dos ângulos externos.

$$180 \times (n - 2) = 2 \times 360^\circ \Leftrightarrow 180n - 360 = 720 \Leftrightarrow 180n = 1080 \Leftrightarrow n = \frac{1080}{180} \Leftrightarrow n = 6$$

Resposta: O polígono é um hexágono regular.

17.1. Translação associada ao vetor que corresponde a um deslocamento horizontal de duas unidades para a direita, seguido de um deslocamento vertical de duas unidades para cima.

17.2. Rotação de centro O e amplitude 90° .

17.3. Rotação de centro O e amplitude -90° .

17.4. Rotação de centro O e amplitude 180° .

17.5. Reflexão de centro Oy .

17.6. Reflexão deslizante cujo eixo é a reta $y = 1$ e vetor correspondente a um deslocamento na horizontal de duas unidades para a direita.

17.7. Reflexão deslizante de eixo Ox e vetor que corresponde a um deslocamento na horizontal de quatro unidades para a esquerda.

17.8. Reflexão deslizante de eixo Ox e vetor que corresponde a um deslocamento na horizontal de quatro unidades para a esquerda.

18. Reflexão de eixo Oy .

Translação associada ao vetor que corresponde ao deslocamento na horizontal da esquerda para a direita e cujo comprimento é igual ao comprimento do lado do quadrado.

Rotação de centro O e amplitude -90° .

Pág. 93

19. Se $\widehat{AB} = 180^\circ$ então $\widehat{BCA} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ porque é um ângulo inscrito numa circunferência. Logo o triângulo é retângulo. Para o triângulo ser equilátero, os arcos

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CA} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\mathbf{20.1.} \quad P = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = \sqrt{20} + 5 + 5 = 10 + \sqrt{20}$$

Aproximação por defeito: 14,4;

Aproximação por excesso: 14,5.

20.2. Paralelo ao eixo Ox .

Resposta (A)

20.3. Simetrias de rotação: Não tem;

Simetrias de reflexão: 1.

20.4. Triângulo escaleno.

$$25.3. \overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 2^2 = \overline{OF}^2 + \overline{OF}^2 \Leftrightarrow 4 = 2\overline{OF}^2 \Leftrightarrow \overline{OF}^2 = 2 \Leftrightarrow \overline{OF} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

Resposta: O lado do quadrado é $\sqrt{2}$ cm.

$$25.4. \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{OB}$$

Resposta: Ponto O.

$$25.5. \text{ a) } \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{DO} \text{ (por exemplo)}$$

$$\text{ b) } \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{DG} \text{ (por exemplo)}$$

$$\text{ c) } \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{GO} = \overrightarrow{0}$$

$$\text{ d) } \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{FB} \text{ (por exemplo)}$$

26.1. [DOC]

Resposta: (D)

26.2. a) Ponto F.

b) Segmento de reta [ED].

c) Triângulo [ODC].

$$26.3. \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FD}$$

Resposta: Ponto B.

26.4. Ponto F.

Pág. 96

27. Resposta: (B)

28. Resposta: (B)

29. Resposta: (A)

Pág. 105

1. (B) Ter lido mais que dois livros.

2. Casos possíveis (N.º total de cubos): 12

Casos favoráveis (N.º de cubos só com duas faces pintadas): 4

$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Resposta: $\frac{1}{3}$

3.1. Colocam-se as idades dos nove primos em fila por ordem (crescente ou decrescente). Depois verifica-se qual a idade que se encontra no centro. Essa idade é a mediana.

$$3.2. P(\text{rapaz}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{rapariga}) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 9 = \frac{18}{3} = 6$$

Resposta: As raparigas são 6.

4. $\frac{2}{5}$ não poderá ser, porque é menos de metade (40%)
 $\frac{6}{5}$ não poderá ser, porque a probabilidade de um acontecimento é sempre um valor superior ou igual a 0 e igual ou inferior a 1.

