1. Uma caixa contém cinco bolas brancas e cinco bolas pretas, indistinguíveis ao tato.
Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa. Considere os acontecimentos:
B1 – a bola retirada em primeiro lugar é branca; B2 – a bola retirada em segundo lugar é branca.
Qual é o valor da probabilidade condicionada P(B2/B1)?

(A) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}$ **(B)** $\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}$ **(C)** $\frac{4}{9}$ **(D)** $\frac{5}{9}$ ***(2000)***

2. Cada uma de seis pessoas lança um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.
Qual é a probabilidade de os números saídos serem todos diferentes?

(A) $\frac{6!}{6^6}$ **(B)** $\frac{1}{6^6}$ **(C)** $\frac{1}{6!}$ **(D)** $\frac{1}{6}$ ***(2000)***

3. Lança-se um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Considere os acontecimentos:
A: "sair face ímpar"; B: "sair face de número maior ou igual a 4".
Qual é o acontecimento contrário de $A\cup B$?
(A) sair a face 2 (B) sair a face 5 (C) sair a face 1 ou a face 5 (D) sair a face 4 ou a face 6 ***(2000)***

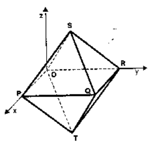
4. Uma turma de uma escola secundária tem nove rapazes e algumas raparigas. Escolhendo ao acaso um aluno da turma, a probabilidade de ele ser um rapaz é $\frac{1}{3}$. Quantas raparigas têm a turma?
(A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 27 ***(2000)***

5. Um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Qual é a probabilidade de saírem três números ímpares?
$(A)\frac{1}{2}$ $(B)\frac{1}{3}$ $(C)\frac{1}{8}$ $(D)\frac{1}{27}$ ***(2000)***

6. Lança-se duas vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de sair face 6 em exatamente um dos dois lançamentos?
$(A)\frac{5}{36}$ $(B)\frac{1}{36}$ $(C)\frac{5}{18}$ $(D)\frac{1}{18}$ ***(2000)***

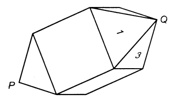
7. Seja A um acontecimento possível, cuja probabilidade é diferente de 1. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A\,|\,A)$? ***(2000)***
(A) 1 (B) 0 (C) P(A) (D) $[P(A)]^2$

8. Escolhidos ao acaso dois vértices do octaedro, qual é a probabilidade de estes definirem uma reta contida no plano de equação x=y? ***(2000)***
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



9. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S).
Prove que $\mathbf{P(A)+P(B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})=1+P(A\cap B)}$. ***(2000)***

10. Na figura está representado um poliedro com 12 faces, que pode ser decomposto num cubo e em duas pirâmides quadrangulares regulares.
Pretende-se numerar as 12 faces do poliedro, com os números de 1 a 12 (um número diferente em cada face). Como se vê na figura, duas das faces já estão numeradas, com os números 1 e 3.



a) De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes números ?

b) De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes dez números, de forma a que, nas faces de uma das pirâmides, fiquem só números ímpares e, nas faces da outra pirâmide, fiquem só números pares ?
c) Considere agora o poliedro num referencial o.n. Oxyz, de tal forma que o vértice P coincida com a origem do referencial, e o vértice Q esteja no semieixo positivo Oy. Escolhidos ao acaso três vértices distintos, qual é a probabilidade de estes definirem um plano paralelo ao plano de equação y=0? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2000)***

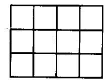
11. Considere todos os números de seis algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números, quantos têm exatamente um algarismo 4?
(A) 8^5 (B) 9^5 (C) 6×8^5 (D) $6\times{}^8A_5$ ***(2000)***

12. O António escolhe, ao acaso, uma página de um jornal de oito páginas. A Ana escolhe, ao acaso, uma página de uma revista de quarenta páginas. Qual é a probabilidade de ambos escolherem a página 5 ?
$(A)\frac{1}{320}$ $(B)\frac{3}{20}$ $(C)\frac{1}{48}$ $(D)\frac{5}{48}$ ***(2000)***

13. Um estudo feito a uma certa marca de iogurtes revelou que:
- Se um iogurte está dentro do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,005;
- Se um iogurte está fora do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,65.

Considere que, num certo dia, uma mercearia tem dez iogurtes dessa marca, dos quais dois estão fora do prazo. Escolhendo, ao acaso, um desses dez iogurtes, qual a probabilidade de ele estar estragado? ***(2000)***

14. Uma caixa tem doze compartimentos para colocar iogurtes.



a) De quantas maneiras diferentes podemos colocar sete iogurtes nessa caixa, sabendo que quatro iogurtes são naturais (e portanto indistinguíveis) e os restantes três são de frutas (um de morango, um de banana e um de ananás)?
b) Colocando ao acaso, na caixa vazia, quatro iogurtes, qual é a probabilidade de ficarem todos na mesma fila? ***(2000)***

15. Três rapazes e duas raparigas vão dar um passeio de automóvel. Qualquer um dos cinco jovens pode conduzir. De quantas maneiras podem ocupar os cinco lugares, dois à frente e três atrás, de modo a que o condutor seja uma rapariga e a seu lado viaje um rapaz?
(A) 36 (B) 120 (C) 12 (D) 72 ***(2000)***

16. Lança-se duas vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Seja X o número de vezes que sai a face 6 nos dois lançamentos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável X ?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$2\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$	$\left(\frac{1}{6}\right)^2$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\left(\frac{1}{6}\right)^2$	$2\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2$

(D)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

(2000)

17. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam E_1 e E_2 dois acontecimentos possíveis ($E_1\subset S$ e $E_2\subset S$).
Prove que $P(\overline{E_1}\cup\overline{E_2})=1-P(E_1)\times P(E_2/E_1)$ ***(2000)***

18. De um baralho completo com 52 cartas extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. Qual a probabilidade de pelo menos uma das cartas extraídas não ser do naipe de espadas?
__**Nota**__: Se o desejar, utilize a igualdade referida na alínea anterior; neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos E1 e E2, no contexto da situação apresentada. ***(2000)***

19. Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho completo e dão-se treze cartas a cada jogador. Imagine que está a participar nesse jogo. Qual é a probabilidade de, nas treze cartas que vai receber, haver exatamente seis cartas do naipe de espadas? (Apresente o resultado na forma percentagem, arredondado às unidades. ***(2000)***

20. Uma caixa tem cinco bombons, dos quais apenas dois têm licor. Tira-se da caixa, ao acaso, uma amostra de três bombons. Considere que *X* designa a variável "número de bombons com licor existentes nessa amostra". Qual das seguintes distribuições pode ser a da variável *X* ?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_3}$	$\frac{6}{{}^5C_3}$	$\frac{3}{{}^5C_3}$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{{}^5C_3}$	$\frac{6}{{}^5C_3}$	$\frac{1}{{}^5C_3}$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_3}$	$\frac{6}{{}^5C_3}$	$\frac{3}{{}^5C_3}$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{{}^5C_3}$	$\frac{6}{{}^5C_3}$	$\frac{1}{{}^5C_3}$

(2001)

21. De um baralho completo de 52 cartas extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. Qual é a probabilidade de pelo menos uma das cartas extraídas ser do naipe de espadas? ***(2000)***

22. Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tato. Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas. Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas? (Resultado com 7 casas decimais)

b) Suponha agora que no saco estão apenas algumas das 15 bolas. Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:
- A probabilidade de essa bola ser amarela é 50%
- A probabilidade de essa bola ter o número 1 é 25%
- A probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o número 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela número 1 está no saco.

c) Admita que as quinze bolas são novamente colocadas no saco. Extraindo simultaneamente três bolas, ao acaso, qual é a probabilidade de elas terem cores e números diferentes? ***(2001)***

23. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 21. Qual a soma dos três primeiros elementos dessa linha?

(A) 211 (B) 181 (C) 151 (D) 121 ***(2001)***

24. Admita que numa certa escola, a variável "altura das alunas do 12º ano de escolaridade" segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 170 cm. Escolhe-se, ao acaso, uma aluna do 12º ano dessa escola. Relativamente a essa rapariga, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?

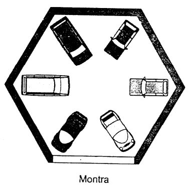
(A) A sua altura é superior a 180 cm (B) A sua altura é inferior a 180 cm
(C) A sua altura é superior a 155 cm (D) A sua altura é inferior a 155 cm ***(2001)***

25. Seja S o conjunto de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos, contidos em S, nenhum deles impossível, nem certo. Sabe-se que $A \subset B$. Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $P(A)>P(B)$ (B) $P(A \cap B) = 0$ (C) $P(A \cup B) = 1$ (D) $P(\overline{A}) \geq P(\overline{B})$ ***(2001)***

26. O AUTO-HEXÁGONO é um stand de venda de automóveis. Efetuou-se um estudo sobre as vendas de automóveis nesse stand, o qual revelou que:
- 15% dos clientes compram automóvel com alarme e com rádio;
- 20% dos clientes compram automóvel sem alarme e sem rádio;
- 45% dos clientes compram automóvel com alarme (com ou sem rádio).

Um cliente acaba de comprar um automóvel.



a) A Marina, empregada do stand, que nada sabia das preferências desse cliente e não tomou conhecimento do equipamento do automóvel que ele tinha comprado, apostou que esse automóvel estava equipado com rádio, mas não tinha alarme. Qual é a probabilidade de a Marina acertar?

b) Alguém informou depois a Marina de que o referido automóvel vinha equipado com alarme. Ela apostou, então, que o automóvel também tinha rádio. Qual é a probabilidade de a Marina ganhar esta nova aposta? ***(2001)***

27. O stand, de forma hexagonal, tem uma montra que se situa num dos lados do hexágono (ver figura). Pretende-se arrumar seis automóveis diferentes (dois utilitários, dois desportivos e dois comerciais), de tal forma que cada automóvel fique junto de um vértice do hexágono. Supondo que se arrumam os seis automóveis ao acaso qual é a probabilidade de os dois desportivos ficarem junto dos vértices que se encontram nas extremidades da montra? ***(2001)***

28. Quantas "capicuas" existem com cinco algarismos, sendo o primeiro algarismo ímpar?

(A) 300 (B) 400 (C) 500 (D) 600 ***(2001)***

29. Num curso superior existem dez disciplinas de índole literária, das quais três são de literatura contemporânea. Um estudante pretende inscrever-se em seis disciplinas desse curso. Quantas escolhas pode ele fazer se tiver de se inscrever em, pelo menos, duas disciplinas de literatura contemporânea?

