

Resol. 2.ª ficha Funç. 11.º

$$\textcircled{1} \quad p(t) = \frac{50(1+0,5t)}{2+0,01t}$$

$$a) \quad p(0) = \frac{50(1+0)}{2+0} = 25$$

$$b) \quad 5 \text{ anos} = 5 \times 12 \text{ meses} = 60 \text{ meses}$$

$$p(60) \approx 596$$

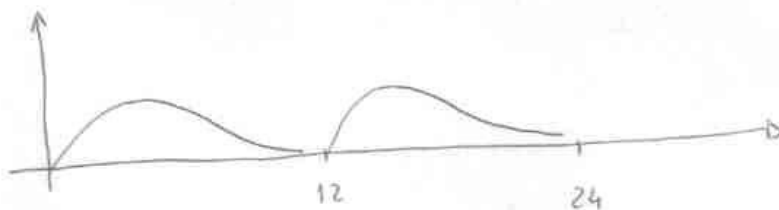
O número de insetos tende a aproximar-se de 2500.

$$\textcircled{2} \quad e(t) = \frac{t}{2t^2+1}$$

$$a) \quad t \approx 0,7 \quad e(t) \approx 0,3535$$

b) Vai diminuindo

c)



$$\textcircled{3} \quad \downarrow \text{ em }]-\infty, 2[\text{ e em }]2, +\infty[$$

Assíntota: $x=2$

$$4) a) y = \frac{5850}{x} \quad b) y = \frac{5850}{x-40} - 15$$

$$5) P(K) = \frac{400.000}{40+K}$$

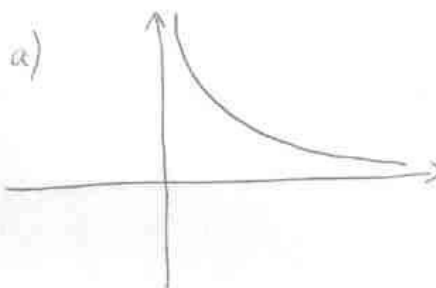
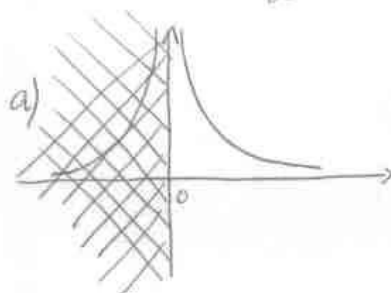
$$P(K) < 5.000 \Leftrightarrow \frac{400.000}{40+K} < 5.000 \Leftrightarrow 400.000 < 5.000(40+K)$$

$$\Leftrightarrow 400.000 < 200.000 + 5.000K \Leftrightarrow 400 < 200 + 5K \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5K > 200 \Leftrightarrow K > 40$$

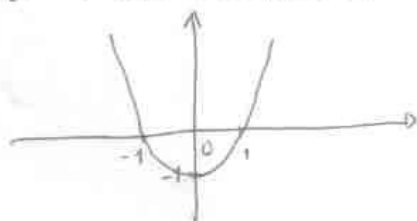
R: Pelo menos 41 inscrições suplementares

$$6) I(d) = \frac{50}{d^2}$$



$$b) I(d) > 50 \Leftrightarrow \frac{50}{d^2} > 50 \Leftrightarrow \frac{1}{d^2} > 1 \Leftrightarrow d^2 < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < d < 1 \wedge d \neq 0 \Leftrightarrow d \in]0, 1[$$



$$c) I(d) > 70 \Leftrightarrow \frac{50}{d^2} > 70 \Leftrightarrow 50 > 70d^2 \Leftrightarrow 7d^2 - 5 < 0$$

$$\Leftrightarrow d \in]0; 0,845[$$

$$\textcircled{7} D(s) = 0,005s^2 + 0,11s$$

$$c) D(50) = 18 \text{ m} \quad \text{e} \quad D(60) = 24,6 \text{ m}$$

$$\text{Variação} = 6,6 \text{ m}$$

$$D(100) = 61 \text{ m} \quad \text{e} \quad D(110) = 72,6 \text{ m}$$

$$\text{Variação} = 11,6 \text{ m}$$

Quanto maior é a velocidade, maior é a variação da distância de paragem.