5. Constrói-se uma tabela de dupla entrada para auxiliar na contagem.

V B	1	2	3	4	5	6
- 1	0	1	2	3	4	5
- 2	- 1	0	1	2	3	4
- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2
- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1
- 6	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	0

$$P(\text{soma ser negativa}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

6.1. Gráfico C.

6.2. Seja A o acontecimento “Sair a rapariga que, em média, vai ao cinema mais que uma vez por mês”.

N.º de casos favoráveis: $150 + 100 = 250$

N.º de casos possíveis: 1000

$$P(A) = \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$$

7. Entre os números 5 e 17, inclusive, existem seis números pares (6, 8, 10, 12, 14 e 16). E existem 13 bilhetes.

$$P(\text{tirar um bilhete com número par}) = \frac{6}{13}$$

Resposta: (B)

8.1. N.º de casos favoráveis: 2 (cinzento ou branco)

N.º de casos possíveis: 3 (preto, cinzento ou branco)

$$P(\text{o automóvel preto não ser atribuído à mãe}) = \frac{2}{3}$$

Resposta: (B)

8.2. C = Cinzento ; P = Preto ; B = Branco

Mãe	Pai	Filho
B	P	C
B	C	P
C	P	B
C	B	P
P	C	B
P	B	C

Resposta: Há 6 maneiras diferentes de distribuir os três automóveis pelos 3 elementos da família.

9.

$$P(\text{Alice ganhar}) = \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{x}{250} \Leftrightarrow x = \frac{250}{25} = 10$$

Resposta: (B)

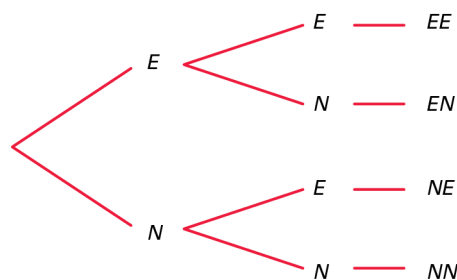
10.

$$P(\text{André}) = P(EE) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Bruno}) = P(NN) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Carlos}) = P(NE \text{ ou } EN) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Resposta: O Carlos tem maior probabilidade.



11.1. Casos possíveis (Total alunos): 30

Casos favoráveis (Alunos que doaram 2 vezes): 9

$$\frac{9}{30} = 0,3 = 30\%$$

Resposta: (B)

11.2. N.º de casos possíveis: 30

N.º de casos favoráveis: $7 + 3 = 10$

P (rapariga que doou menos que 2 vezes) = $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

Resposta: $\frac{1}{3}$

12.1.

$$P(\text{sair vogal}) = \frac{12}{28} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

Resposta: $\frac{3}{7}$

12.2.

$$P(\text{sair T}) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Resposta: $\frac{1}{12}$

13. Probabilidade de ir ao arraial no sábado: $\frac{1}{2}$

Probabilidade de escolher a Maria: $\frac{1}{3}$

Probabilidade pedida: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Resposta: (D)

14.1. A média do número de viagens vendidas por mês, para Madrid, nos primeiros três meses do ano é $\frac{1413}{3} = 471$ viagens.

Resposta: 471 viagens.

14.2.

$$P(\text{Paris em março}) = \frac{528}{2400} = 0,22$$

Resposta: 0,22.

15. Seja: L = Leopardo ; T = Tigre ; P = Pantera.

As diferentes sequências de lavagens das jaulas são:

LTP ; LPT ; PLT ; PTL ; TPL ; TLP → Total: 6

Resposta: (D)

16. Total de rifas: 90

16.1. $M_{14} = \{14, 28, 42, 56, 70, 84\}$

$$P(\text{sair múltiplo de 14}) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Resposta: $\frac{1}{15}$

16.2.

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

$$P(\text{Ana}) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \text{ e } P(\text{Sara}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Resposta: Não, a Ana tem maior probabilidade de fazer a viagem.

16.3. Total de sócios: 50:

$$\frac{50}{100\%} = \frac{x}{26\%} \Leftrightarrow x = \frac{50 \times 26\%}{100\%} \Leftrightarrow x = 13$$

Resposta: 13 sócios compraram 2 rifas.

16.4. 10 sócios:

1 1 1 1 2 3 3 3 4 ou 1 1 1 1 2 3 3 3 4 4

Mediana: 2,5

Resposta: Um sócio comprou 2 e outro comprou 3 rifas ou um sócio comprou 2 e outro comprou 4 rifas.

Pág. 111

17. Gaveta 1: 3 maillots:

1 Preto ; 1 Cor-de-rosa ; 1 Lilás

Gaveta 2: 2 pares de sapatilhas

1 Preto ; 1 Cor-de-rosa

Gaveta 3: 1 fita preta

17.1. $P(\text{não tirar o maillot preto}) = \frac{2}{3}$

Resposta: (C).

