1.

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-1)^{-3} : \sqrt{9} = 3^{-2} \times (-1) : 3 = -3^{-2} : 3 = -3^{-3}$$

$$\left[\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^{-2} + \sqrt{\sqrt{16}} = \left(\frac{1}{2} : 3\right)^{-2} + \sqrt{4} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^{-2} + 2 = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38$$

$$(0,1)^2 \times 10^3 + \sqrt[3]{8} : (-2)^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 10^3 + 2 : \left(-\frac{1}{2}\right) = 10^{-2} \times 10^3 + 2 \times (-2) = 10 - 4 = 6$$

$$10^{-100} \times 2^{-100} : 24^{-2} \times 24^{96} = 24^{-100} : 24^{-2} \times 24^{96} = 24^{-98} \times 24^{98} = 24^0 = 1$$

$$\sqrt{10^{-2}} + \left(\frac{1}{5} : 2^{-1}\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2} + \left(\frac{1}{5} : \frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{5} \times 2\right)^{-2} = \frac{1}{10} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$$

$$= \frac{1}{10} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{10_{(2)}} + \frac{25}{4_{(5)}} = \frac{2}{20} + \frac{125}{20} = \frac{127}{20}$$

$$\left(10^{-70} + 3 \times 10^{-70}\right) : \left(2 \times 10^{-7}\right) = \left(4 \times 10^{-70}\right) : \left(2 \times 10^{-70}\right) = \frac{4 \times 10^{-70}}{2 \times 10^{-70}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\left(100^2\right)^0 + \sqrt[3]{\sqrt{64}} - 3 = 1 + \sqrt[3]{8} - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2^{-3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$$

$$1 - \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2^{-3}} \times 6^{-2} = 1 - \frac{1 - \frac{1}{4}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 1 - \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} \times \frac{1}{36} = 1 - \frac{24}{4} \times \frac{1}{36} = 1 - 6 \times \frac{1}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Resposta:

Uma	flor	pode
$\frac{1}{4}$	$\frac{127}{20}$	$\frac{5}{6}$
inspirar	um	sentimento
1	-3^{-3}	4
A	Matemática	fortalece
6	2	0
o	pensamento	
-1	38	

2.1. a)

$$f(x) = -\frac{1}{3} + 1_{(3)} - 2x + 5_{(3)} = -2x - \frac{1}{3} + \frac{3}{3} + \frac{15}{3} = -2x + \frac{17}{3}$$

Na forma canónica: $f(x) = -2x + \frac{17}{3}$

b)

$$g(x) = -\frac{x}{3} - 2 + x_{(3)} = -\frac{x}{3} + \frac{3x}{3} - 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

Na forma canónica: $g(x) = \frac{2}{3}x - 2$

2.2.

$$f\left(x\right)=g\left(x\right)\Leftrightarrow -2_{(3)}x+\frac{17}{3}=\frac{2}{3}x-2_{(3)}\Leftrightarrow -6x+17=2x-6\Leftrightarrow -6x-2x=-6-17\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -8x=-23\Leftrightarrow x=\frac{23}{8}$$

O conjunto-solução da equação é $S=\left\{\frac{23}{8}\right\}$

3.1. $-3x+1=2-2x-2x\Leftrightarrow -3x+2x+2x=2-1\Leftrightarrow x=1$
$S=\{1\}$. A equação é possível e determinada em $\mathbb{R}$.

3.2.

$$\frac{1}{2}x-1=x_{(2)}-\frac{x}{2}-1\Leftrightarrow x=2x-x\Leftrightarrow x-2x+x=0\Leftrightarrow 0x=0$$

$S=\mathbb{R}$. A equação é possível e indeterminada em $\mathbb{R}$.

3.3.

$$-3_{(2)}x+1_{(2)}=\frac{1}{2}x-4\Leftrightarrow -6x+2=x-8\Leftrightarrow -6x-x=-8-2\Leftrightarrow -7x=-10\Leftrightarrow x=\frac{10}{7}$$

$S=\left\{\frac{10}{7}\right\}$. A equação é possível e determinada em $\mathbb{R}$.

3.4.

$$1-\frac{x-1}{2}=1-\left(\frac{1}{2}x+3\right)\Leftrightarrow \frac{x-1}{2}=-\frac{1}{2}x+3_{(2)}\Leftrightarrow -x+1=-x-6\Leftrightarrow -x+x=-6-1\Leftrightarrow 0x=-7$$

$S=\varnothing$. A equação é impossível em $\mathbb{R}$.

3.5.

$$1-\frac{x-3}{2}-2\left(x-1\right)=0\Leftrightarrow 1_{(2)}-\frac{x-3}{2}-2_{(2)}x+2_{(2)}=0\Leftrightarrow 2-x+3-4x+4=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x-4x=-2-3-4\Leftrightarrow -5x=-9\Leftrightarrow x=\frac{9}{5}$$

$S=\left\{\frac{9}{5}\right\}$. A equação é possível e determinada em $\mathbb{R}$.

4.1.

$$\begin{cases} x-1=3 \\ -2x+1=5y \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=4 \\ -2\times 4+1=5y \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=4 \\ 5y=-7 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=4 \\ y=-\frac{7}{5} \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(4,\ -\frac{7}{5}\right)\right\}$$

4.2.

$$\begin{cases} 2x-1=y \\ -\frac{x}{2}+1=3y \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=2x-1 \\ -\frac{x}{2}+1=3\left(2x-1\right) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=2x-1 \\ -\frac{x}{2}+1_{(2)}=6_{(2)}x-3_{(2)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} y=2\times\frac{8}{13}-1 \\ x=\frac{8}{13} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{16}{13}-1 \\ x=\frac{8}{13} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{3}{13} \\ x=\frac{8}{13} \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(\frac{8}{13},\ \frac{3}{13}\right)\right\}$$

5.1.

$$-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}+\sqrt{8}=-5\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{6}{2}\sqrt{2}=-\frac{5}{2}\sqrt{2}$$

5.2.

$$\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}-2\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2-\left[\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times(-2)+(-2)^2\right]=$$

$$=2-1-\left(2-4\sqrt{2}+4\right)=1-6+4\sqrt{2}=-5+4\sqrt{2}$$

6. Considerando que:
x representa o custo de um caderno;
y representa o custo de uma calculador.
Vem:

$$\begin{cases}3x+2y=14,06\\x+3y=17,52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\,(17,52-3y)+2y=14,06\\x=17,52-3y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}52,56-9y+2y=14,06\\------\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-7y=-38,5\\------\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5,5\\x=17,52-3\times5,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5,5\\x=1,02\end{cases}$$

<u>Resposta</u>: Uma calculadora custa 5,50 euros.

Pág. 10

1.

$2<3$	$2+7$	$<$	$3+7$	$2+7=9$; $3+7=10$
$-2<3$	$-2+7$	$<$	$3+7$	$-2+7=5$
$-5<3$	$-5+7$	$<$	$3+7$	$-5+7=2$
$-8<3$	$-8+(-9)$	$<$	$3+(-9)$	$-8+(-9)=-17$; $3+(-9)=-6$
$a<b$	$a+c$	$<$	$b+c$	

2.

$3<5$	-3	$>$	-5
$-3<1$	3	$>$	-1
$-8<-6$	8	$>$	6
$a<b$	$-a$	$>$	$-b$

3.

$2<5$	2×3	$<$	5×3	$2\times3=6$; $5\times3=15$
$2<5$	$2\times(-3)$	$>$	$5\times(-3)$	$2\times(-3)=-6$; $5\times(-3=-15)$
$-3<-1$	-3×3	$<$	-1×3	$-3\times3=-9$; $-1\times3=-3$
$-3<-1$	$-3\times(-3)$	$>$	$-1\times(-3)=$	$-3\times(-3)=9$; $-1\times(-3)=3$
$a<b$	$a\times c$	$<$	$b\times c,\ c>0$	
$a<b$	$a\times c$	$>$	$b\times c$, $c<0$	

Pág. 12

Questão 1

1.1. $x+3>4\Leftrightarrow x+3+(-3)>4+(-3)\Leftrightarrow x>1$ Propriedade 1

1.2. $x-7>0\Leftrightarrow x-7+7>0+7\Leftrightarrow x>7$ Propriedade 1

1.3. $-x>-2\Leftrightarrow x<2$ Propriedade 2

1.4. $-\frac{1}{2}x>3\Leftrightarrow-\frac{1}{2}x\times(-2)<3\times(-2)\Leftrightarrow x<-6$ Propriedade 2

1.5. $3x-2<0\Leftrightarrow 3x-2+2<0+2$ Propriedade 1

$\Leftrightarrow 3x<2\Leftrightarrow 3x\times\frac{1}{3}<2\times\frac{1}{3}\Leftrightarrow x<\frac{2}{3}$ Propriedade 2

Questão 2

Não. Por exemplo, se $x=4$ e $y=3$, então $4+2<3+4$ e $4>3$.

Pág. 13

1.

$$a=\sqrt{2};\quad 2a=2\sqrt{2};\quad -a=-\sqrt{2}; a+\frac{1}{2}=\sqrt{2}+\frac{1}{2};\quad 1-a=1-\sqrt{2};\quad \frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}};\quad a^2=2$$

Como $1<\sqrt{2}<1,5$ $\left(\left(\sqrt{2}\right)^2 \text{ e } (1,5)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}>2\right)$, então:
$-\sqrt{2}$ e $1-\sqrt{2}$ são números negativos e $-\sqrt{2}<1<1-\sqrt{2}$;
$\frac{1}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}$ (o inverso de um número positivo maior que 1 é menor que o próprio número 1);

- $\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}>\sqrt{2}$;
- $\sqrt{2}+\frac{1}{2}<2$, pois $\sqrt{2}+\frac{1}{2}<\frac{3}{2}+\frac{1}{2}<2$;
- $2<2\sqrt{2}$

Resposta: $-a<1-a<\frac{1}{a}<a<a^2<2a$.

2.

$$a=-\frac{1}{3};\quad 2a=-\frac{2}{3};\quad -2a=\frac{2}{3};\quad a^3=-\frac{1}{27};\quad a^2=\frac{1}{9};\quad a+2=\frac{5}{3};\frac{1}{a}=-3$$

$$-\frac{1}{3}=-\frac{9}{27};\quad -\frac{2}{3}=-\frac{18}{27};\quad \frac{2}{3}=\frac{18}{27};\quad \frac{1}{9}=\frac{3}{27};\quad \frac{5}{3}=\frac{45}{27};\quad -3=-\frac{81}{27}$$

Resposta: $a+2>-2a>a^2>a^3>a>2a>\frac{1}{a}$

3.1. Se $x<1$, então $-\frac{1}{2}x>-\frac{1}{2}$.

3.2. Se $x<5$ e $y<3$, então $x+y<8$.

Pág. 14

1. $A=\{-2\ ,\ -1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,2\ ,\ 3\}$; $B=\{-2\ ,\ -1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\}$; $C=\{-1\ ,\ 0\ ,\ 1\}$

2. Por exemplo, 0,000 015. Há uma infinidade de números reais entre 0,000 01 e 0,000 02.

3. Não faz sentido porque são conjuntos infinitos.

Pág. 15

Questão 3

3.1. $A=[0\ ,\ 3]$

3.2. $B=]-1\ ,\ 5[$

3.3. $C=[-2\ ,\ 8[$

3.4. $D=]-4\ ,\ 4]$

3.5. $E=\left]-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{2}\right]$

3.6. $F=\left]-\frac{1}{5}\ ,\ \frac{10}{3}\right[$

3.7. $G=\left[\sqrt{2}\ ,\ 5\right[$

3.8. $H=[-10\ ,\ 100[$

3.9. $I=\left]-80\ ,\ \frac{200}{3}\right]$

Pág. 17

Questão 4

4.1. $A=]-1\ ,\ +\infty[$

4.2. $B=]-\infty\ ,\ 5[$

4.3. $C=\left[\frac{1}{2}\ ,\ +\infty\right[$

4.4. $D=\left]-\infty\ ,\ \sqrt{2}\right]$

1.1. $A=[0\ ,\ +\infty[$

1.2. $B=]-\infty\ ,\ 50]$

1.3. $C=\left]-\sqrt{2}\ ,\ +\infty\right[$

1.4. $D=]-\infty\ ,\ -10]$

2.1. $-1<x\leq 3$

2.2. $3\leq x<5$

2.3. $x>-1$

2.4.

$$-\frac{1}{2}<x\leq -\frac{1}{3}$$

2.5. $x \leq 5$ **2.6.** $-4 < x \leq 7$

3.1. $-5 + 7 = 2$. O intervalo pedido é $]-5\ ,\ 2]$. **3.2.** $4 - 12 = 8$. O intervalo pedido é $]-8\ ,\ 4]$.

Pág. 18

1.1. $[-3\ ,\ 5]$ **1.2.** $]2\ ,\ 3[$ **1.3.** $[0\ ,\ 6[$ **1.4.** $\left]-2\ ,\ \frac{1}{3}\right]$

2.1.

2.2.

2.3.

2.4.

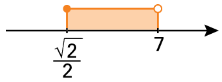
Pág. 19

Questão 5

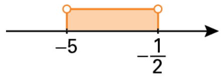
5.1.

5.2.

5.3.



5.4.

