119. Seja W o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) independentes, com P(A) ≠ 0.

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

$(A)\, P(A)+P(B)=1$ $(B)\, P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ $(C)\, P(A)\neq P(B)$ $(D)\, P(B/A)=P(B)$ ***(2011)***

120. O código de um autorrádio é constituído por uma sequência de quatro algarismos. Por exemplo, 0137
Quantos desses códigos têm dois e só dois algarismos iguais a 7?
(A) 486 (B) 810 (C) 432 (D) 600 ***(2011)***

121. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo exclusivamente para viagens cujos destinos sejam Berlim ou Paris.

a) Nove jovens decidem ir a Berlim e escolhem essa companhia aérea. Cada jovem paga o bilhete com cartão multibanco, ou não, independentemente da forma de pagamento utilizada pelos outros jovens. Considere que a probabilidade de um jovem utilizar cartão multibanco, para pagar o seu bilhete, é igual a 0,6. Determine a probabilidade de exatamente 6 desses jovens utilizarem cartão multibanco para pagarem o seu bilhete. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

b) A companhia aérea constatou que, quando o destino é Berlim, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia aérea vende têm por destino Berlim.
Determine a probabilidade de um passageiro, que comprou um bilhete a baixo custo nessa companhia aérea, perder o voo. Apresente o resultado na forma de dízima. ***(2011)***

122. Seja W o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com P(A) ≠ 0. Mostre que $P(B/A) \geq 1-\dfrac{1-P(B)}{P(A)}$. ***(2011)***

123. Os medicamentos produzidos num laboratório são embalados em caixas de igual aspeto exteriores e indistinguíveis ao tato. Um lote contém dez caixas de um medicamento X e vinte caixas de um medicamento Y. Desse lote, retiram-se, ao acaso, simultaneamente, quatro caixas para controlo de qualidade. Qual é a probabilidade de as caixas retiradas serem todas do medicamento Y?

$(A)\, \dfrac{^{10}C_4}{^{30}C_4}$ $(B)\, \dfrac{^{20}C_4}{^{30}C_4}$ $(C)\, \dfrac{4}{^{30}C_4}$ $(D)\, \left(\dfrac{2}{3}\right)^4$ ***(2011)***

124. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte. Sabe-se que a e b são números reais e $P(X\leq 1)=3P(X=5)$. Qual é o valor de b?

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$2a$	a	b	b	b	$\dfrac{1}{10}$

$(A)\, \dfrac{1}{10}$ $(B)\, \dfrac{4}{15}$ $(C)\, \dfrac{7}{30}$ $(D)\, \dfrac{1}{5}$ ***(2011)***

125. Seja a um número real positivo e seja X uma variável aleatória com distribuição Normal N(0, 1).
Qual das igualdades seguintes é verdadeira? ***(2011)***

$(A)\, P\big(X\leq a)+P(X\geq -a\big)=0$ $(B)\, P\big(X\leq a)=P(X\geq -a\big)$ $(C)\, P\big(X\leq a)+P(X\geq -a\big)=1$ $(D)\, P\big(X\leq a)=P(X\rangle a\big)$

126. A MatFinance é uma empresa de consultoria financeira.

a) Dos funcionários da MatFinance, sabe-se que: 60% são licenciados; dos que são licenciados, 80% têm idade inferior a 40 anos; dos que não são licenciados, 10% têm idade inferior a 40 anos.
Determine a probabilidade de um desses funcionários, escolhido ao acaso, ser licenciado, sabendo que tem idade não inferior a 40 anos.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere o problema seguinte.
«Foi pedido a 15 funcionários da MatFinance que se pronunciassem sobre um novo horário de trabalho. Desses 15 funcionários, 9 estão a favor do novo horário, 4 estão contra, e os restantes estão indecisos. Escolhe-se, ao acaso, 3 funcionários de entre os 15 funcionários considerados. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os 3 funcionários, de forma que pelo menos 2 dos funcionários escolhidos estejam a favor do novo horário de trabalho?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas: Resposta I: $^{15}C_3 - {^6C_3}$; Resposta II: $6\times {^9C_2} + {^9C_3}$. **Apenas uma** está correta.