17.2. Maillots Sapatilhas Fitas

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

Resposta: 12 maneiras diferentes.

18. Casos possíveis: $140 + 50 + 20 = 210$

Casos favoráveis: 140

$$P(\text{relação boa}) = \frac{140}{210} = \frac{2}{3}$$

Resposta: $\frac{2}{3}$

Pág. 112

19. Casos possíveis: 5

Casos favoráveis: 2

$$P(\text{Pedro ficar separado}) = \frac{2}{5}$$

Resposta: $\frac{2}{5}$.

20. 30 autocolantes ; 16 mamíferos ; 14 peixes ;

$$30 - 16 - 11 = 3 \text{ aves}$$

$$P(\text{imagem ave}) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 10\%$$

Resposta: (B).

21.1. 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3

$$\text{Mediana: } \frac{1+2}{2} = 1,5$$

Resposta: 1,5.

21.2.

$\times$	1	2	3
1		2	3
2	2		6
3	3	6	

$$P(\text{Produto ser par}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Resposta: $\frac{2}{3}$

Pág. 113

22. Soma possíveis: 1, 2, 3, 3, 4, 6

22.1.

$$P(\text{Pedro}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Rita}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{Jorge}) = \frac{1}{6}$$

Resposta: Não têm a mesma probabilidade.

22.2.

$$P\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \text{e} \quad P\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) = \frac{4}{6}$$

Resposta: (C).

23. Amarelo = A ; Verde = V ; Cor-de-rosa = C
AVC; ACV; VAC; VCA; CAV e CVA.

Resposta: Seis maneiras diferentes.

Pág. 114

24.1.

$$\text{Média} = \frac{13 \times 5 + 14 \times 40 + 15 \times 25 + 16 \times 10}{80} = 14,5 \text{ anos}$$

Resposta: 14,5 anos.

24.2. Casos favoráveis: 5

Casos possíveis: $5 + 40 = 45$

$$P(\text{Ter 13 anos sabendo que tem menos de 15}) = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$$

Resposta: (C).

25. N.º de casos favoráveis: $2 + 3 = 5$

N.º de casos possíveis: $3 + 3 + 1 + 2 + 1 + 3 = 13$

$$P(\text{sair número par superior a 3}) = \frac{5}{13}$$

26. $P(\text{rapaz}) = \frac{2}{3}$; x - n.º de rapazes da turma

$$\frac{x}{x+6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x = 2x + 12 \Leftrightarrow x = 12$$

Resposta: (C)

27. O **30** é o único número inferior a 50 que é simultaneamente múltiplo de 2,3 e 5.

Logo, casos favoráveis: 1

casos possíveis: 50

Assim, a probabilidade pedida é $\frac{1}{50}$

Pág. 115

28.1. $a = 1 - 0,3 - 0,4 = 0,3$

Resposta: (B)

28.2. Não. É de esperar que a frequência relativa do número 1 estabilize no valor à volta de 0,5, uma vez que metade das bolas da caixa têm o número 1.

29. Seja n o número de bolas pretas. $P(\text{bola vermelha}) = 0,75$

$$\frac{12}{n+12} = 0,75 \Leftrightarrow \frac{12}{n+12} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 48 = 3n + 36 \Leftrightarrow 3n = 12 \Leftrightarrow n = 4$$

Resposta: (B)

30.

$$\frac{1+2+a}{3} = 11 \Leftrightarrow 3+a > 33 \Leftrightarrow a = 30$$

Pág. 116

31.1.

$$\tilde{x} = \frac{13+14}{2} = 13,5$$

$\tilde{x} = 13,5$ anos

31.2.

$$\frac{20 \times 13,2 - 2 \times 15}{18} = \frac{234}{18} = 13$$

Resposta: 13 anos

32.1.

$$\frac{1}{4} < P(\text{ser espanhol}) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 25\% < P(\text{ser espanhol}) < 50\%$$

Resposta: (B)

32.2.

	P	E	I
P	PP	PE	PI
E	EP	EE	EI

Pág. 117

33.1. Número de casos possíveis: 12

Número de casos favoráveis: 3 (19, 21 ou 23)

$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Resposta: (B)

33.2. a) Representa a média das idades dos alunos da turma T .