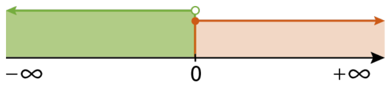


Pág. 20

Questão 6

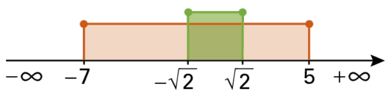
6.1. $A \cap B =]2\ ,\ 5[\ ;\quad A \cup B = IR =]-\infty\ ,\ +\infty[$

6.2. $A \cap B = \varnothing\ ;\quad A \cup B = IR =]-\infty\ ,\ +\infty[$

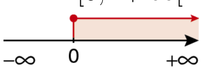


6.3. $A \cap B = \varnothing\ ;\quad A \cup B = [-1\ ,\ +3[\cup]3\ ,\ +\infty]$

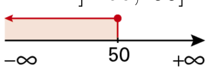
6.4. $A \cap B = \left[-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right]\ ;\quad A \cup B = [-7,\ 5]$



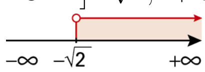
1.1. $A = [0,\ +\infty[$



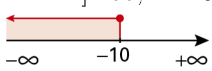
1.2. $B =]-\infty,\ 50]$



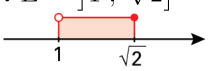
1.3. $C = \left]-\sqrt{2},\ +\infty\right[$



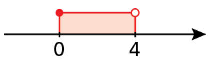
1.4. $D =]-\infty,\ -10]$



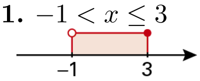
1.5. $E = \left]1\ ,\ \sqrt{2}\right]$



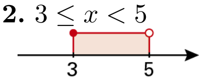
1.6. $F = [0\ ,\ 4[$



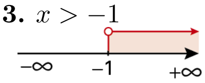
2.1. $-1 < x \leq 3$



2.2. $3 \leq x < 5$

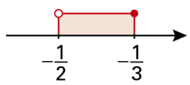


2.3. $x > -1$

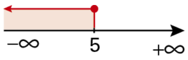


2.4.

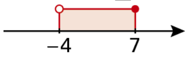
$$-\frac{1}{2} < x \leq -\frac{1}{3}$$



2.5. $x \leq 5$



2.6. $-4 < x \leq 7$



3.1. $]-\infty, 1[$; $x < 1$ **3.2.** $[-10, +\infty[$; $x = -10$

3.3. $[-100\ ,\ 200]$; $-100 \leq x \leq 200$

3.4. $\left]-1\ ,\ \sqrt{2}\right]$; $-1 < x \leq \sqrt{2}$

3.5. $[-1000\ ,\ 1000]$; $-1000 \leq x \leq 1000$

3.6.

$$\left[-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{1}{2}\right[\ ; -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$$

4.1. $A \cap B = [0\ ,\ 4]$; $A \cup B =]-2\ ,\ +\infty[$

4.2. $A \cap B = [-1\ ,\ 0] \cup \{3\}$; $A \cup B = [-3\ ,\ 5]$

4.3. $A \cap B =]-2\ ,\ 1[$; $A \cup B =]-\infty\ ,\ \pi]$

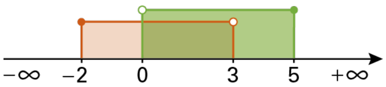
4.4. $A \cap B = [-20\ ,\ 40]$; $A \cup B = [-30\ ,\ 50[$

4.5.

$$A \cap B = \varnothing; \quad A \cup B = [-1\ ,\ 0] \cup \left]\frac{1}{2}\ ,\ +\infty\right[$$

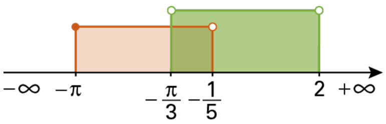
4.6. $A \cap B = \left[10^2\ ,\ 10^3\right]$; $A \cup B = \left[-10^3\ ,\ +\infty\right[$

5.1. $M \cap N =]0\ ,\ 3[$; $M \cup N = [-2\ ,\ 5]$

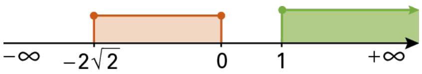


5.2.

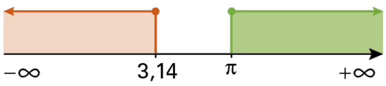
$$M \cap N = \left]-\frac{\pi}{3}\ ,\ -\frac{1}{5}\right[\ ; \quad M \cup N = [-\pi\ ,\ 2[$$



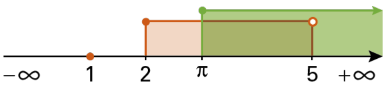
5.3. $M \cap N = \varnothing$; $M \cup N = \left[-2\sqrt{2}\ ,\ 0\right] \cup [1\ ,\ +\infty[$



5.4. $M \cap N = \varnothing$; $M \cup N =]-\infty\ ;\ 3,14] \cup [\pi\ ,\ +\infty[$



5.5 $M \cap N = [\pi\ ,\ 5[$; $M \cup N = \{1\} \cup [2\ ,\ +\infty[$

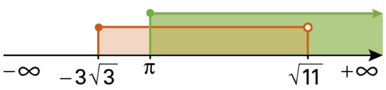


5.6.

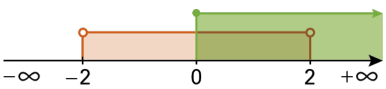
$$M \cap N =]-4\ ,\ 3] \cup \{\pi\}\ ; \quad M \cup N = \left]-\infty\ ,\ \frac{22}{7}\right]$$

6.1. $A = \left]-\pi\ ,\ \sqrt{7}\right[$; $B = \left[\sqrt{2}\ ,\ +\infty\right[$
$A \cap B = \left[\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{7}\right[$; $A \cup B =]-\pi\ ,\ +\infty[$

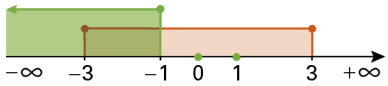
6.2. $A = \left[-3\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{11}\right[$; $B = [\pi\ ,\ +\infty[$
$A \cap B = \left[\pi\ ,\ \sqrt{11}\right[$; $A \cup B = \left[-3\sqrt{3}\ ,\ +\infty\right[$



6.3. $A =]-2\ ,\ 2[$; $B = [0\ ,\ +\infty[$
$A \cap B = [0\ ,\ 2[$; $A \cup B =]-2\ ,\ +\infty[$



6.4. $A = [-3\ ,\ 3]$; $\quad B =]-\infty\ ,\ -1] \cup \{0\ ,\ 1\}$
$A \cap B = [-3, -1] \cup \{0, 1\}$; $\quad A \cup B =]-\infty\ ,\ 3]$



Pág. 22

1. Nas opções **(A)** e **(B)** verifica-se a monotonia da adição.
Nas opções **(C)** e **(F)** verifica-se a monotonia parcial da multiplicação.
Na opção **(E)** a condição $x < 3$ é equivalente a $3 > x$.
Resposta: **(D)**

2.1 $x \longrightarrow$ Número em que o António pensou
$2x \longrightarrow$ Número que o António obteve depois de o multiplicar por 2.
A expressão que representa os números em que o António pode ter pensado é $2x > 6$.
Resposta: (C)

2.2. O António pensou num número maior do que 3.
Resposta: (D)

Pág. 24

Questão 7
Sejam $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 - 5$ e $g(x) = \frac{1}{2}x - x + 7$
Se escrevermos f e g na forma canónica, tem-se:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 - 5 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x - x + 7 = -\frac{1}{2}x + 7$$

Como os coeficientes de x das funções afins f e g não são distintos, a condição $-\frac{1}{2}x + 3 - 5 < \frac{1}{2}x - x + 7$ não é uma inequação do 1.° grau.

Pág. 25

Questão 8

8.1. $-x + 3 > 5x + 1 \Leftrightarrow -x - 5x > 1 - 3 \Leftrightarrow -6x > -2 \Leftrightarrow 6x < 2$

8.2. $5x - 1 < 3x - 7 \Leftrightarrow 5x - 3x < -7 + 1 \Leftrightarrow 2x < -6$

8.3.

$$\frac{2x-1}{3} > 7_{(3)} + 3_{(3)}x \Leftrightarrow 2x - 1 > 21 + 9x \Leftrightarrow 2x - 9x > 21 + 1 \Leftrightarrow -7x > 22 \Leftrightarrow 7x < -22$$

Pág. 26

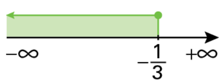
Questão 9

9.1.

$$\frac{1}{2}x < 3_{(2)} \Leftrightarrow x < 6$$

$S =]-\infty\ ,\ 6[$

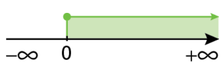
9.2.



$$-3x \geq 1 \Leftrightarrow 3x \leq -1 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{3}$$

$S =]-\infty\ ,\ -\frac{1}{3}]$

9.3.

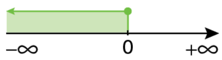


$$0 \leq \frac{1}{2}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

$S = [0\ ,\ +\infty[$

9.4. $-3x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

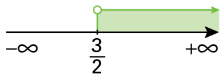
$S =]-\infty\ ,\ 0]$



9.5.

$$\frac{1}{3_{(3)}}x > \frac{1}{2_{(3)}} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$

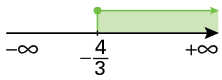
$$S = \left]\frac{3}{2}\ ,\ +\infty\right[$$



9.6.

$$-\frac{1}{4}x \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{4_{(4)}}x \geq -\frac{1}{3_{(4)}} \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$$

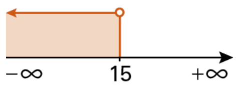
$$S = \left[-\frac{4}{3}\ ,\ +\infty\right[$$



Questão 10

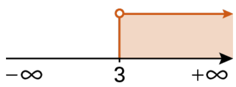
10.1. $x - 5 < 10 \Leftrightarrow x < 15$

Logo, $S =]-\infty\ ,\ 15[$



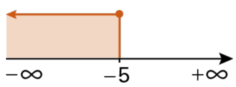
10.2. $9 < 3x \Leftrightarrow -3x < -9 \Leftrightarrow x > 3$

Logo, $S =]3\ ,\ +\infty[$



10.3. $-5x \geq 25 \Leftrightarrow x \leq -5$

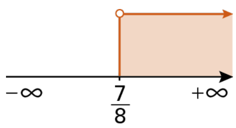
Logo, $S =]-\infty\ ,\ -5]$



10.4.

$$7x - 4 > -x + 3 \Leftrightarrow 8x > 7 \Leftrightarrow x > \frac{7}{8}$$

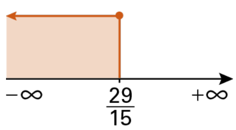
Logo, $S = \left]\tfrac{7}{8}\ ,\ +\infty\right[$



10.5.

$$-12 \leq -15x + 17 \Leftrightarrow 15x \leq 29 \Leftrightarrow x \leq \frac{29}{15}$$

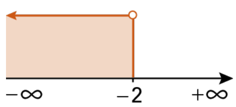
Logo, $S = \left]-\infty\ ,\ \tfrac{29}{15}\right]$



10.6. $-5x > -2\,(x-3) \Leftrightarrow -5x > -2x + 6 \Leftrightarrow -3x > 6$

$\Leftrightarrow x < -2$

Logo, $S =]-\infty, -2[$

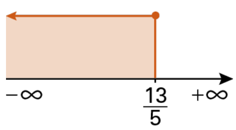


10.7.

$$\frac{x-1}{2_{(3)}} \leq \frac{1}{1_{(6)}} - \frac{x-2}{3_{(2)}} \Leftrightarrow 3x - 3 \leq 6 - 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 5x \leq 13 \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{5}$$

Logo, $S = \left]-\infty\ ,\ \tfrac{13}{5}\right]$

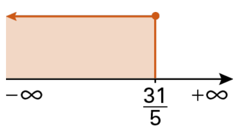


10.8.

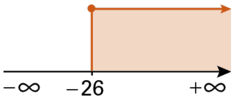
$$\frac{1-x}{2} \leq 1 - 3\,(x-5) \Leftrightarrow \frac{1-x}{2} \leq 1 - 3x + 15$$

$$\Leftrightarrow 1 - x \leq 2 - 6x + 30 \Leftrightarrow 5x \leq 31 \Leftrightarrow x \leq \frac{31}{5}$$

Logo, $S = \left]-\infty\ ,\ \tfrac{31}{5}\right]$



10.9.



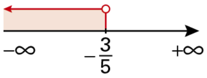
$$\frac{1-\frac{1}{2}x}{2} \leq 7 \Leftrightarrow \frac{\frac{2-x}{2}}{2} \leq 7$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x}{2} \leq 14 \Leftrightarrow 2-x \leq 28 \Leftrightarrow -x \leq 26 \Leftrightarrow x \geq -26$$

Logo, $S = [-26\ ,\ +\infty[$

Pág. 27

1.1.

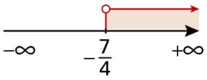


$$-3x+10 < -x+7-7x \Leftrightarrow -3x+x+7x < 7-10$$

$$\Leftrightarrow 5x < -3 \Leftrightarrow x < -\frac{3}{5}$$

$$S = \left]-\infty\ ,\ -\frac{3}{5}\right[$$

1.2.

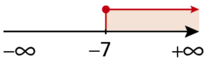


$$-8x-2 < -x+5-3x \Leftrightarrow -8x+x+3x < 5+2$$

$$\Leftrightarrow -4x < 7 \Leftrightarrow x > -\frac{7}{4}$$

$$S = \left]-\frac{7}{4}\ ,\ +\infty\right[$$

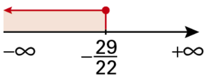
1.3. $-(x-1) \geq -2(x+3) \Leftrightarrow -x+1 \geq -2x-6$



$\Leftrightarrow -x+2x \geq -6-1 \Leftrightarrow x \geq -7$

$S = [-7, +\infty[$

1.4.

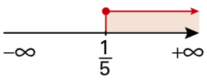


$$-\frac{5x}{1}_{(4)} - \frac{7}{1}_{(4)} \geq \frac{1}{2}x_{(2)} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow -20x-28 \geq 2x+1$$

$$\Leftrightarrow -20x-2x \geq 1+28 \Leftrightarrow -22x \geq 29 \Leftrightarrow x \leq -\frac{29}{22}$$

$$S = \left]-\infty\ ,\ -\frac{29}{22}\right]$$

1.5.

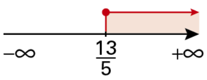


$$-\frac{1-x}{2}_{(3)} \geq -\frac{x+1}{3}_{(2)} \Leftrightarrow -3+3x \geq -2x-2$$

$$\Leftrightarrow 3x+2x \geq -2+3 \Leftrightarrow 5x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{5}$$

$$S = \left[\frac{1}{5}\ ,\ +\infty\right[$$

1.6.

