Resolução da ficha nº 4 - Funções

Parte esquerda

(1) D

(2) Raízes: -1 e 5

$S = -1+5 = 4$

$P = -1 \times 5 = -5$

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

$b = -4$

$c = -5$ (B)

(3) (A)

$\begin{cases} A(-1) = 1 \\ A(2) = 4 \end{cases} \begin{cases} m + 1 - n - 2 = 1 \\ 16m - 8 + 2n - 2 = 4 \end{cases} \begin{cases} m - n - 2 = 0 \\ 16m + 2n - 14 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m = n + 2 \\ 16(n+2) + 2n - 14 = 0 \end{cases} \begin{cases} 16m + 32 + 2n - 14 = 0 \\ \end{cases} \begin{cases} 18m = -18 \\ \end{cases} \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

(4) $g(x) = 2x^2 - 8x + 2$

$g(x) < 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 2 < 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x < 0$

Raízes:

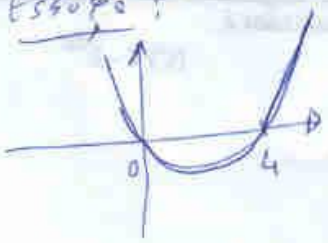
$2x^2 - 8x = 0$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0$

$x = 0 \vee x = 4$

Esboço:



Conclusão:

C.S. $=]0; 4[$

(D)

(5) A) Apenas II é verdadeira
→ A f não é inj. em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$
→ h é ímpar

Parte Discursiva

1.1) $f(-3) = -1$; 0 e 2

1.2) $D =]-4; +\infty[$ $D' =]-\infty; 2]$

1.3) Zeros $\{-1; 3\}$

1.4) Constante em $]-4; -2[$
↗ em $]-2; 1[$
↘ em $]1; +\infty[$

1.5) máx. abs.: 2 para $x = 1$
mín. " não existe

1.6) $[-2; -1[$

1.7) $]-1; 3[$

1.8) por exemplo $[1; +\infty[$

(2) $f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$

(2.1)

	-2	4	10	-12
1		-2	2	12
	-2	2	12	0 = R = f(1)

2.2.1) $f(x) > 0 \iff -2x^3 + 4x^2 + 10x - 12 > 0 \iff$

$\iff (x-1)(-2x^2 + 2x + 12) > 0$

$\iff -2(x-1)(x-3)(x+2) > 0$

	$-\infty$		-2		1		3	$+\infty$
-2	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
P	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$C.S =]-\infty; -2[\cup]1; 3[$

$-2x^2 + 2x + 12 = 0$

$-x^2 + x + 6 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$

$x = \frac{1 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$

2.2.2) $f(x) \leq -12 \iff -2x^3 + 4x^2 + 10x - 12 \leq -12 \iff$

$\iff -2x^3 + 4x^2 + 10x \leq 0 \iff 2x^3 - 4x^2 - 10x \geq 0 \iff$

$\iff x^3 - 2x^2 - 5x \geq 0 \iff x(x^2 - 2x - 5) \geq 0$

	$-\infty$		$-1,45$		0		$3,45$	$+\infty$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2-2x-5	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
P	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$C.S = [-1,45; 0] \cup [3,45; +\infty[$

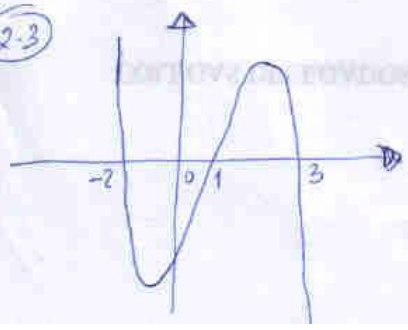
$x^2 - 2x - 5 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+20}}{2}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2}$

$x = \frac{2 \pm 4,9}{2} \begin{cases} x \simeq 3,45 \\ x \simeq -1,45 \end{cases}$

(2.3)



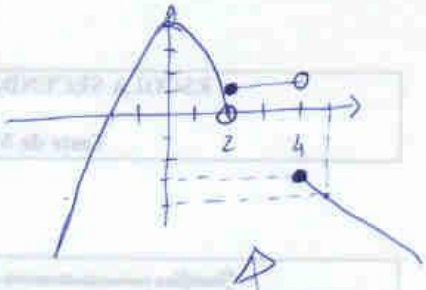
2.3.1) Vrai ou Faux

2.3.2) Faux

2.3.3) Faux

2.3.4) Vrai ou Faux

③ $g(x) = \begin{cases} -x^2+4 & \text{se } x < 2 \\ 1 & \text{se } 2 \leq x < 4 \\ -x+1 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$



3.1) $D = \mathbb{R}$

$D' =]-\infty; 4]$

3.2) Zeros $\{-2\}$

3.3) ↗ em $]-\infty; 0[$

↓ em $]0; 2[$ e em $[4; +\infty[$

→ em $[2; 4[$

3.4) $g(-1) = -(-1)^2+4 = -1+4 = 3$

$g\left(\frac{5}{2}\right) = 1$

$g(5) = -5+1 = -4$

$3+1-2\times(-4) = 4+8 = 12$

3.5)

④ $h(t) = -4,9t^2+30t+2$

$v(t) = -9,8t+30$

4.1) $h(t) = -4,9t^2+30t+2 \simeq$

$\simeq -4,9(t^2-6,1t)+2 \simeq$

$\simeq -4,9[(t-3,05)^2-9,3]+2 \simeq$

$\simeq -4,9(t-3,05)^2+47,57 \rightarrow V(3,05; 47,57)$

A flecha mede $\simeq 47,57$ m no instante $t \simeq 3,05$ s

4.2) $v(0) = 30$ m/s

4.3) $v(3,05) \simeq 0$

4.4) $h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2+30t+2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-30 \pm \sqrt{900+39,2}}{-9,8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow t \simeq -0,07 \vee t \simeq 6,2$ s

4.5) Reta $x \simeq 3,05$

4.6) $D_h = [0; 6,2]$

$D'_h = [0; 47,57]$

$D_v = [0; 6,2]$

$D'_v = [-30; 30]$

4.7) (...)

4.8)

t	0		3,05		6,2
$h(t)$	2	↗	47,57	↘	0