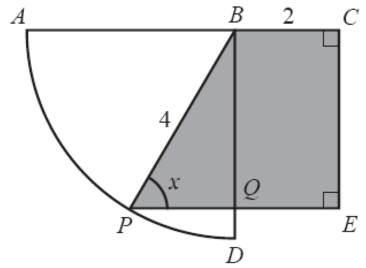
AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho nº5 - Trigonometria - 11º ano

Exercícios de Intermédios12º - 2008 a 2013

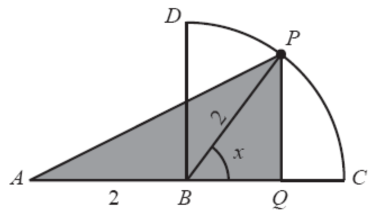
1. Relativamente à figura, sabe-se que:



- o ponto B pertence ao segmento de reta [AC]
- o segmento de reta [BD] é perpendicular ao segmento de reta [AC]
- $\overline{BC} = 2$
- os pontos A e D pertencem à circunferência que tem centro no ponto B e raio igual a 4

Admita que um ponto P se desloca ao longo do arco AD, nunca coincidindo com A nem com D, e que um ponto E acompanha o movimento do ponto P de forma que o quadrilátero [PBCE] seja um trapézio retângulo. O ponto Q é a intersecção do segmento de reta [PE] com o segmento de reta [BD]. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude do ângulo EPB e seja S(x) a área do trapézio [PBCE]. Mostre que $S(x) = 8\,sen\,x + 4\,sen(2x)$ $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$ ***(2013-interm12º)***

2. Relativamente à figura, sabe-se que:

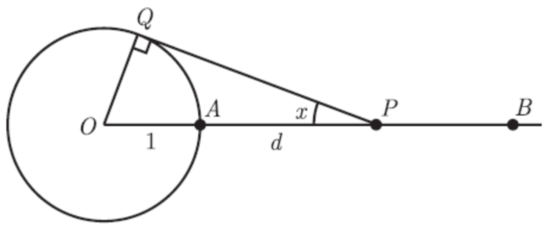


- o segmento de reta [AC] tem comprimento 4
- o ponto B é o ponto médio de [AC]
- o segmento de reta [BD] é perpendicular a [AC]
- o arco de circunferência CD tem centro em B

Admita que um ponto P se desloca ao longo do arco CD, nunca coincidindo com C nem com D, e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta [BC] de tal forma que [PQ] é sempre perpendicular a [BC]. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo CBP e seja A(x) a área do triângulo [APQ].

Mostre que $A(x) = 2\,sen\,x + sen(2x)$ $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$ ***(2012-interm12º)***

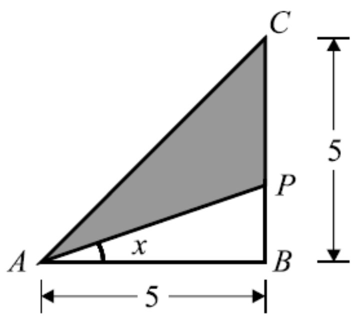
3. Na figura, está representada uma circunferência de centro no ponto *O* e raio 1. Sabe-se que:



- o ponto *A* pertence à circunferência;
- os pontos *O*, *A*, e *B* são colineares;
- o ponto *A* está entre o ponto *O* e o ponto *B*
- *d* é a distância do ponto *A* ao ponto *P*
- o ponto *P* desloca-se ao longo da semi-recta $\dot{A}B$, nunca coincidindo com o ponto *A*
- para cada posição do ponto *P*, o ponto *Q* é um ponto da circunferência tal que a recta *PQ* é tangente à circunferência;
- *x* é a amplitude, em radianos, do ângulo OPQ $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

Seja *f* a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $f(x) = \frac{1 - sen\,x}{sen\,x}$. Mostre que d=f(x) ***(2011-interm12º)***

4. Na figura, está representado um triângulo retângulo [ABC], cujos catetos, [AB] e [BC], medem 5 unidades. Considere que um ponto P se desloca sobre o cateto [BC], nunca coincidindo com B nem com C. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[\right)$