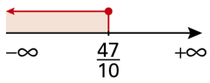


$$-2(x-3) \leq -\frac{1-x}{2} \Leftrightarrow -\frac{2x}{1_{(2)}} + \frac{6}{1}_{(2)} \leq -\frac{1-x}{2}$$

$$\Leftrightarrow -4x+12 \leq -1+x \Leftrightarrow -4x-x \leq -1-12 \Leftrightarrow -5x \leq -13 \Leftrightarrow x \geq \frac{13}{5}$$

$$S = \left[\frac{13}{5}\ ,\ +\infty\right[$$

1.7.

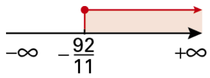


$$-3\,(x-5) \geq -\frac{2-x}{3} \Leftrightarrow -\frac{3x}{1}_{(3)} + \frac{15}{1}_{(3)} \geq -\frac{2-x}{3}$$

$$\Leftrightarrow -9x+45 \geq -2+x \Leftrightarrow -9x-x \geq -2-45 \Leftrightarrow -10x \geq -47 \Leftrightarrow x \leq \frac{47}{10}$$

$$S = \left]-\infty\ ,\ \frac{47}{10}\right]$$

1.8.

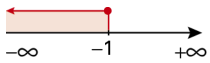


$$\frac{5\,(x+2)}{7} - \frac{2x-6}{5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5x+10}{7}_{(5)} - \frac{2x-6}{5}_{(7)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 25x+50-14x+42 \geq 0 \Leftrightarrow 11x \geq -92 \Leftrightarrow x \geq -\frac{92}{11}$$

$$S = \left[-\frac{92}{11}\ ,\ +\infty\right[$$

1.9.

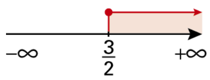


$$x+1 \leq \frac{3}{5}\,(x+1) \Leftrightarrow \frac{x}{1}_{(5)} + \frac{1}{1}_{(5)} \leq \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5x+5 \leq 3x+3 \Leftrightarrow 2x \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -1$$

$$S =]-\infty, -1]$$

1.10.



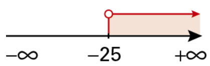
$$1 \leq \frac{1-2x}{3} + \frac{5\left(x+\frac{1}{2}\right)}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{1}_{(6)} \leq \frac{1-2x}{3}_{(2)} + \frac{5x+\frac{5}{2}}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{1}_{(2)} \leq \frac{2}{1}_{(2)} - \frac{4x}{1}_{(2)} + \frac{5x}{1}_{(2)} + \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow 12 \leq 4-8x+10x+5 \Leftrightarrow -2x \leq -3 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

$$S = \left[\frac{3}{2}\ ,\ +\infty\right[$$

1.11.

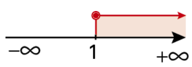


$$\frac{1}{6}\,(3x+10) > \frac{5}{12}\,(x-1) \Leftrightarrow \frac{3x}{6}_{(2)} + \frac{10}{6}_{(2)} > \frac{5x}{12} - \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow 6x+20 > 5x-5 \Leftrightarrow x > -25$$

$$S =]-25\ ,\ +\infty[$$

1.12.



$$-\frac{3}{2}\left(-\frac{x-1}{2}\right) \geq 1 - \frac{4-x}{3} \Leftrightarrow \frac{3x-3}{4}_{(3)} \geq \frac{1}{1}_{(12)} - \frac{4-x}{3}_{(4)}$$

$$\Leftrightarrow 9x-9 \geq 12-16+4x \Leftrightarrow 5x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$S = [1, +\infty[$$

2. As medidas dos lados do retângulo são números positivos.

O perímetro do retângulo é dado por:
$2x + 2\,(3x+1) = 2x + 6x + 2 = 8x + 2$
No contexto do enunciado, vem:
$8x + 2 \leq 82 \Leftrightarrow x > 0 \land 8x \leq 80 \Leftrightarrow x > 0 \land x \leq 10$
Resposta: $x \in]0\ ,\ 10]$.

3. Seja x o número de quilogramas de uvas que o Gaspar escolheu.
Tendo em conta o enunciado, vem:

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}x > 544 \Leftrightarrow \frac{x}{1_{(8)}} + \frac{3}{4_{(2)}}x + \frac{3}{8}x > \frac{544}{1_{(8)}} \Leftrightarrow 8x + 6x + 3x > 4352 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 17x > 4352 \Leftrightarrow x > \frac{4352}{17} \Leftrightarrow x > 256$$

Resposta: No mínimo, o Gaspar colheu 256 kg de uvas.

4.

$$\frac{72 + 67 + 82 + 79 + 2x}{6} \geq 60 \Leftrightarrow 300 + 2x \geq 360 \Leftrightarrow 2x \geq 60 \Leftrightarrow x \geq 30$$

Resposta: A classificação do teste deverá ser, pelo menos, 30 % (entre 30 % e 100 %, inclusive).

Pág. 28

$$C \geq -4 \Leftrightarrow \frac{5}{9}(F - 32) \geq -4 \Leftrightarrow 5F - 160 \geq -36 \Leftrightarrow 5F \geq 124 \Leftrightarrow F \geq \frac{124}{5} \Leftrightarrow F \geq 24,8^\circ$$

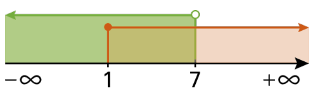
$$C \leq 39 \Leftrightarrow \frac{5}{9}(F - 32) \leq \frac{39}{1_{\ (9)}} \Leftrightarrow 5F - 160 \leq 351 \Leftrightarrow 5F \leq 511 \Leftrightarrow F \leq \frac{511}{5} \Leftrightarrow F \leq 102,2^\circ$$

Resposta: Em Viana do Castelo, em 2000, a temperatura mínima registada foi de 24,8 °F, em dezembro, e a temperatura máxima foi de 102,2 °F, em julho.

Pág. 29

Questão 11

11.1.



$$\frac{x-1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\frac{x-1}{2} < 3 \Leftrightarrow x - 1 < 6 \Leftrightarrow x < 7$$

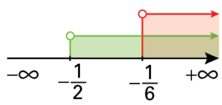
Resposta: $S = [1\ ,\ 7[$

11.2. $-2 < x + 3 \Leftrightarrow -x < 5 \Leftrightarrow x > -5$

$$\frac{1}{2}x - \frac{5}{1_{\,(2)}} < \frac{1}{1_{\,(2)}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x < 6 \Leftrightarrow x < 12$$

Resposta: $S = \mathbb{R}$

11.3.



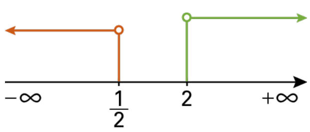
$$-\frac{1}{2} - \frac{5x}{1_{\ (2)}} < \frac{2}{1_{\,(2)}} \Leftrightarrow -1 - 10x < 4 \Leftrightarrow -10x < 5 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

$$\frac{3x}{1_{\ (2)}} - \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{1_{\,(2)}} \Leftrightarrow 6x - 1 \geq -2 \Leftrightarrow 6x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{6}$$

Resposta: $S = \left[-\frac{1}{6}\ ,\ +\infty\right[$

Pág. 30

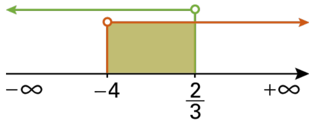
1.1. $-\frac{1}{2} < -x \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$



$-x < -2 \Leftrightarrow x > 2$

Resposta: S = { }

1.2.



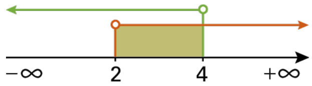
$-\dfrac{1}{3} < -\dfrac{1}{2}x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x < \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x < \dfrac{2}{3}$

$-\dfrac{1}{2}x < 2 \Leftrightarrow x > -4$

<u>Resposta</u>:

$S = \left]-4, \dfrac{2}{3}\right[$

1.3.

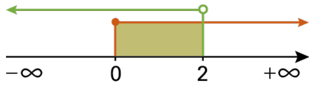


$0 < \dfrac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow 0 < \dfrac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}x < -1 \Leftrightarrow x > 2$

$\dfrac{1}{2}x - 1 < 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x < 2 \Leftrightarrow x < 4$

<u>Resposta</u>: $S =]2\ ,\ 4[$

1.4.

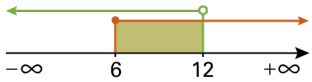


$0 < 1 - \dfrac{1}{2}x \Leftrightarrow 0 < 1 - \dfrac{1}{2}x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x < 1 \Leftrightarrow x < 2$

$1 - \dfrac{1}{2}x \leq 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

<u>Resposta</u>: $S = [0\ ,\ 2[$

1.5.



$-2 \leq \dfrac{1}{2}x - 5 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}x \leq -3 \Leftrightarrow x \geq 6$

$\dfrac{1}{2}x - 5 < 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x < 6 \Leftrightarrow x < 12$

<u>Resposta</u>: $S =[6\ ,\ 12[$

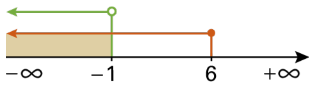
1.6.

$-5 \leq \dfrac{x+1}{4} \Leftrightarrow -5 \leq \dfrac{x+1}{4} \Leftrightarrow -20 \leq x+1 \Leftrightarrow -21 \leq x \Leftrightarrow x \geq -21$

$\dfrac{x+1}{4} \leq -2 \Leftrightarrow x+1 \leq -8 \Leftrightarrow x \leq -9$

<u>Resposta</u>: $S = [-21, -9]$

1.7.



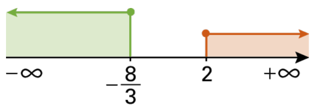
$\begin{cases} 2x - 3 \leq 9 \\ -x - \frac{1-x}{2} > 0 \end{cases}$

$2x - 3 \leq 9 \Leftrightarrow 2x \leq 12 \Leftrightarrow x \leq 6$

$-x - \dfrac{1-x}{2} > 0 \Leftrightarrow -2x - 1 + x > 0 \Leftrightarrow -x > 1 \Leftrightarrow x < -1$

<u>Resposta</u>: $S =]-\infty,\ -1[$

1.8.



$-2x \leq -4 \vee \dfrac{3}{8}x + 1 \leq 0$

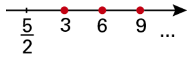
$-2x \leq -4 \Leftrightarrow x \geq 2$

$\dfrac{3}{8}x \leq -1 \Leftrightarrow x \leq -\dfrac{8}{3}$

<u>Resposta</u>:

$S = \left]-\infty\ ,\ -\dfrac{8}{3}\right] \cup [2\ ,\ +\infty[$

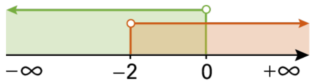
2.1.



$$-2x \leq -5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

<u>Resposta</u>: $S = \{3\ ,\ 6\ ,\ 9\}$

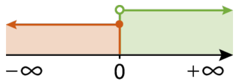
2.2.

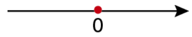


$$-\frac{1}{3}x > 0 \Leftrightarrow x < 0$$

<u>Resposta</u>: $S =]-2\ ,\ 0[$

2.3.

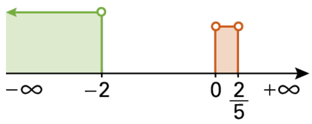




$$0 \leq \frac{1}{2}x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

<u>Resposta</u>: $S = \{0\}$

2.4.



$$\begin{cases} x < 2x \\ 0,5x < 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2x < 0 \\ x < \frac{0,2}{0,5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ x < \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$S_1 = \left]0\ ,\ \frac{2}{5}\right[$$

$$-\frac{1}{2}x > 1 \Leftrightarrow x < -2S_2 =]-\infty,\ -2[$$

<u>Resposta</u>:

$$S = S_1 \cup S_2\,]-\infty\ ,-2[\,\cup \left]0\ ,\ \frac{2}{5}\right[$$

3.1. Sabe-se que $\overline{FA} = \overline{AB} = 8$ cm. Logo $\overline{FB} = 16$ cm.

$$A_{[FBE]} = \frac{b \times h}{2}$$

$b = 16\ ; \quad h = x$

$$A = \frac{16 \times x}{2} = 8x$$

Logo, a área do triângulo $[FBE]$ é dada por $8x$.

3.2.

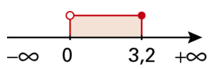
$$A_{[EBCD]} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$B = 8\ ; \ \ b = \overline{DE} = 8 - x\ ; \quad h = 8$

$$A = \frac{8 + 8 - x}{2} \times 8 = (16 - x) \times 4 = 64 - 4x$$

Logo, a área do trapézio $[EBCD]$ é dada por $64 - 4x$, c. q. m.

3.3.



$$64 - 4x \geq 2 \times 8x \Leftrightarrow 64 - 4x \geq 16x \Leftrightarrow -20x \geq -64 \Leftrightarrow x \leq \frac{-64}{-20} \Leftrightarrow x \leq 3,2$$

Como $x > 0$, $\ 0 \wedge x \leq 3,2$
<u>Resposta</u>: $x \in]0\ ;\ 3,2]$

Pág. 31

4.1. Por exemplo: Determina h de modo que a área do triângulo $[ABC]$ seja maior ou igual a 20 cm^2 e menor ou igual a 40 cm^2.

4.2.

$$20 \leq \frac{10h}{2} \leq 40 \Leftrightarrow 20 \leq 5h \leq 40 \Leftrightarrow \frac{20}{5} \leq h \leq \frac{40}{5} \Leftrightarrow 4 \leq h \leq 8$$

Logo, $S = [4\ ,\ 8]$.

5.1. $10 - x$ é a medida da base do retângulo $[ABCD]$.
Logo, $10 - x$ representa um número positivo, pelo que $10 - x > 0$.

5.2. $A_{[ABCD]} = 3\,(10 - x) = 30 - 3x$

$$A_{[BEC]} = \frac{x \times 3}{2} = \frac{3}{2}x$$

Vem,

$$30 - 3x \leq 3 \times \frac{3}{2}x \Leftrightarrow 60 - 6x \leq 9x \Leftrightarrow -15x \leq -60 \Leftrightarrow x \geq 4$$

Por outro lado, temos que $10 - x > 0 \Leftrightarrow -x > -10 \Leftrightarrow x < 10$.
Logo, $x \in [4\ ,\ 10[$.