Elabore uma composição na qual: identifique a resposta correta; explique um raciocínio que conduza à resposta correta; proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorreta, de modo a torná-la correta; explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta. ***(2011)***

127. Seja W o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que: A e B são acontecimentos independentes; $P(\overline{A})=\dfrac{7}{10}$; $P(A\cup B)=\dfrac{3}{4}$. Qual é o valor de P(B)?

$(A)\, \dfrac{5}{14}$ $(B)\, \dfrac{9}{14}$ $(C)\, \dfrac{9}{20}$ $(D)\, \dfrac{11}{20}$ ***(2012)***

128. Para assistirem a um espetáculo, o João, a Margarida e cinco amigos sentam-se, ao acaso, numa fila com sete lugares.
Qual é a probabilidade de o João e a Margarida não ficarem sentados um ao lado do outro?

$(A)\, \dfrac{2\times 5!}{7!}$ $(B)\, \dfrac{5!}{7!}$ $(C)\, \dfrac{2}{7}$ $(D)\, \dfrac{5}{7}$ ***(2012)***

129. Numa caixa com 12 compartimentos, pretende-se arrumar 10 copos, com tamanho e forma iguais: sete brancos, um verde, um azul e um roxo. Em cada compartimento pode ser arrumado apenas um copo. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar os 10 copos nessa caixa? $(A)\ {}^{12}A_7 \times 3!$ $(B)\ {}^{12}A_7 \times {}^5C_3$ $(C)\ {}^{12}C_7 \times {}^5A_3$ $(D)\ {}^{12}C_7 \times {}^{12}A_3$ ***(2012)***

130. Numa escola, realizou-se um estudo sobre os hábitos alimentares dos alunos. No âmbito desse estudo, analisou-se o peso de todos os alunos. Sabe-se que: 55% dos alunos são raparigas; 30% das raparigas têm excesso de peso; 40% dos rapazes não têm excesso de peso.

a) Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz, sabendo que tem excesso de peso. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a escola onde o estudo foi realizado tem 200 alunos. Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos para representarem a escola num concurso. Determine a probabilidade de serem escolhidos duas raparigas e um rapaz. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

(2012)

131. Num saco estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, cada uma delas numerada com um número diferente: –2, –1, 0, 1 e 2. Extraem-se, ao acaso e em simultâneo, quatro bolas do saco.
Seja X a variável aleatória «produto dos números inscritos nas bolas extraídas».
A tabela de distribuição de probabilidades da variável X é a seguinte.
Elabore uma composição na qual: explique os valores da variável X e justifique cada uma das probabilidades.

x_i	0	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$

(2012)

132. O código de acesso a uma conta de e-mail é constituído por quatro letras e três algarismos. Sabe-se que um código tem quatro «a», dois «5» e um «2», como, por exemplo, o código 2aa5a5a.
Quantos códigos diferentes existem nestas condições?
(A) 105 (B) 210 (C) 5040 (D) 39

(2012)

133. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

Sabe-se que: *a* e *b* são números reais; o valor médio da variável aleatória X é $\frac{35}{24}$.

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	b^3	a	$2a$

Qual é o valor de *b*?

$(A)\ \frac{1}{4}$ $(B)\ \frac{1}{3}$ $(C)\ \frac{1}{2}$ $(D)\ \frac{1}{5}$

(2012)

134. Numa certa linha do triângulo de Pascal, o penúltimo elemento é 111.Escolhe-se, ao acaso, um elemento dessa linha. Qual é a probabilidade de esse elemento ser maior do que 10^5?