(A) ${}^3C_2 + {}^7C_4 \times {}^7C_3$ (B) ${}^3C_2 + {}^7C_4 + {}^7C_3$ (C) ${}^3C_2 \times {}^7C_4 \times {}^7C_3$ (D) ${}^3C_2 \times {}^7C_4 + {}^7C_3$ ***(2001)***

30. No espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e, sendo A e B dois acontecimentos, tem-se que $P(A \cap B) = 10\%$; $P(A) = 60\%$ e $P(A \cup B) = 80\%$. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

$(A)\frac{1}{5}$ $(B)\frac{1}{4}$ $(C)\frac{1}{3}$ $(D)\frac{1}{2}$ ***(2001)***

31. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as três mulheres, paga três bilhetes, e que um homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os três homens, paga outros três bilhetes. Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os seis bilhetes?

b) Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de quinze linhas, explique por que razão $\frac{2^4}{6!}$ é uma resposta correta a este problema. ***(2001)***

32. Uma turma do 12º ano é constituída por 25 alunos (15 mulheres e 10 homens). Nessa turma, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem de finalistas. A comissão será formada por 3 pessoas: um *presidente*, um *tesoureiro* e um responsável pelas *relações públicas*.

a) Se o delegado de turma tivesse de fazer obrigatoriamente parte da comissão, podendo ocupar qualquer um dos três cargos, quantas comissões distintas poderiam ser formadas?

b) Admita agora que o delegado de turma pode, ou não, fazer parte da comissão. Quantas comissões mistas distintas podem ser formadas?

c) Suponha que a escolha dos três elementos vai ser feita por sorteio, da seguinte forma: cada aluno escreve o seu nome numa folha de papel. As 25 folhas são dobradas e introduzidas num saco. Em seguida, retiram-se do saco, sucessivamente, três folhas de papel. O 1º nome a sair corresponde ao do presidente, o 2º, ao tesoureiro, e o 3º , ao responsável pelas relações públicas. Sejam A, B e C os acontecimentos:

A: "o presidente é uma rapariga"; B: "o tesoureiro é uma rapariga";
C: "a comissão é formada só por raparigas".

Indique o valor da probabilidade condicionada $P(C|(A \cap B))$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. ***(2001)***

33. Considere uma caixa com nove bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9 e um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Lança-se o dado e tira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Qual é a probabilidade de os números saídos serem ambos menores que 4?

$(A)\frac{1}{6}$ $(B)\frac{1}{9}$ $(C)\frac{5}{24}$ $(D)\frac{5}{27}$ ***(2001)***

34. Num certo país existem 3 empresas operadoras de telecomunicações móveis: A, B e C. Independentemente do operador, os números de telemóvel têm nove algarismos. Os números do operador A começam por 51, os do B por 52 e os do C por 53. Quantos números de telemóvel constituídos **só por algarismos ímpares** podem ser atribuídos nesse país?

(A) 165 340 (B) 156 250 (C) 143 620 (D) 139 630 ***(2001)***

35. Um saco contém 5 cartões numerados de 1 a 5. A Joana retira sucessivamente, ao acaso, os cinco cartões do saco e alinha-os, da esquerda para a direita, pela ordem de saída, de maneira a formar um número de cinco algarismos. Qual a probabilidade de esse número ser par e de ter o algarismo das dezenas também par?

(A) $\frac{{}^5\mathbf{C}_2}{{}^5\mathbf{A}_2}$ **(B)** $\frac{{}^5\mathbf{C}_2}{5!}$ **(C)** $\frac{2\times 3!}{{}^5\mathbf{A}_2}$ **(D)** $\frac{2\times 3!}{5!}$ ***(2002)***

36. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X está representada ao lado. Qual é o valor de a?

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	a	$2a$	a

$(A)\frac{1}{5}$ $(B)\frac{1}{4}$ $(C)\frac{1}{3}$ $(D)\frac{1}{2}$ ***(2002)***

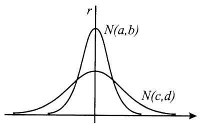
37. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis. Prove que $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P(\overline{A})-P(B)+P(A/B)\times P(B)$. ***(2002)***

38. Das raparigas que moram em Vale do Rei, sabe-se que: a quarta parte tem olhos verdes; a terça parte tem cabelo louro; das que têm cabelo louro, metade tem olhos verdes.

a) Escolhendo aleatoriamente uma rapariga de Vale de Rei, qual é a probabilidade de ela não ser loura nem ter olhos verdes? Se lhe for útil, utilize a igualdade da questão anterior.

b) Admita agora que em Vale do rei moram 120 raparigas. Pretende-se formar uma comissão de cinco raparigas, para organizar um baile. Quantas comissões diferentes se podem formar com exatamente duas raparigas louras? ***(2002)***

39. Na figura estão representados os gráficos de duas distribuições normais. Qual das afirmações é verdadeira?



(A) a=c e b>d (B) a=c e b<d (C) a>c e b=d (D) a<c e b=d ***(2002)***

40. O João utiliza , o autocarro para ir de casa para a escola. Seja A o acontecimento: "O João vai de autocarro para a escola" e B o acontecimento: "O João chega atrasado à escola". Uma das igualdades abaixo indicadas traduz a seguinte afirmação: "Metade dos dias em que vai de autocarro para a escola, o João chega atrasado". Qual é essa igualdade?

(A) $P(A\cap B) = 0{,}5$ (B) $P(A\cup B) = 0{,}5$ (C) $P(A\mid B) = 0{,}5$ (D) $P(B\mid A) = 0{,}5$ ***(2002)***

41. Considere todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Escolhe-se ao acaso um desses números.

a) Determine a probabilidade de o número escolhido ter exatamente dois algarismos iguais a 1. (Resultado na forma de percentagem arredondado às unidades).

b) Determine a probabilidade de o número escolhido ter os algarismos todos diferentes e ser maior do que 9 800. (Resultado na forma de dízima, com 3 casas decimais). ***(2002)***

42. De todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as três condições seguintes:

- Começam por 9;
- Têm os algarismos todos diferentes;
- A soma dos quatro algarismos é par.

