

# AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

## Ficha de Trabalho nº 1 - Geometria

### Matemática 11º Ano

1) Considere a reta de equação  $Ax + y + K = 0$ . Os valores de A e K para os quais a reta tem inclinação  $45^\circ$  e interseção o eixo dos yy no valor 3 são, respetivamente :

- (A) - 1 e 3 (B) 1 e -3 (C) - 1 e - 3 (D) 1 e 3

2) Considere a circunferência de equação  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ . A equação da reta tangente à circunferência no ponto T (1,1) é :

- (A)  $2y = x + 1$  (B)  $y = -2x + 3$  (C)  $y = 2x - 1$  (D)  $x + 2y + 1 = 0$

3) Considere a reta  $r$  de equação  $r: 3x - 2y = 4$ . O valor de  $k$  para o qual o vetor  $\vec{u} = (3, k)$  é perpendicular a  $r$  é :

- (A) - 3 (B) - 2 (C) 2 (D) 3

4) Se os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  fazem entre si um ângulo de  $\frac{5\pi}{6}$  radianos e  $\|\vec{u}\| = 3$  e  $\|\vec{v}\| = 2$ , então :

- (A)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$  (B)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3\sqrt{3}$  (C)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$  (D)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\pi$

5) Qual dos seguintes pares de equações representa duas retas perpendiculares ?

- (A)  $y = 3x - 1$  e  $y = -3x - 1$  (B)  $(x, y) = (1, 5) + k(2, 3)$  e  $(x, y) = (4, 0) + k(-3, 2)$ ,  $k \in \mathbf{IR}$

- (C)  $y = 3x - 1$  e  $y = \frac{1}{3}x - 1$  (D)  $(x, y) = (0, 1) + k(2, 3)$ ,  $k \in \mathbf{IR}$  e  $y = \frac{3}{2}x + 4$

6) Considere a reta  $r: 2x + 3y = 4$ . O valor de  $k$  para o qual a reta  $s: y = kx + 4$  é perpendicular a  $r$  é:

- (A)  $-\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $-\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{2}$

7) Considere num referencial o.n. do plano a reta  $r: y = 3x - 1$  e o ponto  $P(-1, 0)$ .

7.1) Obtenha a equação geral da reta que passa por  $P$  e é perpendicular a  $r$ .

7.2) Obtenha uma equação da circunferência de centro  $P$  e tangente à reta  $r$ .

**Sugestão:** Recorra à alínea 7.1) e encontre o ponto de interseção das duas retas.

8) Considere, num referencial o.n. Oxyz, um plano  $\alpha: x + 2y - z = 2$  e  $\beta$  o plano paralelo a  $\alpha$  e que contém o ponto (0,1,2). Qual das condições é uma equação do plano  $\beta$ ?

- (A)  $x + 2y - z = 1$  (B)  $x + z = 2$  (C)  $-x - 2y + z = 0$  (D)  $x - y + z = 1$

9) O valor de  $k$  para o qual as retas  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{3}$  e  $s: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{k}$  são paralelas é:

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

10) Num referencial o.n. Oxyz considere os planos de equações  $z = 1$  e  $z = 5$ . Qual das equações define uma superfície esférica tangente aos dois planos?

- (A)  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$  (B)  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$   
(C)  $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 4$  (D)  $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$

11) Num referencial o.n. Oxyz, a condição  $3x + 4y + 5z = 2 \wedge \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  define

- (A) um ponto (B) o conjunto vazio (C) uma reta (D) um plano

12) O valor de  $m$  para o qual o plano  $x + 2y + 3z = 10$  é paralelo à reta  $x = y - 2 = \frac{z}{m}$  é:

- (A) 1                      (B) 2                      (C) -1                      (D) -2

13) Considere o plano  $\alpha : 3x - z = 2$ , a reta  $r : x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  e o ponto  $P(0, 2, 3)$ . Então:

- (A)  $P \in \alpha$               (B)  $P \in r$               (C)  $r // \alpha$               (D)  $r \perp \alpha$

14) A reta  $r : \frac{x-1}{2} = y = -\frac{z}{3}$  é paralela ao vetor  $\overrightarrow{AB}(-2, m, 3)$  para que valor de  $m$  ?