6.1. A média dos cinco testes é dada por:

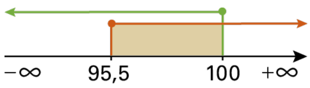
$$\frac{86 + 80 + 93 + 90 + 2x}{6} = \frac{349 + 2x}{6}$$

sendo x a classificação obtida no último teste. A Teresa obtém classificação "excelente" se verificar a seguinte conjunção de condições:

$$\begin{cases} \frac{349+2x}{6} \geq 90 \\ 0 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

6.2.

$$\begin{cases} \frac{349+2x}{6} \geq 90 \\ 0 \leq x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 349 + 2x \geq 540 \\ 0 \leq x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 191 \\ 0 \leq x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 95,5 \\ 0 \leq x \leq 100 \end{cases}$$



Resposta: No último teste, a Joana obteve uma classificação entre 95,5 e 100, inclusive.

7. O número de jogos que a Aimi tem de ganhar (x) é dado pela expressão,

$$0,5 < \frac{40 + x}{160} < 0,8$$

$$0,5 < \frac{40 + x}{160} \Leftrightarrow 0,8 < 40 + x \Leftrightarrow 40 < x \Leftrightarrow x > 40$$

$$\frac{40 + x}{160} < 0,8 \Leftrightarrow 40 + x < 128 \Leftrightarrow x < 88$$

Como $0 = x = 60$, $x \in]40,\ 60]$.
Resposta: A Aimi tem de ganhar mais de 40 jogos dos 60 que vai jogar.

Pág. 32

1.1. $l^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow l^2 = 8 \Leftrightarrow l = \pm\sqrt{8}$. Como $l > 0$, $l = \sqrt{8}$ ou $l = 2\sqrt{2}$ $\left(\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}\right)$.
Resposta: O comprimento do lado do quadrado é $\sqrt{8}$u. c. ou $2\sqrt{2}$u. c.

1.2. $\sqrt{8} \approx 2,8$
Resposta: O comprimento do lado do quadrado é, aproximadamente, 2,8 u. c.

1.3. $p = 4 \times \sqrt{8} = 4\sqrt{8} = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
Resposta: O perímetro do quadrado é $4\sqrt{8}$ u. c. ou $8\sqrt{2}$ u. c.

2.1. É a resposta da Tita, uma vez que nos cálculos intermédios usou um maior número de casas decimais.

2.2. Ao usar um maior número de casas decimais nos cálculos intermédios do que aquele que se pretende para resposta reduz-se o erro cometido ao efetuar as operações.

Pág. 34

Questão 12

12.1. $9^2 < 99 < 10^2$; $1,1 + 2,5 = 3,6$; $3,6 - 0,2 = 3,4$; $3,6 + 0,2 = 3,8$
Logo, o erro máximo cometido ao calcular $x + y$ é 0,2 é $x + y \in]3,4\ ;\ 3,8[$.

12.2. $0,1 + 0,2 = 0,3$; $1,1 + 2,5 = 3,6$; $3,6 - 0,3 = 3,3$; $3,6 + 0,3 = 3,9$
Logo, o erro máximo cometido ao calcular $x + y$ é 0,3 é $x + y \in]3,3\ ;\ 3,9[$.

Pág. 35

Questão 13

13.1. a) $10 - 0,2 < x < 10 + 0,2 \Leftrightarrow 9,8 < x < 10,2$
$2 - 0,4 < y < 2 + 0,4 \Leftrightarrow 1,6 < y < 2,4$
$9,8 \times 1,6 < xy < 10,2 \times 2,4 \Leftrightarrow 15,68 < xy < 24,48$

b) $15,68 < xy < 24,48$
$15,68 - 20 < xy - 20 < 24,48 - 20 \Leftrightarrow -4,32 < xy - 20 < 4,48$
$|-4,32| < |4,48|$
Logo, o erro máximo cometido ao calcular xy é 4,48.

13.2. a) $1 - 0,1 < x < 1 + 0,1 \Leftrightarrow 0,9 < x < 1,1$
$-4 - 0,1 < y < -4 + 0,1 \Leftrightarrow -4,1 < y < -3,9 \Leftrightarrow 3,9 < -y < 4,1$
$0,9 \times 3,9 < x \times (-y) < 1,1 \times 4,1 \Leftrightarrow 3,51 < x \times (-y) < 4,51 \Leftrightarrow -4,51 < xy < -3,51$
Logo, $xy \in]-4,51\ ;\ -3,51[$

b) $-4,51 < xy < -3,51 \Leftrightarrow -4,51 - (-4) < xy - (-4) < -3,51 - (-4) \Leftrightarrow -0,51 < xy - (-4) < 0,49$
$|-0,51| > |0,49|$
Logo, o erro máximo cometido ao calcular xy é 0,51.

Pág. 36

Questão 14

14.1. Sabe-se que $4^2 < 20 < 5^2$

$$4,45^2 = 19,8025\ ;\quad 4,47^2 = 19,9809\ ;\quad 4,48 = 20,070\,40$$

Como $4,47^2 < 20 < 4,48^2$, então $4,47 < \sqrt{20} < 4,48$.

14.3. $3\sqrt{11} = \sqrt{9 \times 11} = \sqrt{99}$; $9^2 < 99 < 10^2$; $9,8^2 = 96,04$; $9,9^2 = 98,01$; $10,0^2 = 100$
Como $9,9^2 < 99 < 10,0^2$, então $9,9 < \sqrt{99} < 10,0$, ou seja, $9,9 < 3\sqrt{11} < 10,0$.

Questão 15

15.1.

$$r = 0,1 = \frac{1}{10};\qquad 10^2 \times 3 = 300$$

$$17^2 < 10^2 \times 3 < 18^2 \Leftrightarrow \left(\frac{17}{10}\right)^2 < 3 < \left(\frac{18}{10}\right)^2$$

$$\frac{17}{10} < \sqrt{3} < \frac{18}{10} \Leftrightarrow 1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

Logo, $\sqrt{3} \in]1,7\ ;\ 1,8[$

15.2.

$$r = 0,1 = \frac{1}{10}\qquad 10^2 \times 5 = 500$$

$$22^2 < 10^2 \times 5 < 23^2 \Leftrightarrow \left(\frac{22}{10}\right)^2 < 5 < \left(\frac{23}{10}\right)^2$$

$$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

Logo, $\sqrt{5} \in]2,2\ ;\ 2,3[$

15.3.

$r = 0,1 = \dfrac{1}{10}; \qquad 10^2 \times 10 = 1000$

$31^2 < 10^2 \times 10 < 32^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{31}{10}\right)^2 < 10 < \left(\dfrac{32}{10}\right)^2$

$3,1 < \sqrt{10} < 3,2$

Logo, $\sqrt{10} \in]3,1\ ;\ 3,2[$

Pág. 37

Questão 16

16.1.

$r = 0,5 = \dfrac{1}{2}; \qquad 2^3 \times 2 = 16$

$2^3 < 2^3 \times 2 < 3^3 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{2}\right)^3 < 2 < \left(\dfrac{3}{2}\right)^3$

$1 < \sqrt[3]{2} < \dfrac{3}{2}$

Logo, $\sqrt[3]{2} \in \left]1,\ \frac{3}{2}\right[$

16.2.

$r = 0,5 = \dfrac{1}{2}; \qquad 2^3 \times 3 = 24$

$2^3 < 2^3 \times 3 < 3^3 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{2}\right)^3 < 3 < \left(\dfrac{3}{2}\right)^3$

$1 < \sqrt[3]{3} < \dfrac{3}{2}$

Logo, $\sqrt[3]{3} \in \left]1\ ,\ \frac{3}{2}\right[$

16.3.

$r = 0,5 = \dfrac{1}{2}; \qquad 2^3 \times 5 = 40$

$3^3 < 2^3 \times 5 < 4^3 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^3 < 5 < \left(\dfrac{4}{2}\right)^3$

$\dfrac{3}{2} < \sqrt[3]{5} < 2$

Logo, $\sqrt[3]{5} \in \left]\frac{3}{2}\ ,\ 2\right[$

Questão 17

$r = 0,1 = \dfrac{1}{10}; \qquad 10^3 \times 5 = 5000$

$17^3 < 10^3 \times 5 < 18^3 \Leftrightarrow \left(\dfrac{17}{10}\right)^3 < 5 < \left(\dfrac{18}{10}\right)^3$

$1,7 < \sqrt[3]{5} < 1,8$

Logo, $\sqrt[3]{5} \approx 1,7$

Pág. 38

1. $2,1 < x < 2,5\ ; \quad 5,2 < y < 5,6\ ; \quad 2,3 + 5,4 = 7,7$

1.1. $r = 2 \times 0,2 = 0,4$
$7,7 - 0,4 = 7,3\ ; \quad 7,7 + 0,4 = 8,1$
$7,3 < x + y < 8,1$
Logo, $x + y \in]7,3\ ;\ 8,1[$ e $r =$ 0,4

1.2. $2,3-5,4=-3,1$

$5,4-0,2<y<5,4+0,2 \Leftrightarrow -5,4-0,2<-y<-5,4+0,2$

Logo, $-5{,}4$ é uma aproximação de y com erro inferior a 0,2. $x-y=x+(-y)$

$r=2\times 0,2=0,4$

$-3,1-0,4=-3,5$; $-3,1+0,4=-2,7$

$-3,5<x-y<-2,7$

Logo, $x-y\in\,]-3,5\,;\,-2,7[$ e $r=0{,}4$

1.3. $2,3\times 5,4=12,42$

$$2,1\times 5,2<xy<2,5\times 5,6$$

$$10,92<xy<14,00$$

$$10,92-12,42<xy-12,42<14-12,42$$

$$-1,50<xy-12,42<1,58$$

$$|1,58|>|-1,5|$$

Logo, $x\,y\in\,]10,92\,;\,14[$ e $r=1{,}58$

2. Seja $2,9<x<3,1$ e $5,8<y<6,2$

2.1. $2,9+5,8<x+y<3,1+6,2$

$$8,7-9<x+y-9<9,3-9$$

$$-0,3<x+y-9<0,3$$

$$|-0,3|=|0,3|$$

Logo, o erro máximo cometido é de 0,3.

2.2.

$$2,9\times 5,8<xy<3,1\times 6,2$$

$$16,82<xy<19,22$$

$$-19,22<x\times(-y)<-16,82$$

$$-19,22-(-18)<x\times(-y)-(18)<-16,82-(18)$$

$$-1,22<x\times(-y)-(-18)<1,18$$

$$|-1,22|>|1,18|$$

Logo, o erro máximo cometido é de 1,22.

3.1.

$$r=0,25=\frac{1}{4};\qquad 4^2\times 3=48$$

$$6^2<4^2\times 3<7^2 \Leftrightarrow \left(\frac{6}{4}\right)^2<3<\left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\frac{3}{2}<\sqrt{3}<\frac{7}{4}$$

Logo, $\sqrt{3}\in\,]\frac{3}{2}\,,\,\frac{7}{4}[$

3.2.

$$r=0,25=\frac{1}{4};\qquad 4^2\times 10=160$$

$$12^2<4^2\times 10<13^2 \Leftrightarrow \left(\frac{12}{4}\right)^2<10<\left(\frac{13}{4}\right)^2$$

$$3<\sqrt{10}<\frac{13}{4}$$

Logo, $\sqrt{10}\in\,]3\,,\,\frac{13}{4}[$

3.3. $4^2 \times 20 = 320$

$$17^2 < 4^2 \times 20 < 18^2 \Leftrightarrow \left(\frac{17}{4}\right)^2 < 20 < \left(\frac{18}{4}\right)^2$$

$$\frac{17}{4} < \sqrt{20} < \frac{9}{2}$$

Logo, $\sqrt{20} \in \left]\frac{17}{4}\ ,\ \frac{9}{2}\right[$

4. $10^3 \times 3 = 3000$

$$14^3 < 10^3 \times 3 < 15^3 \Leftrightarrow \left(\frac{14}{10}\right)^3 < 3 < \left(\frac{15}{10}\right)^3 \Leftrightarrow 1,4 < \sqrt[3]{3} < 1,5$$

Logo, $\sqrt[3]{3} \in]1,4\ ;\ 1,5[$

5.

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 4 = 13$$

$$V_{\text{cubo}} = 12 : 3 = 4$$

A medida da aresta de cada cubo é $\sqrt[3]{4}$. Sabe-se que $10^3 \times 4 = 4000$. Assim, vem:

$$15^3 < 10^3 \times 4 < 16^3 \Leftrightarrow \left(\frac{15}{10}\right)^3 < 4 < \left(\frac{16}{10}\right)^3 \Leftrightarrow 1,5 < \sqrt[3]{4} < 1,6$$

Logo, a aresta de cada cubo deve medir 1,6 cm no mínimo.

Pág. 39

Agora é a tua vez

Sabemos que $1^2 = 1 < 3 < 4 = 2^2$
O primeiro algarismo é 1.
$1^2 \times 10^2 < 3 \times 10^2 < 2^2 \times 10^2$
$10^2 < 300 < 20^2$
Pelo método da dicotomia e observando que:
$15^2 = 225 < 300$; $17^2 = 289 < 300$; $18^2 = 324 > 300$ vem $17^2 < 3 \times 10^2 < 18^2 \Leftrightarrow 1,7 < \sqrt{3} < 1,8$
O segundo algarismo é 7.
$17^2 < 3 \times 10^2 < 18^2 \Leftrightarrow 17^2 \times 10^2 < 3 \times 10^2 \times 10^2 < 18^2 \times 10^2 \Leftrightarrow 170^2 < 3 \times 100^2 < 180^2$

$$3 \times 100^2 = 30\ 000$$

$$175^2 = 30\ 652\ ;\ 173^2 = 29\ 929\ ;\ 174^2 = 30\ 276$$

$$173^2 < 3 \times 100^2 < 174^2 \Leftrightarrow \left(\frac{173}{100}\right)^2 < 3 < \left(\frac{174}{100}\right)^2 \Leftrightarrow 1,73 < \sqrt{3} < 1,74$$

O terceiro algarismo é 4
Os três primeiros algarismos da representação de $\sqrt{3}$ na forma de dízimas são 1,7 e 3 $\left(\sqrt{3} = 1,73...\right)$.