Quantos são esses números?

Uma resposta correta a este problema é $3\times 4\times {}^4\mathbf{A}_2+{}^4\mathbf{A}_3$. Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique porquê. ***(2002)***

43. Pretende-se dispor, numa prateleira de uma estante, seis livros, dois dos quais são de Astronomia. De quantas maneiras diferentes o podemos fazer, de tal forma que os dois primeiros livros, do lado esquerdo, sejam os de Astronomia?

(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 ***(2002)***

44. Na figura A está representado um dado equilibrado, cuja planificação se apresenta esquematizada na figura B.

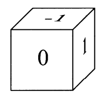


Figura A

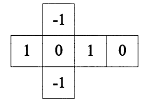


Figura B

Lança-se este dado duas vezes. Considere as seguintes variáveis aleatórias, associadas a esta experiência:

X_1: número saído no primeiro lançamento.
X_2: quadrado do número saído no segundo lançamento.
X_3: soma dos números saídos nos dois lançamentos.
X_4: produto dos números saídos nos dois lançamentos.

Valores da variável	-1	0	1
Probabilidades	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$

Uma destas quatro variáveis tem a seguinte distribuição de probabilidades: Qual delas?

(A) X_1 (B) X_2 (C) X_3 (D) X_4 ***(2002)***

45. Retirando, ao acaso, seis cartas de um baralho completo de 52 cartas, qual a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei ? ***(2002)***

46. De um baralho completo de 52 cartas extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. Sejam E_1, C_2 e F_2 os acontecimentos: E_1: *sair Espadas na primeira extração*; C_2: *sair Copas na segunda extração*; F_2: *sair uma figura na segunda extração*.

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((F_2\cap C_2)\mid E_1)$, e explique o raciocínio numa pequena composição com cerca de dez linhas. ***(2002)***

47. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset E$ e $B\subset E$). Tem-se que $P(A)=0.3$ e $P(B)=0.5$.

Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(A\cup B)$?

(A) 0,1 (B) 0,4 (C) 0,6 (D) 0,9 ***(2003)***

48. Numa caixa estão três cartões, numerados de 1 a 3.

Extraem-se ao acaso, e em simultâneo, dois cartões da caixa. Seja X o maior dos números saídos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X?

(A)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(B)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(2003)

49. No balcão de uma geladaria existe um recipiente com dez compartimentos, cinco à frente e cinco atrás, para colocar gelado. Em cada compartimento só é colocado um sabor, e nunca existem dois compartimentos com o mesmo sabor. Num certo dia, a geladaria tem sete sabores disponíveis: cinco são de fruta (morango, ananás, pêssego, manga e framboesa) e os outros dois são baunilha e chocolate.

a) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente?

b) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente, de tal forma que os cinco de fruta preencham a fila da frente? ***(2003)***

50. Considere duas caixas: caixa A e caixa B. A caixa A contém duas bolas verdes e cinco bolas amarelas. A caixa B contém seis bolas verdes e uma bola amarela.
Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.
Se sair face1, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa A.
Caso contrário tira-se, ao acaso, uma bola da caixa B.
Considere os acontecimentos: X – *Sair face par no lançamento do dado*; Y – *Sair bola verde*.
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de P(Y/X) e, numa pequena composição (cinco a dez linhas), justifique a sua resposta.
Nota: Comece por indicar o significado de P(Y/X), no contexto da situação descrita. ***(2003)***

51. O quarto número de uma linha do Triângulo de Pascal é 19 600.
A soma dos quatro primeiros números dessa linha é 20 876.
Qual é o terceiro número da **linha seguinte**?
(A) 1 275 (B) 1 581 (C) 2 193 (D) 2 634 ***(2003)***

52. Um saco contém bolas azuis, brancas e pretas. Tira-se, ao acaso, uma bola. Sejam os acontecimentos:
A: *a bola retirada é azul*; **B**: a bola retirada é branca. Qual das afirmações é verdadeira?
(A) **A** e **B** são contrários. (B) **A** e $\overline{\mathbf{B}}$ são contrários.
(C) **A** e **B** são incompatíveis. (D) **A** e $\overline{\mathbf{B}}$ são incompatíveis. ***(2003)***

53. O sangue humano está classificado em quatro grupos distintos: A, B, AB e O.
Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o fator Rhésus. Se o sangue de uma pessoa possui este fator, diz-se Rhésus positivo (Rh^+); se não possui este fator, diz-se Rhésus negativo (Rh^-). Na população portuguesa, os grupos sanguíneos e os respetivos Rhésus estão repartidos de acordo com a tabela:

	A	B	AB	O
Rh^+	40%	6,9%	2,9%	35,4%
Rh^-	6,5%	1,2%	0,4%	6,7%

a) Escolhido um português ao acaso, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo **não** ser o O? Apresente o resultado sob a forma de percentagem arredondado às unidades.

b) Escolhido um português ao acaso, e sabendo que é Rhésus negativo, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo ser o A? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às unidades. ***(2003)***

54. Considere o seguinte problema:
Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegados lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete. Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas? Numa pequena composição, explique que uma solução é $\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$. ***(2003)***

55. Considere a linha do Triângulo de Pascal em que o segundo elemento é 35. Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha. Qual a probabilidade de estes dois elementos serem iguais?
(A) $\frac{19}{{}^{35}C_2}$ **(B)** $\frac{19}{{}^{36}C_2}$ **(C)** $\frac{1}{{}^{35}C_2}$ **(D)** $\frac{18}{{}^{36}C_2}$ ***(2003)***

56. A Patrícia tem uma caixa com cinco bombons de igual aspeto exterior, mas só um é que tem licor. A Patrícia tira, ao acaso, um bombom da caixa, come-o e, se não for o que tem licor, experimenta outro. Vai procedendo desta forma até encontrar e comer o bombom com licor. Seja X a variável aleatória «*número de bombons sem licor que a Patrícia come*».
Qual é a distribuição de probabilidades da variável X?