- (A)  $-\frac{1}{3}$                       (B) -1                      (C) 0                      (D) 1

15) O ponto de interseção da reta  $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$  com o plano XOZ é:

- (A) (-1, 2, 0)              (B) (1, 0, 2)              (C) (1, 0, 6)              (D) (3, 0, 6)

16) Os planos  $\alpha : x - y + z + 1 = 0$  e  $\beta : 2x + 2y + 2z + 2 = 0$  são:

- (A) coincidentes                      (B) estritamente paralelos  
(C) perpendiculares                      (D) concorrentes não perpendiculares

17) Considere a esfera  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 14$  e o ponto  $A(1, 1, 1)$ . Se  $[AB]$  for um diâmetro, B tem coordenadas:

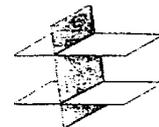
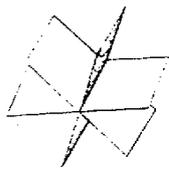
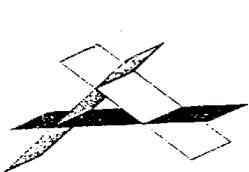
- (A) (2, 4, 8)                      (B) (3, 5, 7)                      (C) (4, 6, 5)                      (D) (5, 3, 6)

18) 7- Considere os seguintes sistemas:

$$(I) \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 5 \\ x - 2y + z = 4 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 6z = 3 \\ x - 2y + z = 4 \end{cases} \quad (III) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ 2x - y = -1 \\ 6x + y - z = 0 \end{cases} \quad (IV) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y = 1 \\ 6x + y - z = 0 \end{cases} \quad (V) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y = 5 \\ 6x + y - z = 0 \end{cases}$$

A cada uma das situações representadas faça corresponder, justificando, um sistema dos apresentados ou um sistema por si obtido.

- (A)                      (B)                      (C)                      (D)                      (E)

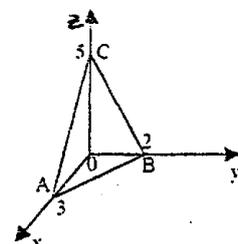


19) Considere a reta  $r$  de equação  $\frac{x+1}{-3} = \frac{z-2}{3} = y - 4$

- a) Indique um ponto e um vetor da reta.  
b) Obtenha o ponto de interseção da reta  $r$  com o plano XOZ.  
c) Escreva as equações cartesianas da reta que contém  $A(0, 1, -1)$  e é paralela a  $r$ .  
d) Obtenha a equação do plano  $\alpha$ , perpendicular a  $r$ , e que contém a origem do referencial. Encontre o ponto de interseção de  $r$  com  $\alpha$ .

20)

- a) Obtenha uma equação cartesiana do plano definido pelos pontos A, B e C, e determine as coordenadas do ponto de interseção deste plano com a reta que lhe é perpendicular e passa na origem do referencial.  
b) Obtenha a equação do plano mediador de  $[AC]$  por três processos diferentes.



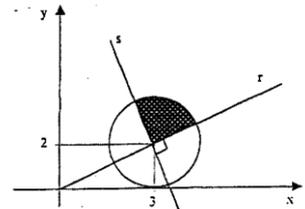
21) Considere o ponto  $P(-1,1,2)$  e o plano  $\alpha: 2x-y+z+1=0$ .

a) Obtenha uma equação do plano  $\beta$  que contém  $P$  e é paralelo a  $\alpha$ .

22) Estude a posição relativa dos planos representados em cada um dos sistemas.

$$a) \begin{cases} x+y=2 \\ x+y+z=3 \\ z=-1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-3y+2z=0 \\ 2x+2y-2z=3 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-3y+2z=0 \\ 2x-y+z=4 \end{cases}$$

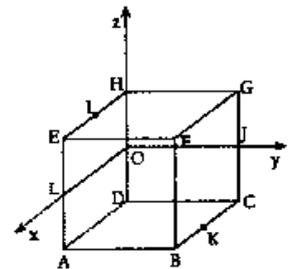
23) Defina por uma condição a região do plano  $XOY$  a sombreado na figura ao lado.