$(A)\ \frac{3}{56}$ $(B)\ \frac{53}{56}$ $(C)\ \frac{2}{37}$ $(D)\ \frac{35}{37}$ ***(2012)***

135. A empresa AP comercializa pacotes de açúcar.

a) Seja Y a variável aleatória «massa, em gramas, de um pacote de açúcar comercializado pela empresa AP».
A variável aleatória Y segue uma distribuição normal de valor médio 6,5 gramas e desvio padrão 0,4 gramas. Um pacote de açúcar encontra-se em condições de ser comercializado se a sua massa estiver compreendida entre 5,7 gramas e 7,3 gramas.
Determine o valor aproximado da probabilidade de, em 10 desses pacotes de açúcar, exatamente oito estarem em condições de serem comercializados.
Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) Considere o problema seguinte.
«A empresa AP pretende aplicar, junto dos seus funcionários, um programa de reeducação alimentar. De entre os 500 funcionários da empresa AP vão ser selecionados 30 para formarem um grupo para frequentar esse programa. A Joana e a Margarida são irmãs e são funcionárias da empresa AP.
Quantos grupos diferentes podem ser formados de modo que, pelo menos, uma das duas irmãs, a Joana ou a Margarida, não seja escolhida para esse grupo?».
Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

$I)\ {}^{500}C_{30} - {}^{498}C_{28}$ $II)\ 2\times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30}$

Numa composição, apresente o raciocínio que conduz a cada uma dessas respostas.

(2012)

136. Seja W o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$, com $P(B) \neq 0$.

Mostre que $P(\overline{A \cap B} / B) + P(A / B) = 1$. ***(2012)***

137. Num grupo de 9 pessoas, constituído por seis homens e três mulheres, vão ser escolhidos três elementos para formarem uma comissão. Quantas comissões diferentes se podem formar com exatamente duas mulheres?

$(A)\ {}^3C_2$ $(B)\ 6\times {}^3C_2$ $(C)\ {}^9A_3$ $(D)\ 6\times {}^3A_2$ *(2013-1ª fase)*

138. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.
Sabe-se que: a e b são números reais e P(X>1)=P(X<2).
Qual é o valor médio da variável aleatória X?

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	a	2a	b	b

$(A)\ \frac{3}{2}$ $(B)\ \frac{7}{5}$ $(C)\ \frac{17}{9}$ $(D)\ \frac{19}{12}$ *(2013-1ª fase)*

139. Considere uma variável aleatória X com distribuição normal de valor médio 11 e desvio padrão σ. Sabe-se que σ é um número natural e que $P(X > 23) \approx 0,02275$. Qual é o valor de σ?
(A) 12 (B) 11 (C) 6 (D) 4 *(2013-1ª fase)*

140. Uma caixa contém apenas bolas brancas e bolas pretas, indistinguíveis ao tato. Todas as bolas estão numeradas com um único número natural. Sabe-se que:

- duas bolas em cada cinco são pretas; 20% das bolas pretas têm um número par; 40% das bolas brancas têm um número ímpar.

a) Retira-se, ao acaso, uma bola dessa caixa. Determine a probabilidade de essa bola ser preta sabendo que tem um número par. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Admita agora que a caixa tem n bolas. Extraem-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa. Determine n, sabendo que a probabilidade de ambas as bolas serem brancas é igual a $\frac{7}{20}$. *(2013-1ª fase)*

141. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$.

Sabe-se que: $P(B)=\frac{1}{4}$; $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=\frac{15}{16}$; $P\left(A\mid\overline{B}\right)=\frac{7}{12}$. Determine P(A). *(2013-1ª fase)*

142. Na figura ao lado, está representado um tabuleiro quadrado dividido em dezasseis quadrados iguais, cujas linhas são A, B, C e D e cujas colunas são 1, 2, 3 e 4. O João tem doze discos, nove brancos e três pretos, só distinguíveis pela cor, que pretende colocar no tabuleiro, não mais do que um em cada quadrado.
De quantas maneiras diferentes pode o João colocar os doze discos nos dezasseis quadrados do tabuleiro?