(A)

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

(B)

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,4

(C)

x_i	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

(D)

x_i	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,4

(2003)

57. De um baralho de cartas, selecionam-se seis cartas do naipe de Espadas: Ás, Rei, Dama, Valete Dez e Nove. Dispõem-se as seis cartas, em fila, em cima de uma mesa.

a) Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que as duas cartas do meio sejam o Ás e o Rei (não necessariamente por esta ordem)?

b) Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que o Rei não fique ao lado da Dama? ***(2003)***

58. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Sabe-se que: $P(A \cap B)=0{,}1$; $P(A \cup B)=0{,}8$; PA/B)=0,25.
Prove que A e $\overline{\mathbf{A}}$ são acontecimentos equiprováveis. ***(2003)***

59. Qual das afirmações é **necessariamente** verdadeira?
(A) A soma das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1.
(B) O produto das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1.
(C) A soma das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1.
(D) O produto das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1. ***(2004)***

60. Uma pessoa vai visitar cinco locais, situados no Parque das Nações, em Lisboa: o Pavilhão de Portugal, o Oceanário, o Pavilhão Atlântico, a Torre Vasco da Gama e o Pavilhão do Conhecimento.
De quantas maneiras diferentes pode planear a sequência das cinco visitas, se quiser começar na Torre Vasco da Gama e acabar no Oceanário?
(A) 6 (B) 12 (C) 24 (D) 120 ***(2004)***

61. O João tem, no bolso, **seis** moedas: duas moedas de 1 euro e quatro moedas de 50 cêntimos.
O João retira, simultaneamente e ao acaso, **duas** moedas do bolso.

a) Seja X a quantia, em euros, correspondente às moedas retiradas pelo João. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X, apresentando as probabilidades na forma de fração irredutível.

b) Depois de ter retirado as duas moedas do bolso, o João informou a sua irmã Inês de que elas eram iguais. Ela apostou, então, que a quantia retirada era de 2 euros. Qual é a probabilidade de a Inês ganhar a aposta? Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível. ***(2004)***

62. De quantas maneiras distintas podem ficar sentados três rapazes e quatro raparigas num banco de sete lugares, sabendo que se sentam alternadamente por sexo, ou seja, cada rapaz fica sentado entre duas raparigas?
(A) 121 (B) 133 (C) 144 (D) 156 ***(2004)***

63. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Sabe-se que: $P(A)=0{,}3$; $P(A \cap B)=0{,}1$; $P(A \cup B)=0{,}8$. Qual é o valor de $P(\overline{B})$?
(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4 ***(2004)***

64. Lança-se um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6.

a) Considere os acontecimentos A - «***sai face par***» e B – «***sai um número menor do que 4***».
Indique o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Justifique a sua resposta.

b) Considere agora que o dado é lançado três vezes.
Qual é a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento?
Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às décimas. ***(2004)***

65. Considere o seguinte problema:
Um saco conte doze bolas, indistinguíveis ao tato: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número três. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso.
Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correta para este problema é $\frac{{}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$.

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.
NOTA: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis. ***(2004)***

66. Seja Ω o espaço de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam X e Y dois acontecimentos $(X \subset \Omega \text{ e } Y \subset \Omega)$.

Apenas uma das afirmações seguintes **não** é equivalente à igualdade $P(X \cap Y) = 0$. Qual?

(A) X e Y são acontecimentos incompatíveis.
(B) X e Y não podem ocorrer simultaneamente.
(C) Se X ocorreu, Y não pode ocorrer.
(D) X e Y são ambos impossíveis. ***(2005)***

67. A distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é dada pela tabela (*a* e *b* designam números reais).

x_i	0	2	4
$P(X=x_i)$	a	b	b

A média da variável aleatória X é igual a 1. Quais os valores de *a* e de *b*?

(A) $(A)\, a=\frac{1}{2}\,;\, b=\frac{1}{4}$ $\quad (B)\, a=\frac{3}{5}\,;\, b=\frac{1}{5}$ $\quad (C)\, a=\frac{2}{3}\,;\, b=\frac{1}{6}$ $\quad (D)\, a=\frac{1}{2}\,;\, b=\frac{1}{6}$ ***(2005)***

68. Num saco estão três bolas pretas e nove bolas brancas, indistinguíveis ao tato.
Extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, as doze bolas do saco. Determine:

a) a probabilidade de as duas primeiras bolas extraídas não serem da mesma cor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) A probabilidade de as três bolas pretas serem extraídas consecutivamente (umas a seguir às outras). Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2005)***

69. Considere um prisma regular em que cada base tem *n* lados.
Numa pequena composição, justifique que o número total de diagonais de todas as faces do prisma (incluindo as bases) é dado por $2\left({}^{n}C_2 - n\right) + 2n$. ***(2005)***

70. Considere duas caixas, A e B, cada uma delas contendo quatro bolas numeradas, tal como a figura abaixo ilustra. Extraem-se, ao acaso, **duas** bolas da caixa A e **uma** bola da caixa B.
Multiplicam-se os números das três bolas retiradas.
Qual é a probabilidade de o produto obtido ser um número par?