Pág. 40

1. Na opção **(A)** aplica-se a monotonia da adição.

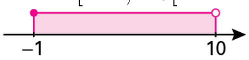
A afirmação **(B)** é falsa porque, por exemplo, $-3 < -2 \Rightarrow (-3)^2 > (-2)^2$ (a monotonia do quadrado só se aplica a números positivos).

Na opção **(C)** aplicou-se a monotonia do cubo.

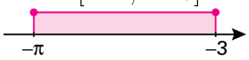
Na opção **(D)** aplicou-se a monotonia parcial da multiplicação.

<u>Resposta</u>: A opção correta é **(B)**.

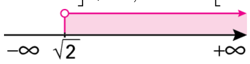
2.1. $A = [-1\ ,\ 10[$



2.2. $B = [-\pi\ ,\ -3]$

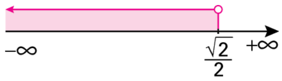


2.3. $C = \left]\sqrt{2}\ ,\ +\infty\right[$



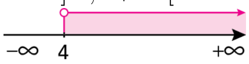
2.4.

$$D = \left]-\infty\ ,\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right[$$



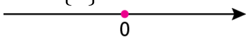
2.5. $x + 1 > 5 \Leftrightarrow x > 4$

$E =]4\ ,\ +\infty[$



2.6. $x^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = 0$

$F = \{0\}$

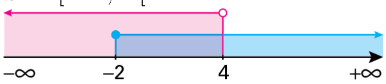


2.7. $x^2 \geq -4 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

$G = \mathbb{R}$

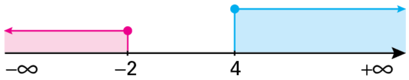
3.1. $x \geq -2 \wedge -x > -4 \Leftrightarrow x \geq -2 \wedge x < 4$

$S = [-2\ ,\ 4[$



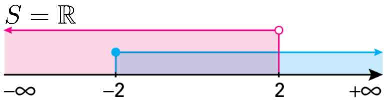
3.2. $b \leq -2 \wedge 4 \leq b \Leftrightarrow b \leq -2 \wedge b \geq 4$

$S = \varnothing$



3.3. $x \geq -2 \vee x < 2$

$S = \mathbb{R}$



3.4. $-1 < t < \sqrt{3}$

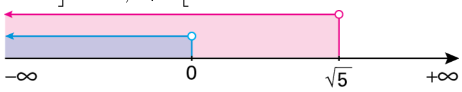
$S = \left]-1\ ,\ \sqrt{3}\right[$

3.5. $2\sqrt{2} \leq a \vee a < 3 \Leftrightarrow a \geq 2\sqrt{2} \vee a < 3$

$S = \mathbb{R}$

3.6. $\sqrt{5} > x \vee x < 0 \Leftrightarrow x < \sqrt{5} \vee x < 0$

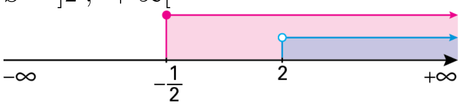
$S = \left]-\infty\ ,\ \sqrt{5}\right[$



3.7.

$$-2 > -x \wedge -2x \leq 1 \Leftrightarrow x > 2 \wedge x \geq -\frac{1}{2}$$

$S =]2\ ,\ +\infty[$



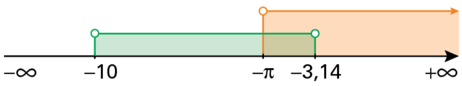
3.8. $x > 3 \vee (-1 < x \leq 4)$

$S =]-1\ ,\ +\infty[$

4.1. A opção correta é **(C)**.

4.2. O menor número inteiro que pertence ao intervalo é –2 e o maior é 3.

5.1.



<u>Resposta</u>: $A =]-\pi\ ;\ -3,14[$

5.2. $\pi = 3,14159...$

Por exemplo, o número racional –3,141 pertence ao conjunto A.

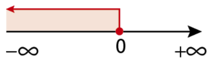
6.1. O único número natural que pertence ao conjunto A é 1.

6.2. Os números inteiros que pertencem ao conjunto A são –1, 0 e 1.

7. $\sqrt{7} = 2,64575...$

<u>Resposta</u>: A opção correta é **(A)**.

8.1.

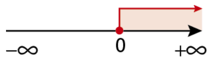


$$0 \leq -\frac{1}{2}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

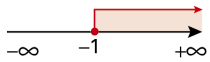
Resposta: $S =]-\infty, 0]$

8.2. $-5x + 4 \leq -4(x-1) \Leftrightarrow -5x + 4 \leq -4x + 4 \Leftrightarrow$
$-x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Resposta: $S = [0, +\infty[$



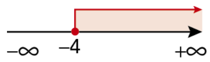
8.3.



$$\frac{2}{3}(x+1) \leq \frac{x}{1}_{(3)} + \frac{1}{1}_{(3)} \Leftrightarrow 2x + 2 \leq 3x + 3 \Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1$$

Resposta: $S = [-1, +\infty[$

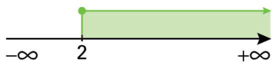
8.4.



$$\frac{2x-1}{2}_{(2)} - \frac{3x-6}{4} \geq 0 \Leftrightarrow 4x - 2 - 3x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$$

Resposta: $S = [-4, +\infty[$

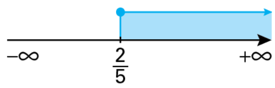
8.5.



$$\frac{1}{2} - \frac{x-1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow 1 - x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow -x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Resposta: $S = [2\ ,\ +\infty[$

8.6.

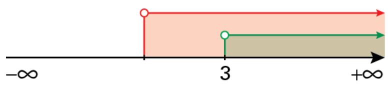


$$1 - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 1 - \frac{x-1}{3} \Leftrightarrow 1_{(\times 3)} - 2x_{(\times 3)} + 1 \leq 1 - \frac{x-1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3 - 6x \leq -x + 1 \Leftrightarrow -6x + x \leq 1 - 3 \Leftrightarrow -5x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$$

$$S = \left[\frac{2}{5}\ ,\ +\infty\right[$$

9.1.

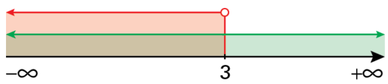


$$\frac{x+1}{2} > 2_{(\times 2)} \Leftrightarrow x + 1 > 4 \Leftrightarrow x > 3$$

$S =]3\ ,\ +\infty[$

9.2. $x^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq -1 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

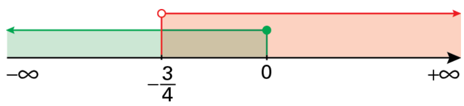
A inequação é possível em $\mathbb{R}$.



$$1_{(\times 2)} - \frac{x-1}{2} > 0 \Leftrightarrow 2 - x + 1 > 0 \Leftrightarrow -x > -3 \Leftrightarrow x < 3$$

$S =]-\infty\ ,\ -3[$

9.3.



$$\frac{x}{2} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$\frac{2x+3}{2} > -x_{(\times 2)} \Leftrightarrow 2x + 3 > -2x \Leftrightarrow 2x + 2x > -3 \Leftrightarrow 4x > -3 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4}$$

$S =]-\infty\ ,\ +\infty[$

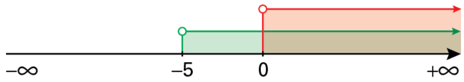
9.4.

$$\frac{x-1}{2} < 3_{(\times 2)} \Leftrightarrow x - 1 < 6 \Leftrightarrow x < 7$$

$$x^2 = 50 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{50}$$

$$S = \{-\sqrt{50}\}$$

9.5.



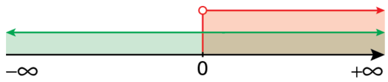
$$1-\frac{1}{4}(x-3) > \frac{1-x}{2} \Leftrightarrow 1_{(\times 2)} - \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} > \frac{1-x}{2_{(\times 2)}}$$

$\Leftrightarrow 4 - x + 3 > 2 - 2x \Leftrightarrow -x + 2x > 2 - 4 - 3 \Leftrightarrow x > -5$

$0 < 3x \Leftrightarrow -3x < 0 \Leftrightarrow x > 0$

$S = \left]-5\,,\ +\infty\right[$

9.6.



$$\frac{x-1}{2} - \frac{2(x-3)}{4} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{2} > 0$$

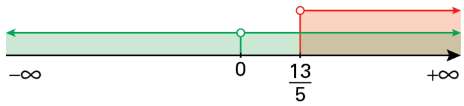
$\Leftrightarrow x - 1 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow 0x > -2 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

A inequação é possível em $\mathbb{R}$.

$x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$

$S = \left]-\infty\,,\ +\infty\right[$

9.7.



$$\frac{x-2}{3_{(\times 2)}} > 1_{(\times 6)} - \frac{x-1}{2_{(\times 3)}} \Leftrightarrow 2x - 4 > 6 - 3x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5x > 13 \Leftrightarrow x > \frac{13}{5}$$

$S = \left]-\infty\,,\ 0\right[\cup \left]0\,,\ +\infty\right[$

9.8.

$$\frac{-x-\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{3}(2x+3)}{3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x-1}{4_{(\times 9)}} - \frac{2x+3}{9_{(\times 4)}} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -18x - 9 - 8x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -26x \leq 21 \Leftrightarrow x \geq -\frac{21}{26}$$

$$S = \left[-\frac{21}{26}\,,\ 0\right[$$

10. Seja t o número de bonecas que a Luísa vai fazer.

Em cada boneca, a Luísa gasta 2 euros (100 euros : 50 = 2 euros) e tem um lucro de 3 euros (5 euros − 2 euros = 3 euros).

Assim, temos $3b \geq 180 \Leftrightarrow b \geq 60$

Resposta: No mínimo, a Luísa tem de fazer 60 bonecas.

11.1. A despesa da Teresa é dada pela expressão 10 + 1,5a, sendo a o número de anéis.

11.2.

$$10 + 1,5a < 20 \Leftrightarrow 1,5a < 10 \Leftrightarrow a < \frac{10}{1,5} \Leftrightarrow a < \frac{10}{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow a < \frac{20}{3} \Leftrightarrow a = 6\frac{2}{3}$$

Resposta: No máximo, a Teresa pode comprar 6 anéis.

12.1.

$$m = \frac{7 \times 15 + 3 \times 10}{10} = \frac{135}{10} = 13,5$$

Resposta: A Beatriz obteve uma classificação de 13,5.

12.2.

$$\frac{7 \times 9 + 3y}{10} \geq 12 \Leftrightarrow 63 + 3y \geq 120 \Leftrightarrow 3y \geq 57 \Leftrightarrow y \geq 19$$

Resposta: A Bárbara terá de obter, no mínimo, uma classificação de 19 na entrevista.

Pág. 42

13. O comprimento do terceiro está compreendido entre 5 cm
$(12 - 7 = 5)$ e 19 cm
$(12 + 7 = 19)$. Assim, $7 + 12 + 5 = 24$ e $7 + 12 + 19 = 38$.
Logo, o perímetro do triângulo varia entre 24 cm e 38 cm.

14. Seja x a quantia com que a avó da Ana e do Alexandre vai carregar os telemóveis destes.
A Ana passa a ter um saldo no telemóvel de $(5 + x)$ euros e o Alexandre passa a ter um saldo de $(15 + x)$ euros.
De acordo com o enunciado, vem:

$$5 + x \geq \frac{2}{3}(15 + x) \Leftrightarrow 5 + x \geq \frac{30}{3} + \frac{2x}{3} \Leftrightarrow 15 + 3x \geq 30 + 2x \Leftrightarrow x \geq 15$$

Resposta: A avó da Ana e do Alexandre terá de gastar, no mínimo, 15 euros.

15. $3000 \times 5\,\% = 150$. Com os 3000 euros a uma taxa de juro de $5\,\%$, a Patrícia recebe um juro de 150 euros.
No mínimo, terá de receber um juro de 120 euros
$(270 - 150 = 120)$ com os restantes 2000 euros.
Seja x a taxa de juro que vai investir.
Temos

$$2000x \geq 120 \Leftrightarrow x \geq \frac{120}{2000} \Leftrightarrow x \geq 0{,}06 \Leftrightarrow \text{x} \geq 6\,\%$$

Resposta: A Patrícia terá de investir os 2000 euros a uma taxa de $6\,\%$, no mínimo.

16.1. $p = \pi d$ ou $p = 2\pi r$

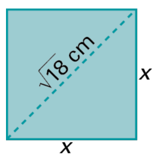
$$\pi d = 10 \Leftrightarrow d = \frac{10}{\pi}$$

Logo, $d \approx 3{,}183$; $r \approx 1{,}592$
Por defeito: r = 1,59 cm; d = 3,18 cm.
Por excesso: r = 1,60 cm; d = 3,19 cm.

16.2. $A = \pi r^2$

$$\pi r^2 = 50 \Leftrightarrow r^2 = \frac{50}{\pi}$$

Logo, $r = \sqrt{\frac{50}{\pi}} \approx 3{,}989$; $d \approx 7{,}979$
Por defeito: r = 3,98 cm; d = 7,97 cm.
Por excesso: r = 3,99 cm; d = 7,98 cm.



17.1. $x^2 + x^2 = \left(\sqrt{18}\right)^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$
Como $x > 0$, $x = 3$
Resposta: O lado do quadrado mede 3 cm.

17.2. a) $2\sqrt{18} \approx 8{,}485$ (por defeito)

b) $2 + \sqrt{18} \approx 6{,}242$ (por defeito)

c) $\sqrt{18} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{18} \approx 12{,}727$ (por defeito)

18.1. $\sqrt{150} \approx 12{,}2$; $12^2 = 144$ e $13^2 = 169$.
Logo, $12 < \sqrt{150} < 13$.

18.2. $\sqrt{258} \approx 16{,}1$; $16^2 = 256$ e $17^2 = 289$.
Logo, $16 < \sqrt{258} < 17$.