$$d) D(35) + D(80) = 9,975 + 40,8 = 50,775 \text{ m} < 100 \text{ m}$$

Não haverá acidente.

$$\textcircled{8} L(t) = -4t^2 + 20t$$

$$a) \frac{L(2,5) - L(1)}{2,5 - 1} = \frac{25 - 16}{1,5} = 6 \text{ m/s}$$

$$b) \frac{L(2) - L(1)}{2 - 1} = \frac{24 - 16}{1} = 8 \text{ m/s}$$

$$\frac{L(1,5) - L(1)}{1,5 - 1} = \frac{21 - 16}{0,5} = 10 \text{ m/s}$$

$$\frac{L(1,2) - L(1)}{1,2 - 1} = \frac{18,24 - 16}{0,2} = 11,2 \text{ m/s}$$

$$\frac{L(1,1) - L(1)}{1,1 - 1} = \frac{17,16 - 16}{0,1} = 11,6 \text{ m/s}$$

c) 12 m/s

d) $[1, 1+h]$

$$\begin{aligned} \frac{L(1+h) - L(1)}{h} &= \frac{-4(1+h)^2 + 20(1+h) - 16}{h} = \\ &= \frac{-4(1+2h+h^2) + 20 + 20h - 16}{h} = \\ &= \frac{-4 - 8h - 4h^2 + 20 + 20h - 16}{h} = \\ &= \frac{-4h^2 + 12h}{h} = \\ &= -4h + 12 \end{aligned}$$

h deve tender para zero.

19) $E(t) = 3t + 1$

a) $E(0) = 1 \text{ m}$

b) $[3, 7]$

$$\frac{E(7) - E(3)}{7-3} = \frac{22-10}{4} = 3 \text{ m/s}$$

c) $E'(t) = 3$

$E'(5) = 3 \text{ m/s}$

$$\textcircled{10} \quad D(t) = 0,2t^2 + 6t$$

$$a) \quad D'(t) = 0,2 \times 2t + 6 = 0,4t + 6$$

$$D'(9) = 0,4 \times 9 + 6 = 3,6 + 6 = 9,6 \text{ m/s}$$

$$b) \quad v(t) = 0,4t + 6$$

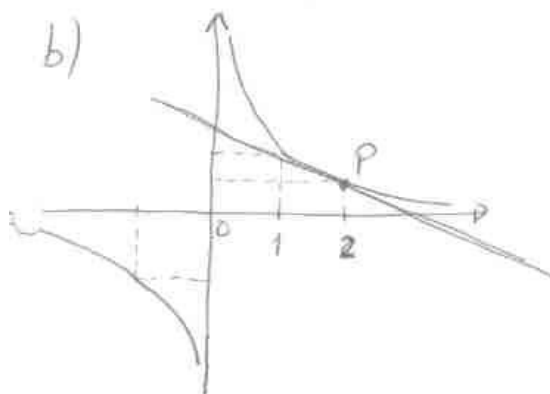
$$v'(t) = 0,4$$

$$v'(10) = 0,4 \text{ m/s}^2$$

A velocidade varia sempre do mesmo modo.

$$\textcircled{11} \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

$$a) \quad g'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad g'(2) = -\frac{1}{4}$$



$$y = g'(2)x + b$$

$$y = -\frac{1}{4}x + b$$

$$P(2, \frac{1}{2}) \rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \times 2 + b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow b = 1$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{4}x + 1}$$

12) $P(0) = 500$

a) $P(t) = 100t + 500$

b) $\frac{dP}{dt} = P'(t) = 100$

O aumento anual é constante e igual a 100.

c) $P(t) = 100(5 + t - 0,25t^2)$

e1) $P'(t) = 100(0 + 1 - 0,25 \times 2t) =$
 $= 100(1 - 0,5t)$

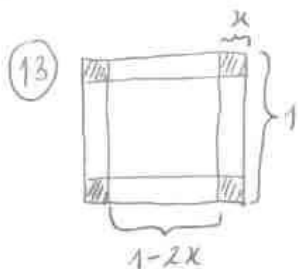
$P'(1) = 100(1 - 0,5) = 50$

$P'(2) = 100(1 - 1) = 0$

$P'(3) = 100(1 - 1,5) = -50$

e2) 600 habitantes ao fim de 2 anos.