Caixa A   Caixa B

$(A)\ 0 \qquad (B)\ 1 \qquad (C)\ \frac{2\times 1}{{}^{4}C_2 \times {}^{4}C_1} \qquad (D)\ \frac{{}^{3}C_2 \times {}^{1}C_1}{{}^{4}C_2 \times {}^{4}C_1}$ ***(2005)***

71. Em cada uma das opções seguintes (A, B, C e D) estão representadas quatro figuras (as figuras são círculos ou quadrados e estão pintadas de branco ou de preto). Para cada opção, considere:

- A experiência que consiste na escolha de uma das quatro figuras;
- Os acontecimentos:
  X: «***a figura escolhida é um quadrado***»;
  Y: «***a figura escolhida está pintada de preto***».

Em qual das opções se tem $P(X\,|\,Y) = \frac{1}{2}$? ***(2005)***

(A) (B) (C) (D)

72. O João tem catorze discos de música ligeira: seis são portugueses, quatro são espanhóis, três são franceses e um é italiano.

a) O João pretende selecionar quatro desses catorze discos.
a.1) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os quatro discos selecionados sejam de quatro países diferentes, ou seja, um de cada país?
a.2) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os quatro discos selecionados sejam todos do mesmo país?

b) Considere agora a seguinte experiência: o João seleciona, ao acaso, quatro dos catorze discos.
Seja X a variável aleatória: «***número de discos italianos selecionados***».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração irredutível. ***(2005)***

73. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$. Sabe-se que P(A)=0,3.
Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a 0,3. Qual deles?

$(A)\ A \cup B \qquad (B)\ \overline{A} \cup B \qquad (C)\ A \cap B \qquad (D)\ \overline{A \cap B}$ ***(2006)***

74. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades. Indique o valor de *a*.

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{{}^{2005}C_{99}}{{}^{2006}C_{100}}$	$\frac{a}{{}^{2006}C_{100}}$

$(A)\ {}^{2005}C_{99} \qquad (B)\ {}^{2005}C_{100} \qquad (C)\ {}^{2006}C_{99} \qquad (D)\ {}^{2006}C_{100}$ ***(2006)***

75. a) Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim.
Dispomos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma.
Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas.
Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes **cinco** faces, de tal modo que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

b) Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. Oxyz, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação z=2.
Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta paralela ao eixo Oz? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2006)***

76. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao caso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda. Considere os acontecimentos: A: «*a primeira bola extraída é preta*»; B: «*a segunda bola extraída é branca*».

Sabe-se que $P(B\,|\,A) = \frac{1}{2}$ (P(B|A) designa probabilidade de B, se A).

Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita. ***(2006)***

77. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é (*a* designa um número real).

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	*a*	*a*	0,4

Qual é o valor médio desta variável aleatória?

(A) 1,1 (B) 1,2 (C) 1,3 (D) 1,4 ***(2006)***

78. Quatro raparigas e quatro rapazes entram num autocarro, no qual existem seis lugares sentados, ainda não ocupados. De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados esses seis lugares, supondo que ficam dois rapazes em pé?

(A) 3 560 (B) 3 840 (C) 4 180 (D) 4 320 ***(2006)***

79. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

a) Escolhem-se dois alunos ao acaso.
Qual é a probabilidade de a soma das idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Escolhe-se um aluno ao acaso.
Sejam A e B os acontecimentos A: «***o aluno tem 7 anos***» e B: «***o aluno é rapaz***».
Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula. ***(2006)***

80. Uma turma de 12º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos.
Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno.
Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.

Opção 1: X: «O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos»
Y: «O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos»
Opção 2: X: «O número do aluno escolhido é par»
Y: «O número do aluno escolhido é múltiplo de 4»
Opção 3: X: «O aluno escolhido tem 18 anos»
Y: «O aluno escolhido é rapariga»
Opção 4: X: «O aluno escolhido é rapaz»
Y: «O aluno escolhido tem 17 anos»

Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes: $P(X \cup Y) \rangle P(X)$, $P(X \cup Y) \langle 1$ e $P(X \cap Y) \rangle 0$.
Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, **justificando**, qual é a afirmação falsa). ***(2006)***

81. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo retângulo.
Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{{}^8C_2}$ (B) $\frac{12}{8^2}$ (C) $\frac{8}{{}^8C_2}$ (D) $\frac{8}{{}^8A_2}$ ***(2007)***

82. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola.
As cinco bolas, indistinguíveis ao tato, foram introduzidas num saco. Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita.
Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que ao fim da terceira extração, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 ***(2007)***

83. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números. Sejam os acontecimentos A: «*O número escolhido é múltiplo de 5*» e B: «*O número escolhido tem os algarismos todos diferentes*».
Averigue se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

b) Considere o seguinte problema:
De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?
Uma resposta correta a este problema é: ${}^9A_3 - {}^5A_3$. Numa pequena composição explique porquê. ***(2007)***

84. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A, B e C três acontecimentos $(A \subset \Omega,\ B \subset \Omega \text{ e } C \subset \Omega)$ tais que $(A \cup B) \cap C = \varnothing$.
Sabe-se que P(A)=0,21 e que P(C)=0,47. Calcule $P(A \cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades. ***(2007)***

85. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro.
Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$ ***(2007)***

86. Lançam-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ ***(2007)***

87. De um baralho de cartas, selecionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes.
Retiram-se, ao caso, duas cartas de cada grupo (sem reposição).
Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe? Apresente a resposta na forma de fração irredutível. ***(2007)***

88. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y, sabe-se que $P(X) = a$, $P(Y) = b$ e X e Y são independentes.

a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1 - a - b + a \times b$.

b) Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo. Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$. Admita que os acontecimentos «***tirar um iogurte de pêssego***» e «***tirar um sumo de laranja***» são independentes.
Utilizando a expressão mencionada em a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2007)***

89. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso.
Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ ***(2008)***

90. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$. Sabe-se que $P(A \cup B) = 80\%$, $P(B) = 60\%$ e $P(A \cap B) = 10\%$.
Qual é o valor de $P(A)$? (P designa probabilidade).