18.3. $\sqrt{1250} \approx 35{,}4$; $35^2 = 1225$ e $36^2 = 1296$.

Logo, $35 < \sqrt{1250} < 36$.

---

19. Por exemplo:

19.1. Números racionais: 20,1 ; 20,2 ; 20,12 ; 20,05 e 20,17
Números irracionais: $\sqrt{401}$, $\sqrt{402}$, $\sqrt{403}$, $\sqrt{404}$, $\sqrt{405}$

19.2. Números racionais: 12,52 ; 12,53 ; 12,54 ; 12,55 ; 12,56
Números irracionais: $\sqrt{157}$, $\sqrt{158}$, $\sqrt{159}$, $\sqrt{160}$, $\sqrt{161}$

20.1. $2 < x - 3 < 3 \Leftrightarrow 2 + 3 < x < 3 + 3 \Leftrightarrow 5 < x < 6$

20.2. $-2 < 1 - x < 1 \Leftrightarrow -2 - 1 < -x < 1 - 1 \Leftrightarrow -3 < -x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$

20.3.

$$-1 \leq 3 - \frac{x}{5} \leq 0 \Leftrightarrow -1 - 3 \leq -\frac{x}{5} \leq -3 \Leftrightarrow -4_{(\times 5)} \leq -\frac{x}{5} \leq -3_{(\times 5)} \Leftrightarrow -20 \leq -x \leq -15 \Leftrightarrow 15 \leq x \leq 20$$

20.4.

$$1 < -4x \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 4x < -1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq x < -\frac{1}{4}$$

21.1. $2,236 < \sqrt{5} < 2,237 \Leftrightarrow 2 + 2,236 < 2 + \sqrt{5} < 2 + 2,237 \Leftrightarrow 4,236 < 2 + \sqrt{5} < 4,237$
21.2. $2,236 < \sqrt{5} < 2,237 \Leftrightarrow -2,237 < -\sqrt{5} < -2,236 \Leftrightarrow 2 - 2,237 < 2 - \sqrt{5} < 2 - 2,236 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -0,237 < 2 - \sqrt{5} < -0,236$
21.3.

$$2,236 < \sqrt{5} < 2,237 \Leftrightarrow \frac{2,236}{2} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \frac{2,237}{2} \Leftrightarrow 1,181 + 1 < \frac{\sqrt{5}}{2} + 1 < 1,1185 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2,118 < \frac{\sqrt{5}}{2} + 1 < 2,1185$$

21.4.

$$2,236 < \sqrt{5} < 2,237 \Leftrightarrow \frac{1}{2,237} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{2,236} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{2237}{1000}} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{\frac{2236}{1000}} \Leftrightarrow \frac{1000}{2237} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{500}{1118}$$

22.1. Sendo $a \in \mathbb{R}^+$ e $b \in \mathbb{R}^-$, se $a < 5$, então $a\,b > 5b$
Aplicou-se a monotonia parcial da multiplicação.

22.2. Se $a \geq 4$, então $a + 2 \geq 6$
Aplicou-se a monotonia da adição.

22.3. Se $a < b$, então $a^3 < b^3$
Aplicou-se a monotonia do cubo.

22.4. Sendo $a,\ b \in \mathbb{R}^+$, se $a > b$, então $a^2 > b^2$
Aplicou-se a monotonia do quadrado.

23.1. $2 + 5 = 7$; $r = 2 \times \frac{1}{10} = 0,2$

$7 - 0,2 = 6,8$; $7 + 0,2 = 7,2$

Resposta: $x + y \in \left]6,8\ ;\ 7,2\right[$

23.2. Vimos que $1,9 < x < 2,1$ e $4,9 < x < 5,1$.
Logo,
$1,9 \times 4,9 < xy < 2,1 \times 5 \Leftrightarrow 9,31 < xy < 10,71$
Resposta: $xy \in \left]9,31\ ;\ 10,71\right[$

24. Sabemos que

- -3-0,3¡x¡-3+0,3⇔ $-3,3 < x < -2,7 \Leftrightarrow 2,7 < -x < 3,3$
- 4-0,4¡y¡4+0,4⇔ $3,6 < y < 4,4$

Tem-se:

$2,7 \times 3,6 < -xy < 3,3 \times 4,4 \Leftrightarrow 9,72 < -xy < 14,52 \Leftrightarrow -14,52 < xy < -9,72 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -14,52 - (-12) < xy - (-12) < -9,72 - (-12)$

$|-2,52| > |2,28|$

Resposta: O erro máximo que se comete ao aproximar xy por $-3 \times 4 = -12$ é 2,52.

25. $10^2 \times 10 = 1000$

$$31^2 < 10^2 \times 10 < 32^2 \Leftrightarrow \left(\frac{31}{10}\right)^2 < 10 < \left(\frac{32}{10}\right)^2 \Leftrightarrow 3,1 < \sqrt{10} < 3,2$$

26.

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 5^3 \times 2 = 250$$

$$6^3 < 5^3 \times 2 < 7^3 \Leftrightarrow \left(\frac{6}{5}\right) < 2 < \left(\frac{7}{5}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{6}{5} < \sqrt[3]{2} < \frac{7}{5}$$

Resposta: $\sqrt[3]{2} \in \left]\frac{6}{5}\ ,\ \frac{7}{5}\right[$ ou $\sqrt[3]{2} \in \left]1,2\ ;\ 1,4\right[$

27. $2^3 \times 4 = 32$

$$3^3 < 2^3 \times 4 < 4^3 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^3 < 4 < \left(\frac{4}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < \sqrt[3]{4} < 2$$

Resposta: $\sqrt[3]{4} \in \left]\frac{3}{2}\ ,\ 2\right[$ ou $\sqrt[3]{4} \in \left]1,5\ ;\ 2\right[$

28. $10^2 \times 8 = 800$

$$28^2 < 10^2 \times 8 < 29^2 \Leftrightarrow \left(\frac{28}{10}\right)^2 < 8 < \left(\frac{29}{10}\right)^{10} \Leftrightarrow 2,8 < \sqrt{8} < 2,9$$

Resposta: $\sqrt{8} \approx 2,9$

29. A medida do lado do quadrado é $\sqrt{0,5}$

$$10^2 \times 0,5 = 500$$

$$7^2 < 10^2 < 0,5 < 8^2 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{10}\right)^2 < 0,5 < \left(\frac{8}{10}\right)^2 \Leftrightarrow 0,7 < \sqrt{0,5} < 0,8$$

Resposta: A medida do lado do quadrado é, em centímetros, um valor que pertence ao intervalo $]0,7\ ;\ 0,8[$.

Pág. 44

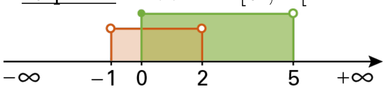
1.1. A afirmação é falsa.
Por exemplo, se $-3 < -2$, então $(-3)^2 > (-2)^2$ (a monotonia do quadrado é válida se $a,\ b \in \mathbb{R}^+$).

1.2. A afirmação é verdadeira, pois foi aplicada a monotonia do cubo.

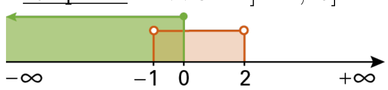
1.3. A afirmação é falsa.
Por exemplo, $-5 < -1$ e $-1 < 0$, mas $5 = -5 \times (-1) > -1 \times 0 = 0$

1.4. A afirmação é falsa.
Por exemplo, $-3 < -2$ e $-2 < 1$, mas $-3 - (-2) > -2 - 1$.

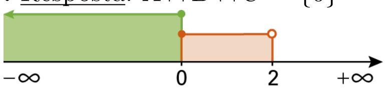
2.1. Reposta: $A \cap B = [0\ ,\ 2[$



2.2. Resposta: $A \cap C =]-1\ ,\ 0]$



2.3. Resposta: $A \cap B \cap C = \{0\}$



2.4. Resposta: $(A \cap B) \cup C =]-\infty\ ,\ 2[$

3. Para $x = -1$, vem: $2 - \frac{-1-2}{3} = 2 - \frac{-3}{3} = 2 + 1 = 3$

$4 + (-1) = 0$

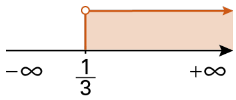
Logo, $2 - \frac{-1-2}{3} > 4 + (-1)$ é uma proposição falsa, pelo que -1 não é solução da inequação.

4.1.

$$1 - \frac{x-1}{2} > -2\,(x-1) \Leftrightarrow \frac{1}{1_{(2)}} - \frac{x-1}{2} > \frac{2x}{1_{(2)}} + \frac{2}{1_{(2)}}$$

$$\Leftrightarrow 2 - x + 1 > -4x + 4 \Leftrightarrow 3x > 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$$

Resposta: $S = \left]\frac{1}{3}\ ,\ +\infty\right[$

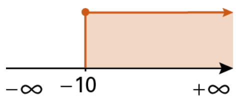


4.2.

$$\frac{1 - \frac{1}{2}x}{2} \leq \frac{3}{1_{(2)}} \Leftrightarrow \frac{1}{1_{(2)}} - \frac{1}{2}x \leq \frac{6}{1_{(2)}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 - x \leq 12 \Leftrightarrow -x \leq 10 \Leftrightarrow x \geq -10$$

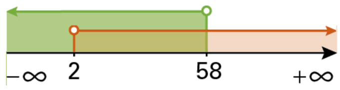
Resposta: $S = [-10\ ,\ +\infty[$



5.1.

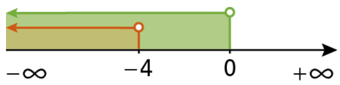
$$\begin{cases} -x + 3 > -55 \\ 0,1x > 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x > -58 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 58 \\ x > 2 \end{cases}$$

$S =]2\ ,\ 58[$



Resposta: O maior número inteiro que satisfaz a condição é 57.

5.2. $-x - 1 > 3 \vee -\frac{1}{2}x > 0 \Leftrightarrow -x > 4 \vee x < 0$
$\Leftrightarrow x < -4 \vee x < 0$
$S =]-\infty\ ,\ 0[$



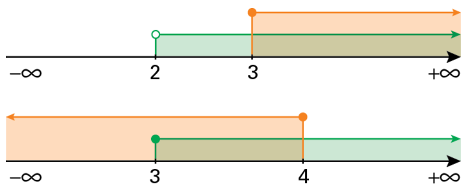
Resposta: O maior número inteiro que satisfaz a condição é -1.

5.3.

$$\begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ 1 - \frac{x-1}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 4 \\ 2 - x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

$1 - x < 3 - 2\,(x-1) \Leftrightarrow 1 - x < 3 - 2x + 2 \Leftrightarrow x < 4$
$S = [3\ ,\ 4[$



Resposta: O maior número inteiro que satisfaz a condição é 3.

6.1. A inequação pedida é $7,5x \leq 50$, onde x representa o número de ursinhos.

6.2.

$$7,5x \leq 50 \Leftrightarrow x \leq \frac{50}{7,5} \Leftrightarrow x \leq \frac{100}{15} \Leftrightarrow x \leq \frac{20}{3} \Leftrightarrow x \approx 6,7$$

Resposta: Pode comprar, no máximo, 6 ursinhos.

7.1. Tem-se que:
- $1 - 0,1 < x < 7 + 0,1 \Leftrightarrow 0,9 < x < 1,1$
- $2 - 0,1 < y < 2 + 0,1 \Leftrightarrow 1,9 < y < 2,1 \Leftrightarrow -2,1 < -y < -1,9$

Assim, $0,9 - 2,1 < x - y < 1,1 - 1,9 \Leftrightarrow -1,2 < x - y < -0,8$
Resposta: $x - y \in \left]-1,2\ ;\ -0,8\right[$

7.2. $0,9 < x < 1,1$
$1,9 < y < 2,1$
$0,9 \times 1,9 < xy < 1,1 \times 2,1 \Leftrightarrow 1,71 < xy < 2,31$
Resposta: $xy \in \left]1,71\ ;\ 2,31\right[$

8. A medida da aresta do cubo é $\sqrt[3]{3}$. $2^3 \times 3 = 24$

$$2^3 < 2^3 \times 3 < 3^3 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{2}\right)^3 < 3 < \left(\frac{3}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 1 < \sqrt[3]{3} < \frac{3}{2} = 1,5$$

Resposta: A medida da aresta pedida é 1,5 cm.

9. A área pedida é

$$A = \frac{\overline{AB}^2}{2} - \frac{\overline{BF}^2}{2} = \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2}$$

Sabe-se que:
- $6 - 0,2 < \overline{AB} < 6 + 0,2 \Leftrightarrow 5,8 < \overline{AB} < 6,2$
- $3 - 0,1 < \overline{BF} < 3 + 0,1 \Leftrightarrow 2,9 < \overline{BF} < 3,1$

Assim:
- $5{,}8^2 < \overline{AB}^2 < 6,2^2 \Leftrightarrow 33,64 < \overline{AB}^2 < 38,44$
- $2,9^2 < \overline{BF}^2 < 3,1^2 \Leftrightarrow 8,41 < \overline{BF}^2 < 9,61 \Leftrightarrow -9,61 < -\overline{BF}^2 < -8,41$
- $33,61 - 9,61 < \overline{AB}^2 - \overline{BF}^2 < 39,44 - 8,41 \Leftrightarrow 24,03 < \overline{AB}^2 - \overline{BF}^2 < 30,03 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{24,03}{2} < \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2} < \frac{30,03}{2} \Leftrightarrow \frac{24,03}{2} < \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2} < \frac{30,03}{2} \Leftrightarrow 12,015 < \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2} < 15,015$$

$$\Leftrightarrow 12,015 - 13,5 < \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2} - 13,5 < 15,015 - 13,5 \Leftrightarrow -1,485 < \frac{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2}{2} - 13,5 < 1,515$$

$|-1,485| < |1,515|$

Resposta: A área da figura a cor verde pode tomar valores no intervalo $\left]12,015\ ;\ 15,015\right[$, em centímetros quadrados; $R = 1{,}515$.