Seja f a função que, a cada valor de x, faz corresponder o **perímetro** do triângulo [APC]

a) Mostre que $f(x) = \frac{5}{\cos x} - 5\,tg\,x + \sqrt{50} + 5$

b) Existe um valor de x para o qual o **perímetro** do triângulo [APC] é igual a 16. Determine esse valor, arredondado às centésimas, **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**. Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinale o ponto relevante para a resolução do problema. ***(2010-interm12º)***

5. Na figura 3 estão representados:

- uma circunferência de centro O e raio 1
- dois pontos, A e B, sobre a circunferência, tais que [AB] é um diâmetro
- uma semi-recta $\dot{O}A$
- um segmento de recta [PQ]

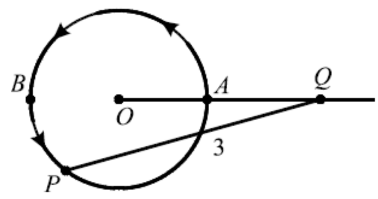


Figura 3

Considere que:

- o ponto P, partindo de A, se desloca sobre a circunferência, dando uma volta completa, no sentido indicado pelas setas da figura 3
- o ponto Q se desloca sobre a semi-recta $\dot{O}A$, acompanhando o movimento do ponto P, de tal forma que se tem sempre $\overline{PQ} = 3$

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem a semi-recta $\dot{O}A$ e por lado extremidade a semi-recta $\dot{O}P$ (ver figura 4). Seja d. a função que, a cada valor de x pertencente a $[0, 2\pi]$, associa a distância, d(x), do ponto Q ao ponto 0.

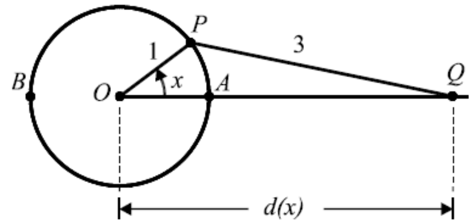


Figura 4

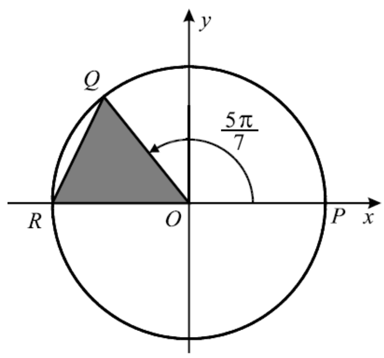
a) Considere as seguintes afirmações sobre a função d.

$$I)\ d(0) = d(2\pi)$$
$$II)\ d\ \acute{e}\ decrescente$$

Elabore uma pequena **composição** na qual indique, justificando, se cada uma das afirmações é verdadeira, ou falsa.
Nota: neste item, não defina analiticamente a função d; a sua composição deve apoiar-se na forma como esta função foi apresentada (para cada valor de x, tem-se que d(x) é a distância do ponto Q ao ponto O).

b) Defina analiticamente a função d no intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ (isto é, determine uma expressão que dê o valor de d(x), para cada x pertencente a este intervalo). **Sugestão**: trace a altura do triângulo [OPQ] relativa ao vértice P, designe por R o ponto de intersecção desta altura com a semi-recta $\dot{O}A$, e tenha em conta que $\overline{OQ} = \overline{OR} + \overline{RQ}$ ***(2009-interm12º_adaptado)***

6. Na figura está representado o círculo trigonométrico. Tal como a figura sugere, O é a origem do referencial, Q pertence à circunferência, P é o ponto de coordenadas (1,0) e R é o ponto de coordenadas (-1,0). A amplitude, em radianos, do ângulo POQ é $\frac{5\pi}{7}$



Qual é o valor, arredondado às centésimas, da área do triângulo [OQR] ?
(A)0,39 (B)0,42 (C)0,46 (D)0,49 ***(2008-interm12º)***

$Soluções: 4.b) 0,24; 5.a) I) V, II) F; 6) A$