(A) 10% (B) 20% (C) 30% (D) 40% ***(2008)***

91. Admita que a variável peso, expressa em gramas, das maçãs de um pomar é bem modelada por uma distribuição normal N(60;5), em que 60 é o valor médio e 5 é o valor do desvio-padrão da distribuição. Retira-se, ao acaso, uma dessas maçãs. Considere os acontecimentos:
A : «o peso da maçã retirada é superior a 66 gramas»
B : «o peso da maçã retirada é inferior a 48 gramas»
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
(A) $P(A)=P(B)$ (B) $P(A)<P(B)$ (C) $P(B)<P(A)$ (D) $P(A)+P(B)=1$ ***(2008)***

92. Uma turma do 12.º ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.
a) Os alunos da turma decidiram vender rifas, para angariarem fundos para a viagem.
A numeração das rifas é uma sequência de três algarismos (como, por exemplo, 099), iniciando-se em 000. De entre as rifas, que foram todas vendidas, será sorteada uma, para atribuir um prémio.
Qual é a probabilidade de a rifa premiada ter um único algarismo cinco?
Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às centésimas.
b) A turma é constituída por doze raparigas e dez rapazes, que pretendem formar uma comissão organizadora da viagem. Sabe-se que a comissão terá obrigatoriamente três raparigas e dois rapazes. A Ana e o Miguel, alunos da turma, não querem fazer parte da comissão em simultâneo.
Explique, numa composição, que o número de comissões diferentes que se pode formar é dado por:

$$^{12}C_3\times {}^{10}C_2-{}^{11}C_2\times 9$$

(2008)

93. Em duas caixas, A e B, introduziram-se bolas indistinguíveis ao tato: na caixa A algumas bolas verdes e algumas bolas azuis; na caixa B três bolas verdes e quatro azuis.
Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa A e coloca-se na caixa B. De seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da caixa B. Sabendo que a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser azul é igual a $\frac{1}{2}$ mostre que a bola que foi retirada da caixa A e colocada na caixa B tinha cor verde. ***(2008)***

94. Ao disputar um torneio de tiro ao alvo, o João tem de atirar sobre o alvo quatro vezes. Sabe-se que, em cada tiro, a probabilidade de o João acertar no alvo é 0,8.
Qual é a probabilidade de o João acertar sempre no alvo, nas quatro vezes em que tem de atirar?
(A) 0,0016 (B) 0,0064 (C) 0,0819 (D) 0,4096 ***(2008)***

95. Uma caixa A contém duas bolas verdes e uma bola amarela. Outra caixa B contém uma bola verde e três bolas amarelas. As bolas colocadas nas caixas A e B são indistinguíveis ao tato.
Lança-se um dado cúbico perfeito, com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair o número 5, tira-se uma bola da caixa A; caso contrário, tira-se uma bola da caixa B. Qual é a probabilidade de a bola retirada ser verde, sabendo que saiu o número 5 no lançamento do dado?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{2}{3}$ ***(2008)***

96. Uma linha do Triângulo de Pascal tem quinze elementos.
Quantos elementos dessa linha são inferiores a 100?
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 ***(2008)***

97. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis $(A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega)$.
a) Prove que: $P(\overline{A}\cup\overline{B})=P(\overline{A})-P(B)+P(A\cup B)$
(P designa a probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B.)
b) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?
Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em a). Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo. ***(2008)***

98. Numa caixa temos três fichas com o número 1 e quatro fichas com o número 2, indistinguíveis ao tato.
Retiram-se, ao acaso e de uma só vez, duas fichas.
Seja X a variável aleatória: «a soma dos números inscritos nas duas fichas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.
Indique, justificando, o valor mais provável da variável X.
Apresente as probabilidades na forma de fração irredutível. ***(2008)***

99. De um baralho com 40 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus), em que cada naipe contém um Ás, uma Dama, um Valete, um Rei e seis cartas (do Dois ao Sete), foram dadas sucessivamente, ao acaso, seis cartas a um jogador, que as coloca na mão, pela ordem que as recebe.
Qual é a probabilidade de o jogador obter a sequência 2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei, nas cartas recebidas?
(A) $\frac{4^6}{^{40}A_6}$ (B) $\frac{4^6}{^{40}C_6}$ (C) $\frac{1}{^{40}A_6}$ (D) $\frac{1}{^{40}C_6}$ ***(2009)***

100. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $(A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega)$.
Sabe-se que: $P(A)=0{,}3$ $P(B)=0{,}4$ $P(A\cup B)=0{,}5$ (P designa probabilidade.)
Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ ***(2009)***

101. Considere uma variável aleatória X, cuja distribuição de probabilidades é dada pela tabela seguinte.
Qual é o valor de k?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

x_i	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{k}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{k}{4}$

(2009)

102. De um bilhete de lotaria sabe-se que o seu número é formado por sete algarismos, dos quais três são iguais a 1, dois são iguais a 4 e dois são iguais a 5 (por exemplo: 1551414).
Determine quantos números diferentes satisfazem as condições anteriores. ***(2009)***

103. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela.
Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
a) Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
b) Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:
A: «A 1.ª bola retirada é verde.» B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»
C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B\cap C)/A)$?
A resposta correta a esta questão é $P((B\cap C)/A)=\frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $(B\cap C)/A$, no contexto da situação descrita e fazendo referência: à Regra de Laplace; ao número de casos possíveis; ao número de casos favoráveis. ***(2009)***

104. A Maria gravou nove CD, sete com música rock e dois com música popular, mas esqueceu-se de identificar cada um deles. Qual é a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música rock e o outro ser de música popular?
(A) $\frac{7}{36}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{7}{18}$ ***(2009)***

105. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0,7 , a de ter classificação positiva no segundo teste é 0,8 , e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0,1. Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ ***(2009)***

106. Uma certa linha do Triângulo de Pascal é constituída por todos os elementos da forma ${}^{14}C_p$.

Escolhido, ao acaso, um elemento dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser o número 14 ?

(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{14}$ (C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{4}{15}$

107. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$ e $P(B) \neq 0$.

Mostre que $1 - P(A/B) \times P(B) - P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$.

(P designa probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A, e P(A|B) designa a probabilidade de A dado B.) ***(2009)***

108. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus).

Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

a) Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas. Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última sejam ases, e as restantes sejam figuras?

b) Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem.

Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exatamente dois ases?

Uma resposta correta a esta questão é $\frac{{}^{4}C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência: à Regra de Laplace; ao número de casos possíveis; ao número de casos favoráveis. ***(2009)***

109. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$. Sabe-se que: $P(A) = 30\%$; $P(A \cup B) = 70\%$; A e B são incompatíveis. Qual é o valor de P(B)?

(A) 21% (B) 40% (C) 60% (D) 61% ***(2010)***

110. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma ação de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa ação.

Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exatamente, os três amigos?

(A) $\frac{1}{{}^{10}A_3}$ (B) $\frac{3}{{}^{10}A_3}$ (C) $\frac{1}{{}^{10}C_3}$ (D) $\frac{3}{{}^{10}C_3}$ ***(2010)***

111. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	2a	a

Qual das igualdades seguintes é verdadeira, considerando os valores da tabela?

(A) P(X = 0) = P(X > 1) (B) P(X = 0) = P(X = 2)
(C) P(X = 0) = P(X = 3) (D) P(X < 2) = P(X = 3) ***(2010)***

112. Dos alunos de uma escola, sabe-se que:

a quinta parte dos alunos tem computador portátil; metade dos alunos não sabe o nome do diretor; a terça parte dos alunos que não sabe o nome do diretor tem computador portátil.

a) Determine a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, não ter computador portátil e saber o nome do diretor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Admita que essa escola tem 150 alunos. Pretende-se formar uma comissão de seis alunos para organizar a viagem de finalistas. Determine de quantas maneiras diferentes se pode formar uma comissão com, exatamente, quatro dos alunos que têm computador portátil. ***(2010)***

113. Considere o problema seguinte:

«Num saco, estão dezoito bolas, de duas cores diferentes, de igual tamanho e textura, indistinguíveis ao tato. Das dezoito bolas do saco, doze bolas são azuis, e seis bolas são vermelhas.

Se tirarmos duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, qual é a probabilidade de elas formarem um par da mesma cor?»

Uma resposta correta para este problema é $\frac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$. Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir: uma referência à regra de Laplace; uma explicação do número de casos possíveis; uma explicação do número de casos favoráveis. ***(2010)***

114. Uma caixa contém bolas indistinguíveis ao tato e de duas cores diferentes: azul e roxo.

Sabe-se que: o número de bolas azuis é 8; extraindo-se, ao acaso, uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$. Quantas bolas roxas há na caixa?

(A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4 ***(2010)***

115. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9. De entre estes números, quantos têm, exatamente, três algarismos 5?

(A) ${}^{5}C_3 \times {}^{4}A_2$ (B) ${}^{5}C_3 \times 4^2$ (C) ${}^{5}A_3 \times 4^2$ (D) ${}^{5}A_3 \times {}^{4}C_2$ ***(2010)***

116. Na sequência seguinte, reproduzem-se os três primeiros elementos e os três últimos elementos de uma linha do Triângulo de Pascal: 1 15 105 ... 105 15 1. São escolhidos, ao acaso, dois elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de a soma desses dois elementos ser igual a 105?

(A) 1 (B) $\frac{1}{60}$ (C) $\frac{1}{120}$ (D) 0 ***(2010)***

117. A Figura 4 e a Figura 5 representam, respetivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B .

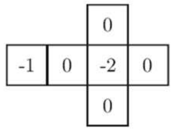


Figura 4

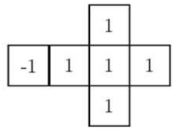


Figura 5

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados.

a) Seja X a variável aleatória «soma dos números saídos nas faces voltadas para cima, em cada um dos dados». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.

Apresente as probabilidades na forma de fração.

b) Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 4) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 5) é a ordenada desse ponto Q. Considere agora os acontecimentos:

J : «o número saído no dado A é negativo»; L: «o ponto Q pertence ao terceiro quadrante».

Indique o valor de P(L/J), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.

Apresente o resultado na forma de fração. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(L/J) no contexto da situação descrita. ***(2010)***

118. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$ e $P(B) \neq 0$.

Mostre que $\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\overline{A}/B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.(P designa probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A, e $P(\overline{A}/B)$ designa a probabilidade de $\overline{A}$ dado B.) ***(2010)***