Pág. 46

1.1. Se $a > 3$, então $a - 2 > 1$

1.2. Se $a > 3$, então $a + 2 > 3 + 1$

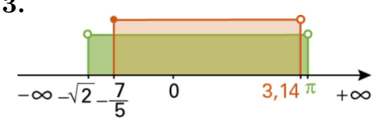
1.3. Se $a < -1$, então $-a > 1$

1.4. Se $a > b$ $(a,\ b \in \mathbb{R}^+)$, então $a^2 > b^2$

2.1. $A \cap \mathbb{N} = \{1\ ,\ 2\ ,\ 3\}$

2.2. $A = \left\{x \in \mathbb{R} :\ -\sqrt{2} < x \leq \pi\right\}$

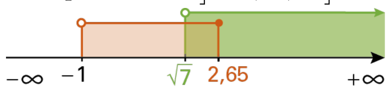
2.3.



Resposta: O intervalo pedido é $\left]-\sqrt{2}\ ,\ \pi\right]$.

3.1. O número pedido é 0 (zero).

3.2. Resposta: $A = \left]\sqrt{7}\ ;\ 2,65\right]$



3.3. Por exemplo: $\sqrt{7,01}$ ou $\sqrt{\frac{701}{100}}$

4.

$$\frac{-2\,(1-x)}{3} \leq \frac{1}{2} + x \Leftrightarrow \frac{-2+2x}{3} \leq \frac{1}{2} + \frac{x}{1} \Leftrightarrow -4+4x \leq 3+6x \Leftrightarrow -2x \leq 7 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$$

Logo, $S = \left[-\frac{7}{2}\ ,\ +\infty\right[$

5. A opção correta é **(C)**.

Pág. 47

6. Tendo em conta o enunciado, vem $x^2 < (x-1)^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 9 \Leftrightarrow 2x < 10 \Leftrightarrow x < 5$
Como o lado maior é $[AB]$, $x > 3$.
Logo, para que o triângulo $[ABC]$ seja acutângulo, $x \in \left]3\ ,\ 5\right[$

7. Seja x o número de exemplares que a Editora terá de vender. De acordo com o enunciado, vem:

$$450 \times 17 + (x - 450) \leq 14,70x \Leftrightarrow 7650 + x - 450 \leq 14,70x \Leftrightarrow -13,70x \leq -7200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{-7200}{-13,70} \Leftrightarrow x \geq \frac{72\,000}{137} \approx 525,5$$

Resposta: No mínimo, a editora terá de vender 526 exemplares.

8. $\left(\sqrt{2}\right)^x = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^x = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^x = \left(\sqrt{2}\right)^3 \Leftrightarrow x = 3$
Logo, $S = \{3\}$

9. Sabe-se que:
- $-1 - 0,2 < x < -1 + 0,2 \Leftrightarrow -1,2 < x < -0,8 \Leftrightarrow 0,8 < -x < 1,2$
- $3 - 0,3 < y < 3 + 0,3 \Leftrightarrow 2,7 < y < 3,3$

Assim, vem:

$$0,8 \times 2,7 < -xy < 1,2 - 3,3 \Leftrightarrow 2,16 < -xy < 3,96 \Leftrightarrow -3,96 < xy < -2,16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3,96 - (-3) < xy - (-3) < -2,16 - (-3) \Leftrightarrow -0,96 < xy - (-3) < 0,84$$

$|-0,96| > |0,84|$
Resposta: O erro máximo que se cometeu foi 0,96.

10.

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \qquad 5^2 \times 5 = 125$$

$$11^2 < 5^2 \times 5 < 12^2 \Leftrightarrow \left(\frac{11}{5}\right)^2 < 5 < \left(\frac{12}{5}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{11}{5} < \sqrt{5} < \frac{12}{5} \Leftrightarrow 2,2 < \sqrt{5} < 2,4$$

Resposta: $\sqrt{5} \in \left]2,2\ ;\ 2,4\right[$

Pág. 49

2. O prato esquerdo da primeira balança é ocupado por uma embalagem de lápis de cor e duas calculadoras. O prato esquerdo da segunda balança é ocupado por duas embalagens de lápis de cor e uma calculadora.

Pág. 52

1.1. Tabela 1

$2 = 0{,}5 \times 0 + 2$
$4{,}5 = 0{,}5 \times 5 + 2$
$7 = 0{,}5 \times 10 + 2$
$y = 0{,}5\ x + 2$

Tabela 2

$8 = 0{,}08 \times 100$
$16 = 0{,}08 \times 200$
$y = 0{,}08 \times x$

Resposta: Tabela 1: $y = 0{,}5\ x + 2$; Tabela 2:$y = 0{,}08x$.

1.2. A tabela 2 traduz uma relação de proporcionalidade direta porque o quociente de dois quaisquer valores correspondentes de y e de x é constante.

$$\left(\frac{8}{100} = \frac{16}{200} = 0,08\right)$$

Também poderíamos chegar à mesma conclusão tendo em conta que as funções do tipo $y = ax$ representam funções de proporcionalidade direta, sendo o caso de $y = 0,08x$, com $a = 0{,}08$.

1.3.

$$y = 6 \Leftrightarrow 0,5x + 2 = 6 \Leftrightarrow 0,5x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{0,5} \Leftrightarrow x = 8$$

Resposta: O Aníbal andou 8 km.

1.4. $x = 120$
$y = 0{,}08 \times 120 = 9{,}6$
Resposta: O Alexandre gastou 9,6 litros de combustível.

2.1.

$$\frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{3}{2} \times 10}{5} \Leftrightarrow x = 3$$

Resposta: À medida de 10 de Y corresponde a medida 3 de X.

2.2. $f(x) = ax$

$$a = \frac{5}{\frac{3}{2}} = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

Resposta: $f(x) = \frac{10}{3}x$.

Pág. 53

3. Vamos averiguar se $\frac{y}{x}$ é constante, sendo $(x\ ,\ y)$ as coordenadas de um ponto.

$$\frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{4}{\frac{3}{2}} = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

Como $\frac{2}{1} \neq \frac{4}{\frac{3}{2}}$, então f não é uma função de proporcionalidade direta.

4.1. No seu domínio, uma função de proporcionalidade direta é igual a uma função linear, cujo gráfico cartesiano é uma reta que passa na origem.

Logo, f e g são funções de proporcionalidade direta.

4.2. $f(x) = ax$

$(6\ ,\ 3) \rightarrow a = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

Logo, $f(x) = \frac{1}{2}x$.

$g(x) = bx$

$(5\ ,\ 6) \rightarrow a = \dfrac{6}{5}$

Logo, $g(x) = \frac{6}{5}x$.
Resposta: $f(x) = \frac{1}{2}x$; $g(x) = \frac{6}{5}x$.

4.3. a)

$$f(x) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = 7$$

b)

$$g(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{6}{5}x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{5}{18}$$

5.1. $100\,\% - 35\,\% = 65\,\%$
O computador passou a custar $65\,\%$ do valor inicial.
$65\,\% = 0{,}65$
$600 \times 0{,}65 = 390$
Resposta: Com desconto, o computador custa 390 euros.

5.2. a) Com desconto, o preço é igual a $65\,\%$ do preço da venda.
Logo, $f(x) = 0,65x$.

b) A função f é uma função de proporcionalidade direta pois é definida por uma expressão da forma: $f(x) = ax$, $a \neq 0$, sendo a constante de proporcionalidade igual a $a = 0,65$.

6. A relação entre o número de primos e o valor a pagar por cada um é uma relação de proporcionalidade inversa, pois o produto destas variáveis é constante (o custo da prenda é constante).

Como o número de primos que participaram na despesa duplicou, o valor a pagar por cada um passou para metade, ou seja, cada um passou a pagar $\frac{x}{2}$ euros.
Resposta: A opção correta é **(C)**.

Pág. 54

1. Ciclista A: $50 \times 2{,}4 = 120$ Ciclista B: $40 \times 3 = 120$ Ciclista C: $48 \times 2{,}5 = 120$
O produto da velocidade pelo tempo é contante.

2. A opção correta é **(D)**.

3. distância = velocidade × tempo = 120
Os três ciclistas percorreram 120 km.

Pág. 55

Questão 1

$x \times y = \dfrac{3}{2} \times 12 = 18$

$0,2 \times y = 18 \Leftrightarrow y = \dfrac{18}{0,2} \Leftrightarrow y = 90$

Resposta: À medida de 0,2 de X corresponde a medida de 90 de Y.

Pág. 56

Questão 2

$x \times y = 0,2 \times 10 = 2$

$a \times 5 = 2 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{5}$

$1,2 \times b = 2 \Leftrightarrow b = \dfrac{2}{1,2} \Leftrightarrow b = \dfrac{20}{12} \Leftrightarrow b = \dfrac{5}{3}$

Resposta: $a = \frac{2}{5}$ e $b = \frac{5}{3}$.

1. A opção correta é **(D)**.

2.1. **Tabela *A***

x	$\frac{1}{2}$	3	2
y	2	$\frac{1}{3}$	0,5

$$x \times y = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$3\,y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$x \times 0,5 = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

Tabela *B*

x	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{4}$
y	2	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{2}{9}$

$$x \times y = 3\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = \frac{10}{3} \times \frac{3}{2} = 5$$

$$2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{4} \times y = 5 \Leftrightarrow \frac{9}{4}y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{4}{9} \times 5 \Leftrightarrow y = \frac{20}{9}$$

$$\Leftrightarrow y = 2\frac{2}{9}$$

Tabela *C*

x	1	$\frac{4}{5}$	$2\frac{1}{4}$	1,5
y	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{9}$	$1\frac{1}{3}$

$$x \times y = 1,5 \times 1\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

$$x \times 2 = 2 \Leftrightarrow x = 1$$

$$x \times \frac{5}{2} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$$

$$2\frac{1}{4} \times y = 2 \Leftrightarrow \frac{9}{4}y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{8}{9}$$

2.2. Tabela$A$: $k = 1$ Tabela$B$: $k = \frac{15}{2}$ Tabela$C$: $k = 1$

Pág. 57

3.1. O perímetro do quadrado é $P = 4$ l, sendo l o comprimento do lado do quadrado. Logo, existe uma relação de proporcionalidade direta entre o perímetro de um quadrado e o comprimento do lado.

3.2. Seja V a capacidade do depósito, que é constante, c o caudal e t o tempo que leva a encher o depósito, existe uma relação de proporcionalidade inversa entre o caudal e o tempo que leva a encher o depósito
$(c\times\ t = V)$.

3.3. A velocidade de um automóvel é $v = \frac{d}{t}$, sendo d a distância percorrida pelo automóvel (constante) e t o tempo de duração da viagem. Logo, existe uma relação de proporcionalidade inversa entre a velocidade de um automóvel e o tempo que leva a fazer um determinado percurso.

3.4. $e = v \times t$
e – espaço percorrido;
v – velocidade do automóvel;
t – tempo de duração da viagem (constante).
Logo, há uma relação de proporcionalidade direta entre o espaço percorrido e a velocidade do automóvel.

3.5. O perímetro do círculo é $P = 2\pi r$, sendo r o comprimento do raio do círculo. Logo, existe uma relação de proporcionalidade direta entre o perímetro de um círculo e o comprimento do raio.

3.6. Não existe qualquer relação de proporcionalidade entre as grandezas.

4.1. Quando o número de galinhas diminui a duração do número de dias de milho para as alimentar aumenta na mesma proporção, uma vez que se trata de uma relação de proporcionalidade inversa. Como o número de galinhas diminui para metade, o número de dias com milho para as galinhas aumenta para o dobro.
Resposta: A Patrícia terá milho para 40 dias para as restantes galinhas.

4.2. 60 × 20 = 1200 ; 1200 : 50 = 24
Resposta: A Patrícia terá milho para 24 dias para as restantes galinhas.

4.3. 1200 : 75 = 16
Resposta: A Patrícia terá milho para 16 dias para as 75 galinhas.

5. Sabemos que para uma distância constante, a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais: $d = v \times t$. 80 × 5 = 400
v = (80 + 20) km/h = 100 km/h

$$100 \times t = 400 \Leftrightarrow t = \frac{400}{100} \Leftrightarrow t = 4$$

Logo, o taxista demoraria menos uma hora a efetuar o percurso.

6. O caudal e o tempo são grandezas inversamente proporcionais.
1,5 h = 90 min
25 × 90 = 2250

$$20 \times t = 2250 \Leftrightarrow t = \frac{2250}{20} \Leftrightarrow t = 112,5$$

112,5 min = (60 + 52,5) min = 1 h 52 min 30 s
Resposta: O depósito demorará 1 hora, 52 minutos e 30 segundos a encher.

7. O volume de cada copo e o número de copos são grandezas inversamente proporcionais.
175 × 12 = 2100   2100 : 150 = 14
Resposta: Conseguiria encher 14 copos.

Pág. 58

1.1. As grandezas são inversamente proporcionais. Assim:

$$2 \times 5 = x \times 20 \Leftrightarrow x = \frac{10}{20} \Leftrightarrow x = 0,5$$

Resposta: x = 0,5 litro por segundo.

1.2. Trata-se de uma relação de proporcionalidade inversa cuja constante é 2 × 5 = 10. Por exclusão de partes, somente o gráfico da opção **(D)** pode representar a relação entre as grandezas caudal, em litros por segundo, e tempo, em segundos. (2 × 5 = 4 × 2,5 = 10 × 1 = 10)
Resposta: A opção correta é **(D)**.

Pág. 59

Questão 3

3.1. a)

$$2 = 4 \times \frac{1}{2}$$

$$f(2) = f\left(4 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

b)

$$f(8) = \frac{1}{2} \left(\text{Repara que } f\left(\frac{1}{8}\right) = 8\right).$$

3.2.

$$f(x) = \frac{a}{x} \qquad a = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

Logo, a expressão algébrica que define f é $f(x) = \frac{4}{x},\ x > 0$.

Questão 4

4.1. Sabemos que $f(6) = 3$, pelo que a constante de proporcionalidade inversa é $6 \times 3 = 18$.
Logo, a expressão algébrica que define f é $f(x) = \frac{18}{x},\ x > 0$.