A partir dos 2 anos o n.º de habitantes foi diminuindo até ao zero.



$$\begin{aligned} V(x) &= Ab \times h = \\ &= (1-2x)(1-2x)x = \\ &= (1-4x+4x^2)x = \\ &= 4x^3 - 4x^2 + x \end{aligned}$$

$V'(x) = 12x^2 - 8x + 1$

Zeros:

$V'(x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0,5 \vee x \approx 0,17$

	0	0,17	0,5		$+\infty$	
$V'(u)$	+	0	-	0	+	+
$V(u)$	$\nearrow$	M	$\searrow$	m	$\nearrow$	$\nearrow$

Volume Máximo é $V(0,17) \approx 0,074$ para $x \approx 0,17$

$$e = \frac{5(F-32)}{9}$$

14

$$a) e(23) = \frac{5(23-32)}{9} = -5^{\circ}C$$

$$b) 15 = \frac{5(F-32)}{9} \Leftrightarrow 22 = \frac{5(F-32)}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 135 = 5(F-32) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F-32 = 27$$

$$\Leftrightarrow F = 59$$

$$\Leftrightarrow 198 = 5(F-32) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F-32 = 39,6$$

$$\Leftrightarrow F = 71,6$$

$$e = \frac{5(F-32)}{9}$$

$$\Leftrightarrow 9e = 5(F-32)$$

$$\Leftrightarrow F-32 = \frac{9e}{5}$$

$$\Leftrightarrow F = 32 + \frac{9e}{5}$$

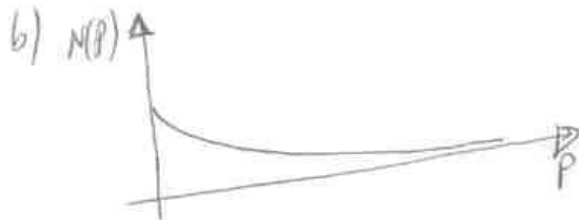
$$(15) \quad R(t) = \frac{1+3t}{4+t}$$

$$a) \quad R(0) = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ cm}$$

$$b) \quad \begin{array}{l} b.1) \quad t = 7s \\ b.2) \quad 3 \text{ cm} \end{array}$$

$$(16) \quad N(p) = \frac{40}{0,7p}$$

$$a) \quad N(30) \approx 1,9 \text{ g/l} \quad N(60) \approx 0,95 \text{ g/l} \quad N(30) \approx 0,71 \text{ g/l}$$



c) O drum tiver um peso inferior a 114,26 Kg

$$(17) \quad P(x) = 5 + 30x - 15x^2$$

$$a) \quad P(0) = 5$$

$$b) \quad \text{Para } x > 2,15 \text{ km}$$

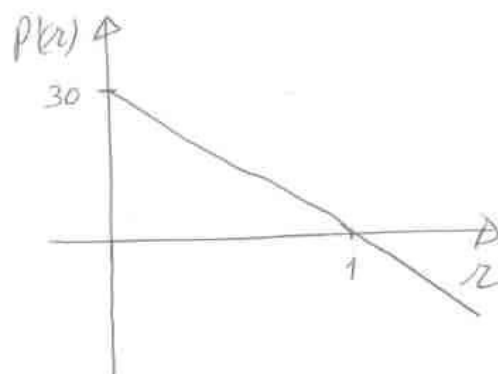
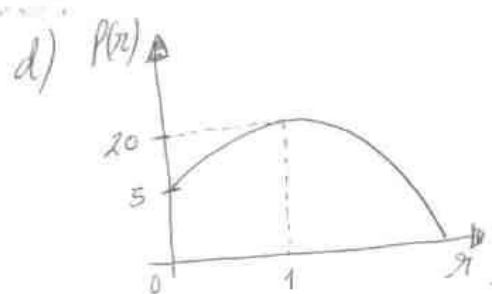
$$c) \quad \frac{dP}{dx} = P'(x) = 30 - 30x$$

$$P'(0,5) = 15$$

$$P'(1) = 0$$

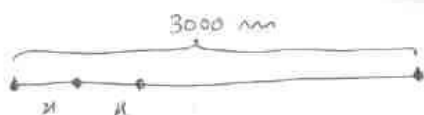
$$P'(2) = -30$$

27.10.14



- e) Densidade máxima = 20
Taxa de variação $p' = 0$.