24) O lugar geométrico dos pontos  $P$  que verificam a condição  $\vec{AP} \perp \vec{BP}$ , com  $A(3,1,2)$  e  $B(5, -1, 0)$  é:

- (A) O plano mediador de  $[AB]$   
 (B) A superfície esférica de centro  $(4, 0, 1)$  e raio  $\sqrt{3}$ .  
 (C) A esfera de centro  $(-4, 0, -1)$  e raio  $\sqrt{3}$ .  
 (D) A superfície esférica de centro  $(4, 0, 1)$  e raio 3.

25)  $ABCDEFGH$  é um cubo.  $O, I, J, K$  e  $L$  são os pontos médios de  $DH, EH, CG, BC$  e  $AE$ , respetivamente. As coordenadas dos pontos  $L$  e  $J$  são  $(6, 0, 0)$  e  $(0, 6, 0)$ .



25.1) Indique as coordenadas dos vértices do cubo.

25.2) Obtenha uma equação do plano que contém  $A$  e é perpendicular a  $LJ$ .

25.3) Determine uma equação cartesiana do plano mediador de  $[LJ]$  e mostre que a reta  $HF$  está contida nesse plano.

25.4) Obtenha a equação do plano  $\alpha$  definido pelos pontos  $L, K$  e  $J$ , e mostre que  $\alpha$  intersecta o eixo  $OZ$  no valor 6.

**NOTA:** Caso não obtenha a equação de  $\alpha$ , considere  $\alpha: 2x+y+2z-12=0$ .

25.5) Encontre o ponto de interseção da reta  $FB$  com o plano  $\alpha$ .

25.6) Obtenha o lugar geométrico dos pontos  $P(x,y,z)$  que verificam a condição:

- a)  $\vec{AP} \cdot \vec{GP} = 0$  e identifique-o.  
 b)  $\vec{MP} \cdot \vec{IK} = 0$ , com  $M=(3,3,0)$ , e identifique-o.

25.7) Mostre que  $\vec{IJ}$  é perpendicular a  $\vec{IL}$  e calcule a área do quadrilátero  $[IJKL]$

Soluções :1)C;2)A;3)B;4)B;5)B;6)D;7.1) $x+3y+1=0$ ;7.2) $(x+1)^2+y^2=\frac{8}{5}$ ;8)C;9)C;10)B;11)A;12)C;13)C;

14)B;15)D;16)D;17)B;18) $I \rightarrow E; II \rightarrow D; III \rightarrow C; IV \rightarrow B; V \rightarrow A$ ;19.a)Ponto  $(-1,4,2)$  Vector  $(-3,1,3)$ ;

b) $I(11,0,-10)$ ;c) $\frac{x}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{3}$ ;d) $-3x+y+3z=0$ ;I $(\frac{20}{19}, \frac{63}{19}, -\frac{1}{19})$ ;20.a) $10x+15y+6z-30=0$ ;

I $(-\frac{75}{68}, -\frac{225}{136}, -\frac{45}{68})$ ;b) $3x-5z+8=0$ ;21.a) $2x-y+z+1=0$ ;22.a)não paralelos e intersectam-se 2 a 2;

b)2 paralelos e 1 secante;c)concorrentes  $(1,1,1)$ ;23) $(x-3)^2+(y-2)^2 \leq 4 \wedge y \geq \frac{2}{3}x \wedge y \geq -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$ ;24)B;

25.1)A $(6,0,-3)$ B $(6,6,-3)$ C $(0,6,-3)$ D $(0,0,-3)$ E $(6,0,3)$ F $(6,6,3)$ G $(0,6,3)$ H $(0,0,3)$ ;2) $x-y-6=0$ ;3) $x-y=0$ ;

4) $x+y+z-6=0$ ;5)I $(6,6,-6)$ ;6.a) $(x-3)^2+(y-3)^2+z^2=27$ ;b) $y-z-3=0$ ;7)18 $\sqrt{3}$