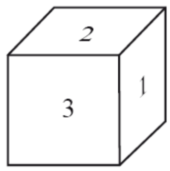
	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

$(A)\ {}^{16}C_{12}$ $\quad(B)\ {}^{16}C_9\times{}^{7}C_3$ $\quad C)\ {}^{16}A_{12}$ $\quad(D)\ {}^{16}A_9\times{}^{7}A_3$ *(2013-2ª fase)*

143. Considere a linha do triângulo de Pascal em que o produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento é 484.
Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um elemento dessa linha que seja superior a 1000 ?

$(A)\frac{15}{23}$ $\quad(B)\frac{6}{11}$ $\quad(C)\frac{17}{23}$ $\quad(D)\frac{8}{11}$ *(2013-2ª fase)*

144. Na Figura 3, está representado um dado cúbico, não equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 3, em que faces opostas têm o mesmo número. Lança-se o dado uma única vez e observa-se o número da face voltada para cima.
Sejam A e B os acontecimentos seguintes.



A: *«sair número ímpar»* B: *«sair número menor do que 3»*

Sabe-se que $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)-P\left(A\cap B\right)=\frac{5}{9}$ e que $P\left(B/A\right)=\frac{2}{7}$.

Determine a probabilidade de sair o número 3. *(2013-2ª fase)*

145. Numa conferência de imprensa, estiveram presentes 20 jornalistas.

a) Considere a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos 20 jornalistas presentes nessa conferência de imprensa. Seja X a variável aleatória *«número de jornalistas do sexo feminino escolhidos»*. A tabela de distribuição de probabilidades da variável X está representada ao lado.

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

Considere agora a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, dois dos 20 jornalistas presentes nessa conferência de imprensa. Seja Y a variável aleatória *«número de jornalistas do sexo feminino escolhidos»*. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável Y. Apresente as probabilidades na forma de fração.

b) Considere o problema seguinte.

«Admita que a conferência de imprensa se realiza numa sala, cujas cadeiras se encontram dispostas em cinco filas, cada uma com oito cadeiras. Todos os jornalistas se sentam, não mais do que um em cada cadeira, nas três primeiras filas. De quantas maneiras diferentes se podem sentar os 20 jornalistas, sabendo que as duas primeirasfilas devem ficar totalmente ocupadas?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

Resposta I) ${}^{20}C_{16}\times 16!\times{}^{8}A_4$ $\qquad$ Resposta II) ${}^{20}A_8\times{}^{12}A_8\times{}^{8}A_4$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas. *(2013-2ª fase)*

146. 28. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A\subset\Omega\ e\,B\subset\Omega\right)$. Sabe-se que: $P(A)=0,4$; $P(A\cap B)=0,2$; $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,8$. Qual é o valor de P(B)?

(A) 0,28 (B) 0,52 (C) 0,68 (D) 0,80 *(2014-1ª fase)*

147. Considere todos os números naturais de dez algarismos que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9. Quantos desses números têm exatamente seis algarismos 2 ?

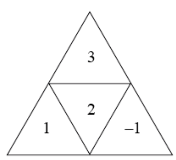
$(A)\ {}^{10}C_6\times 8^4$ $\quad(B)\ {}^{10}C_6\times{}^{8}A_4$ $\quad(C)\ {}^{10}A_6\times{}^{8}A_4$ $\quad(D)\ {}^{10}A_6\times 8^4$ *(2014-1ª fase)*

148. Uma caixa tem nove bolas distinguíveis apenas pela cor: seis pretas, duas brancas e uma amarela.

a) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas. Determine a probabilidade de as bolas retiradas não terem todas a mesma cor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere a caixa com a sua composição inicial e a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa uma bola de cada vez, ao acaso e sem reposição, até ser retirada uma bola preta. Seja X a variável aleatória «número de bolas retiradas dessa caixa». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração. *(2014-1ª fase)*

149. Na figura ao lado, está representada uma planificação de um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas com os números -1, 1, 2 e 3. Considere a experiência aleatória que consiste em lançar esse dado duas vezes consecutivas e registar, após cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.