(18)



a) $f(x) = \frac{3000}{x} + 1$ (porque começa e acaba com uma árvore. O n.º de espaços mas é igual ao n.º de árvores. Existe mais 1 árvore)

b) $f(x) = \frac{3000}{x} + 1$

$x = 0 \rightarrow$ "À medida que o espaço entre as árvores diminui, aumenta o n.º distos. Se o espaço for muito pequeno, o n.º de árvores é muito grande."

$y = 1 \rightarrow$ "Por mais que seja o espaço entre as árvores, será plantado sempre uma".

c) $\frac{3000}{x} + 1 = 101 \Leftrightarrow \frac{3000 + x}{x} = 101 \Leftrightarrow \frac{3000 + x}{x} - 101 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3000 + x - 101x}{x} = 0 \Leftrightarrow 3000 - 100x = 0 \wedge x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 100x = 3000 \wedge x \neq 0 \Leftrightarrow x = 30$

Significado de equação: "Qual o espaço e distor entre as árvores de modo a que se possam plantar 101?"

Significado de solução: "Podem-se plantar 101 árvores desde que fiquem distanciadas 30 metros entre si"

$$(19) \quad f(u) = \frac{2u+6}{u} \quad g(u) = u^2 + 5u + 6$$

$$a) \quad f(u) = \frac{2u+6}{u} = \frac{2u}{u} + \frac{6}{u} = 2 + \frac{6}{u} \quad \begin{cases} A.V.: u=0 \\ A.H.: y=2 \end{cases}$$

$$b) \quad f(u) = y \Leftrightarrow \frac{2u+6}{u} = y \Leftrightarrow 2u+6 = uy \Leftrightarrow 2u - uy = -6 \Leftrightarrow u(2-y) = -6 \Leftrightarrow u = -\frac{6}{2-y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{6}{y-2} \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad f^{-1}: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad x \mapsto f^{-1}(x) = \frac{6}{x-2}$$

$$c) \quad \frac{f}{g} = \frac{\frac{2u+6}{u}}{u^2+5u+6} = \frac{2u+6}{u(u^2+5u+6)} = \frac{2(\cancel{u+3})}{u(u+2)(\cancel{u+3})} = \frac{2}{u(u+2)}$$

$$\begin{aligned} u^2 + 5u + 6 &= 0 \\ u &= \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \\ u &= \frac{-5 \pm 1}{2} \end{aligned} \quad \begin{cases} u = -2 \\ u = -3 \end{cases}$$

$$d) \quad f'(u) = \left(2 + \frac{6}{u}\right)' = 2' + \left(\frac{6}{u}\right)' = 0 - \frac{6}{u^2} = -\frac{6}{u^2}$$

$$g'(u) = (u^2 + 5u + 6)' = 2u + 5$$

$$e) \quad m = f'(1) = -\frac{6}{1^2} = -6 \quad \parallel \quad f(1) = 2 + \frac{6}{1} = 8$$

$$y = -6u + b$$

$$(1, 8) \rightarrow 8 = -6 + b \quad \Rightarrow y = -6u + 14$$

$$b = 14$$

$$(20) \quad (s-t)(3) = s(3) - t(3) = 0$$

response (D)

(21) Temos que $f'(1) = 3$, logo $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 3$

(22) (B) "Não existe derivada por $x = -2$ e por $x = 2$ e em $]2, 2[$ a derivada negativa, f é decrescente"

(23) (I) Falso pois se $f' > 0$ logo $f \nearrow$ em $]-\infty, 0]$

(II) Verdadeira pois $f' > 0$ em $\mathbb{R}$, logo $f \nearrow$ em $\mathbb{R}$

(III) Verdadeira

(IV) Falso ("se fosse, f' era uma reta")

(D)