- b) Há dois alunos com 13 anos: a Maria (M) e outro (X)
 Há três alunos com 16 anos: o António (A) e mais dois (Y e Z)
 Há seis possibilidades para escolher os dois alunos:

	A	Y	Z
M	MA	MY	MZ
X	XA	XY	XZ

Os casos favoráveis são dois (XY e XZ)

$$P(XY \text{ ou } XZ) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Pág. 118

34.1. A moda é 13 anos

34.2. Número de casos possíveis: $20 + 2 \times 30 = 80$ (total de rifas)
 Número de casos favoráveis: $2 \times 30 = 60$ (total de rifas do 6.º ano)

35.

$$\frac{9 + 10 + 14 + k}{4} = 10 \Leftrightarrow 33 + k = 40 \Leftrightarrow k = 7$$

Resposta: (C)

36. Número de casos possíveis: 9
 Número de casos favoráveis: 4 (2,3,5 e 7)

$$P = \frac{4}{9}$$

Resposta: (C)

Pág. 119

37.

$$P = \frac{5}{10 + 5 + 7} = \frac{5}{22}$$

38.1. Sejam **A** e **B** as raparigas e **C** o rapaz.
 Possibilidades: **ABC, ACB, BAC, CAB, BCA, CBA**
 Número de casos possíveis: 6
 Número de casos favoráveis: 4

$$P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Resposta: (C)

38.2.

$$\frac{15 + 15 + x}{3} = 14 \Leftrightarrow 30 + x = 42 \Leftrightarrow x = 12$$

Resposta: 12 anos

39.

$$P = \frac{9 + 12 + 3}{9 + 12 + 6 + 3} = \frac{24}{30} = 0,8 = 80\%$$

Resposta: (C)

Pág. 120

1.1. Ao questionário responderam 21 pessoas.

1.2. Moda: 3,2 segundos.

1.3. a) Média:

$$\bar{x} = \frac{2,0 + 2,1 + 2,3 + 2,6 + 2,8 + 3,1 + 3 \times 3,2 + 3,6 + 3,9 + 4 + 4,1 + 4,3 + 2 \times 4,7 + 5,1 + 5,2 + 5,3 + 5,4 + 6,3}{21}$$

$$= \frac{81,1}{21} \approx 3,9$$

Resposta: $x \approx 3,9$ s

b) Resposta: Mediana: 3,9 segundos.

c) Amplitude: $6,3 - 2,0 = 4,3$

Resposta: Amplitude 4,3 segundos.

1.4. Dá uma ideia da forma como os dados se distribuem.

1.5. N.º de casos favoráveis: 12

N.º de casos possíveis: 21

$$P(\text{a pessoa ter demorado menos do que } 4,1 \text{ segundos}) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

2.1. Tempo gasto na resolução de um problema

Tempo (min)	Frequência absoluta	Frequência relativa
[1,5 ; 3,5[	5	0,05
[3,5 ; 5,5[	15	0,15
[5,5 ; 7,5[	20	0,20
[7,5 ; 9,5[	25	0,25
[9,5 ; 11,5[	15	0,15
[11,5 ; 13,5[	10	0,10
[13,5 ; 15,5[	5	0,05
[15,5 ; 17,5[	5	0,05
Total	100	1

2.2. $20 + 25 + 15 + 10 + 5 + 5 = 80$

Resposta: 80 estudantes

2.3. $15 + 10 + 5 + 5 = 35$

Resposta: 35 estudantes

3. 30, 30, **45**, 45, 45, **50**, 50, 60, **60**, 61, 61

3.1. A – mínimo

$$A = 30$$

B – 1.º Quartil

$$B = 45$$

C – mediana

$$C = 50$$

D – 3.º Quartil

$$D = 60$$

E – máximo

$$E = 61$$

3.2. Moda: 45 cm.

3.3. Média:

$$\bar{x} = \frac{30 \times 2 + 45 \times 3 + 50 \times 2 + 60 \times 2 + 61 \times 2}{11} \approx 48,8 \text{ cm}$$

3.4.

$$P(C < x < D) = P(50 < x < 60) = \frac{4}{11}$$

4.1. Na tabela ao lado apresentam-se os casos possíveis

P – Lata de feijão preto

V – Lata de feijão vermelho

Número de casos possíveis: 20

Número de casos favoráveis: 6

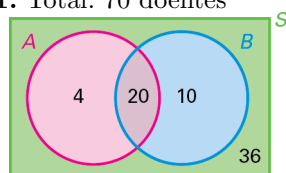
$$P(PP) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