A: «o número registado no primeiro lançamento é negativo»
B: «o produto dos números registados nos dois lançamentos é positivo»

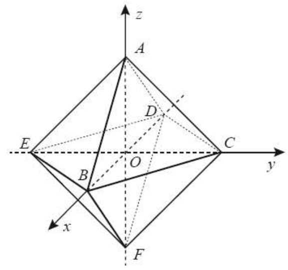
Elabore uma composição, na qual indique o valor de P(A|B) sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta, explique o significado de P(A|B) no contexto da situação descrita, explique o número de casos possíveis, explique o número de casos favoráveis e apresente o valor de P(A|B). *(2014-1ª fase)*

150. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \ e \ B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que: A e B são acontecimentos independentes; P(A)= 0,4 e $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0,48$. *(2014-2ª fase)*

Qual é o valor de P(B) ?

(A) 0,08 (B) 0,12 (C) 0,2 (D) 0,6

151. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. Oxyz, um octaedro [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados. Escolhem-se, ao acaso, três vértices desse octaedro. Qual é a probabilidade de esses três vértices definirem um plano paralelo ao plano de equação z = 5 ?



$(A)\frac{1}{{}^6C_3}$ $(B)\frac{4}{{}^6C_3}$ $(C)\frac{8}{{}^6C_3}$ $(D)\frac{12}{{}^6C_3}$ *(2014-2ª fase)*

152. Uma caixa tem seis bolas distinguíveis apenas pela cor: duas azuis e quatro pretas.

a) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas da caixa. À medida que são retiradas da caixa, as bolas são colocadas lado a lado, da esquerda para a direita. Determine a probabilidade de as duas bolas azuis ficarem uma ao lado da outra. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere, novamente, a caixa com a sua composição inicial.
Considere agora a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas. Seja X a variável aleatória «número de bolas azuis que existem no conjunto das três bolas retiradas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração. *(2014-2ª fase)*

153. Um dos termos do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$, $com \ x \neq 0$, não depende da variável x. Qual é esse termo?

(A) 10240 (B) 8064 (C) 1024 (D) 252 *(2014-2ª fase)*

154. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares.
De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?

(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60 *(2015-1ª fase)*

155. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que $P(A) = 0,4$ $P(\overline{B}) = 0,7$ $P(A \cup B) = 0,5$. Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

(A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,9 *(2015-1ª fase)*

156. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:
60% dos funcionários residem fora de Coimbra; os restantes funcionários residem em Coimbra.
Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:
o número de homens é igual ao número de mulheres; 30% dos homens residem fora de Coimbra.

a) Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.
Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários. Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa.
A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a $\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$.
Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada. Na sua resposta:
enuncie a regra de Laplace; explique o número de casos possíveis; explique o número de casos favoráveis. *(2015-1ª fase)*

157. A tabela de distribuição de probabilidades de uma certa variável aleatória *X* é (*a* designa um número real)
Qual é o valor médio desta variável aleatória?

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	a	$2a$	0,4

(A) 2,1 (B) 2,2 (C) 2,3 (D) 2,4

(2015-2ª fase)

158. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas. Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.
Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:
A: «a bola retirada é preta» B: «o número da bola retirada é um número par»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P\left(A \mid B\right)$?

$(A)\frac{2}{5}$ $(B)\frac{1}{2}$ $(C)\frac{3}{5}$ $(D)\frac{3}{4}$ *(2015-2ª fase)*

159. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$, com $P(A) \neq 0$.

Prove que $P(A \cup \overline{B}) - 1 + P(B) = P(A) \times P(B \mid A)$. *(2015-2ª fase)*