2. ^a	1. ^a	P	P	P	V	V
P		PP	PP	PV	PV	
P	PP		PP	PV	PV	
P	PP	PP		PV	PV	
V	VP	VP	VP		VV	
V	VP	VP	VP	VV		

4.2. Número de casos favoráveis: 12

$$P(PV \text{ ou } VP) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

5.1. Total: 70 doentes



5.2.

$$P(\text{não ter tomado nenhum medicamento}) = P(\overline{A \cup B}) = \frac{36}{70} = \frac{18}{35}$$

6. $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,4$; $P(C) = 0,3$

6.1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,2 + 0,4 = 0,6$

6.2. $P(C \cup B) = P(C) + P(B) = 0,3 + 0,4 = 0,7$

6.3. $P(A \cap B) = 0$, porque A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos.

6.4. $P(B \cap C) = 0$, porque B e C são acontecimentos mutuamente exclusivos.

7. 30 alunos

A: Escolheram leite com cereais: 10

B: Escolheram leite com pão: 5

C: Escolheram leite com torradas:

$$30 - (10 + 5) = 15$$

7.1. 15 alunos escolheram leite com torradas.

7.2.

$$P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

7.3. a)

$$P(A \cup B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

b)

$$P(A \cup C) = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

c)

$$P(\overline{A}) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

d)

$$P(\overline{A} \cap B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

8.1. $P(\text{serem admitidas 3 mulheres}) =$

$$= \frac{1}{8}$$

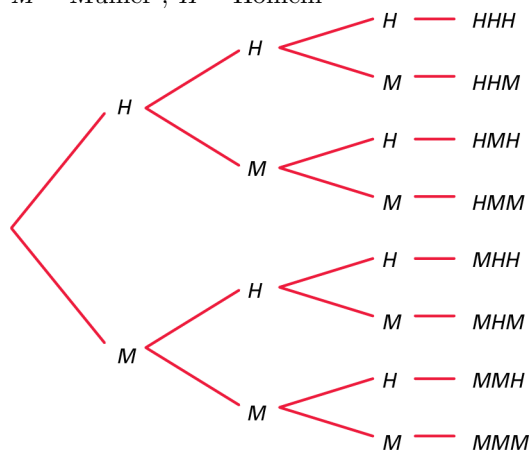
8.2. $P(\text{ser admitida pelo menos uma mulher}) =$

$$= \frac{7}{8}$$

8.3. $P(\text{serem admitidas pelo menos duas mulheres}) =$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

M – Mulher ; H – Homem



9.1. Média dos quatro meses: 680

$$\frac{680 + 663 + 682 + x}{4} = 680 \Leftrightarrow x = 2720 - 2025 \Leftrightarrow x = 695 \text{ milhares}$$

Resposta: 695 milhares de pessoas.

9.2.

$$P(\text{homem}) = \frac{11}{20}$$

$$\frac{11}{20} \times 680 = 374 \text{ milhares}$$

Mulheres: $680 - 374 = 306$ milhares

Resposta: Em janeiro, 306 milhares de pessoas do sexo feminino viram televisão.

10.1. Para determinar a média do número de chamadas telefônicas feitas, ontem, pelos alunos da turma do Paulo, deve-se adicionar o número de chamadas feitas por cada um dos alunos e dividir a soma pelo número de alunos da turma.

10.2. 12 rapazes

$$P(\text{rapariga}) = \frac{3}{5} \quad P(\text{rapaz}) = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$$

Resposta: A turma tem 30 alunos.

11. Consumo médio dos 4 primeiros meses, igual ao dos 3 primeiros meses.

Média dos 3 primeiros meses:

$$\frac{170 + 150 + 160}{3} = 160 \text{ litros}$$

Mês de abril, por exemplo:

$$\frac{170 + 150 + 160 + x}{4} = 160$$

$$x = 640 - 480 = 160 \text{ litros}$$

Moda: 160 litros de gasolina.

12. 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 4 5 $\rightarrow$ Total : 25 convidados

$$P(2CD) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Resposta: A probabilidade é de $\frac{1}{5}$.