4.2. a)

$$f(4) = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \left(\text{ou } \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \right)$$

A ordenada do ponto A é $\frac{9}{2}$.

b)

$$f(x) = 6 \Leftrightarrow \frac{18}{x} = 6 \Leftrightarrow x = \frac{18}{6} \Leftrightarrow x = 3 \left(\frac{18}{3} = 6 \right)$$

A abcissa do ponto B é 3.

1.1. $f(x) = ax$. Como $f(4) = 3$, $f(x) = \frac{3}{4}x$.
$g(x) = \frac{a}{x}, x > 0$ e $a > 0$

$$\text{Como } f(2) = g(2) = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2} \text{ e } 2 \times \frac{3}{2} = 3,\ g(x) = \frac{3}{x},\ x > 0$$

Resposta: $f(x) = \frac{3}{4}x$e $g(x) = \frac{3}{x},\ x > 0$.

1.2. a) $A\ (2\ ,\ 0)$

b) $B\ (4\ ,\ 0)$

c) $g(4) = \frac{3}{4}$. Logo, $C\left(4\ ,\ \frac{3}{4}\right)$.

d)

$$g(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{x} = 3 \Leftrightarrow x = 1$$

Logo, $D\ (1,\ 3)$.

e)

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{3}{x} \Leftrightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Como $x > 0$, $x = 2$.

$$f(2) = g(2) = \frac{3}{2}$$

Logo, $P\left(2\ ,\ \frac{3}{2}\right)$.

1.3. Área do trapézio $[ABQP] = A = \frac{\overline{BQ} + \overline{AP}}{2} \times \overline{AB}$

$$\overline{BQ} = 3\ ;\ \overline{AP} = \frac{3}{2}\ ;\ \overline{AB} = 4 - 2 = 2$$

$$A = \frac{3 + \frac{3}{2}}{2} \times 2 = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

Resposta: A área do trapézio $[ABQP]$ é $\frac{9}{2}$ u. a. .

2.1. Sabemos que

$$f\,(4a) = \frac{1}{4} f\,(a)$$

Logo,

$$b - 2 = \frac{1}{4}b \Leftrightarrow 4b - 8 = b \Leftrightarrow 3b = 8 \Leftrightarrow b = \frac{8}{3}$$

2.2. Sendo

$\text{a=1}\frac{}{2,\ \ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{8}{3}}$

Sabemos que

f$(x) = \frac{a}{x},\quad x > 0$ e $a = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$

Logo, $f\,(x) = \frac{\frac{4}{3}}{x}$ ou $f\,(x) = \frac{4}{3x}$.

Pág. 63

1.1. Caso $a = 0$, obteríamos $y = 0$ que é uma função constante, representada graficamente por uma reta horizontal. Necessariamente, a representação gráfica não seria uma parábola.

1.2. Se $x = 0$, $y = a \times 0^2 = 0$.

1.3. a) Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.

b) Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.

1.4. Verifica-se que a abertura da concavidade diminui.

1.5. a) $x = -\,1$; $y = (-1)^2 = 1$; $x = 1$; $y = 1^2 = 1$
Resposta: Os pontos pedidos são (– 1, 1) e (1, 1).

b) $y = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$
Resposta: Há dois pontos com ordenada 4: (– 2 , 4) e (2 , 4).

c) Por exemplo:

x	– 2	– 1
$y = x^2$	4	1

$2 \times (-\,4) = -\,8$ e $-\,1 \times 1 = -\,1$
Logo, o produto de valores correspondentes das variáveis não é constante, pelo que x e y não são inversamente proporcionais.

Pág. 64

Questão 5

$$f\,(x) = ax^2,\ a > 0;\ f\,(2) = 1$$

Assim, $1 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 1 = 4a \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$.
Logo, $f\,(x) = \frac{1}{4}x^2$.

Pág. 65

Questão 6

A abcissa do ponto A obtém-se resolvendo a equação $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{15}{4_{(\times 4)}}x = -\frac{15}{16}x^2 \Leftrightarrow -60x = -15x^2 \Leftrightarrow 15x^2 - 60x = 0 \Leftrightarrow 15x(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

O ponto A tem abcissa 4.

$$f(4) = g(4) = -\frac{15}{4} \times 4 = -15$$

Logo, $A\,(4, -15)$.

Questão 7

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = -5x + 3$$

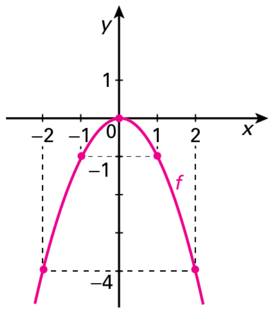
As soluções da equação $2x^2 + 5x - 3 = 0$ são as abcissas do ponto de interseção da parábola da equação $y = 2x^2$ com a reta de equação $y = -5x + 3$.

Logo, $S = \left\{-3\ ,\ \frac{1}{2}\right\}$.

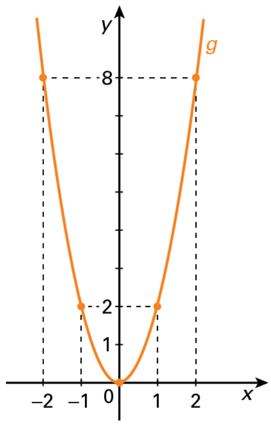
Pág. 66

1.

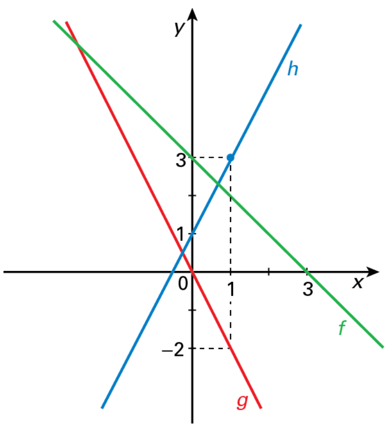
x	$f(x)$
-2	$-(-2)^2 = -4$
-1	$-(-1)^2 = -1$
0	$-0^2 = 0$
1	-1
2	-2



x	$g(x)$
0	0
1	$2 \times 1^2 = 2$
2	$2 \times 2^2 = 8$
-1	2
-2	8



2.



x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$ height0
3	0	1 1	$-1+3=2$
$-2 \times 1 = -2$	$2 \times 1 + 1 = 3$		

3.1. $y = ax^2\ (a > 0)$ e $(x,\ y) = (1,\ 2)$. Assim, $2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$.
Logo, a parábola é representada pela equação $y = 2x^2$.

3.2. $y = ax^2\ (a < 0)$ e $(x,\ y) = (2,\ -3)$. Assim,

$$-3 = a \times 2^2 \Leftrightarrow -3 = 4a \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$$

Logo, a parábola é representada pela equação $y = -\frac{3}{4}x^2$.

3.3. $y = ax^2\ (a > 0)$ e $(x\ ,\ y) = \left(\sqrt{2}\ ,\ 1\right)$
Assim,

$$1 = a \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow 1 = 2a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Logo, a parábola é representada pela equação $y = \frac{1}{2}x^2$.

4.1. $f(x) = ax$ e $f(1) = 2$. Assim, $a = \frac{2}{1} = 2$.
Logo, a função f é definida por $f(x) = 2x$.

4.2. $f(x) = ax + b$, $f(1) = 2$ e $f(-1) = 0$. Assim:

- $a = \dfrac{2-0}{1-(-1)} = \dfrac{2}{2} = 1$
- $f(1) = 2 \Leftrightarrow 1 \times 1 + b = 2 \Leftrightarrow b = 2 - 1 \Leftrightarrow b = 1$

Logo, a função f é definida por $f(x) = x + 1$.

4.3. $f(x) = ax + b$, $f(0) = 3$ e $f(3) = 0$. Assim:

- $b = 3$
- $a = \dfrac{3-0}{0-3} = -1$

Logo, a função f é definida por $f(x) = -x + 3$.

Pág. 67

5.1. $f(x) = ax;\quad f(-1) = 1$

$$a = \frac{1}{-1} = -1$$

Logo, $f(x) = -x$

$g(x) = ax^2\ (a > 0)\,;\quad g(2) = 2$

$$a \times 2^2 = 2 \Leftrightarrow 4a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Logo, $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow -2x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$$

$$f(0) = g(0) = 0;\quad f(-2) = g(-2) = 2$$

Resposta: $f(x) = -x$ e $g(x) = \frac{1}{2}x^2$. Os gráficos f e g intersetam-se nos pontos de coordenadas $(0\ ,\ 0)$ e $(-\ 2\ ,\ 2)$.

5.2. $f(x)$ é uma função constante e $f(0) = -2$.
Logo, $f(x) = -2$. $g(x) = ax^2\ (a < 0)$ e $g(-2) = -3$.

$$a \times (-2)^2 = -3 \Leftrightarrow 4a = -3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$$

Logo, $g(x) = -\frac{3}{4}x^2$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -2 = -\frac{3}{4}x^2 \Leftrightarrow -8 = -3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{8}{3}}$$

Resposta: $f(x) = -2$ e $g(x) = -\frac{3}{4}x^2$. Os gráficos f e g intersetam-se nos pontos de coordenadas $\left(-\sqrt{\frac{8}{3}}\ ,\ \ -2\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{8}{3}}\ ,\ \ -2\right)$.

6.1. $f(x) = ax$ e $f(4) = 2$.

$$a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};\quad f(x) = \frac{1}{2}x \text{ pelo que } f(1) = \frac{1}{2} = b$$

Resposta: $f(x) = \frac{1}{2}x$ e $b = \frac{1}{2}$.

6.2. Uma função de proporcionalidade inversa é definida por:

$$f(x) = \frac{a}{x}\ (x > 0)$$

$f(4) = 2$, pelo que $a = 4 \times 2 = 8$; $1 \times b = 8 \Leftrightarrow b = 8$.
Resposta: $f(x) = \frac{8}{x}\ (x > 0)$ e $b = 8$.

6.3. $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$ e $f(4) = 2$

$$a \times 4^2 = 2 \Leftrightarrow 16a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$$

$f(x) = \frac{1}{8}x^2$ e $b = f(1) = \frac{1}{8}$
Resposta: $f(x) = \frac{1}{8}x^2$

7.1.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \vee x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \vee x = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$$

$$f(-2) = g(-2) = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$f(1) = g(1) = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2}$$

Resposta: $B\left(1\ ,\ \frac{1}{2}\right)$ e $C(-2\ ,\ 2)$

7.2.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Leftrightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Logo, $A(2, 0)$.

$$\text{Área } \Delta_{[OAC]} = \frac{\text{abcissa de } A \times \text{ ordenada de } C}{2}$$

$$A = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

Resposta: A área do triângulo $[OAC]$ é 2 u. a.

8.1. $f(x) = ax^2\ (a > 0)$; $f(2) = 3$

$$a \times 2^2 = 3 \Leftrightarrow 4a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$$

Logo, $f(x) = \frac{3}{4}x^2$.

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2=x+1\Leftrightarrow 3x^2=4x+4\Leftrightarrow 3x^2-4x-4=0\Leftrightarrow 3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{16}{3}=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{16}{9}\Leftrightarrow x-\frac{2}{3}=-\frac{4}{3}\vee x-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}\Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\vee x=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}\vee x=2$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right)=g\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{3}+1=\frac{1}{3}$$

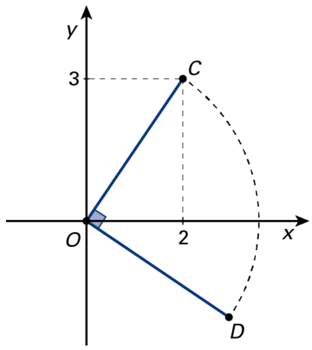
Resposta: $B\left(-\frac{2}{3}\ ,\ \frac{1}{3}\right)$

8.2.

$\overline{OC}=\overline{OD}$
$\overline{OC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

$$A=\frac{\sqrt{13}\times\sqrt{13}}{2}=\frac{13}{2}$$

Resposta: A área do triângulo $[COD]$ é $\frac{13}{2}$ u. a.



Pág. 68

Agora é a tua vez

Seja x o tempo, em minutos.
2,5 h = 150 min ; 1 h 30 min = 90 min
$\frac{x}{150}$ representa a parte do tanque que a torneira A encherá no tempo x.
$\frac{x}{90}$ representa a parte do tanque que a torneira B encherá no tempo x.
1 representa o todo, ou seja, o tanque completo.

$$\underset{(\times 3)}{\frac{x}{150}}+\underset{(\times 5)}{\frac{x}{90}}=\underset{(\times 450)}{1}\Leftrightarrow 3x+5x=450\Leftrightarrow 8x=450\Leftrightarrow x=\frac{450}{8}\Leftrightarrow x=56,25$$

56,25 min = 56 min + 0,25 min = 56 min + 0,25 × 60 s = 56 min 15 s
Resposta: Com as duas torneiras abertas, o tanque encherá em 56 minutos e 15 segundos.

Pág. 69

1.

$$a\times b=\frac{2}{3}\times 6=4$$

$$0,4\times b=4\Leftrightarrow b=\frac{4}{0,4}\Leftrightarrow b=10$$

Resposta: b = 10.

2.1.

$$20\times a=500\times 0,25\Leftrightarrow 20a=125\Leftrightarrow a=\frac{125}{20}\Leftrightarrow a=6,25$$

Resposta: a = 6,25.

2.2. A expressão algébrica que representa uma relação de proporcionalidade inversa entre x e y é:

$x \times y = k$, $y = \frac{k}{x}$ ou $x = \frac{k}{y}$ em que k é a constante de proporcionalidade inversa.
Neste caso, $k = 125$.
Resposta: $x \times y = 125$ ou $y = \frac{125}{x}$ ou $x = \frac{125}{y}$.

2.3.

$$y = 100; \qquad x = \frac{125}{100} = 1,25$$

Resposta: Quando $y = 100$, $x = 1{,}25$.

3.1. Por observação do gráfico, vem:

$\boldsymbol{x}$	1	2
$\boldsymbol{y}$	2	1

Ora, $1 \times 2 = 2 \times 1 = 2$.
A constante de proporcionalidade inversa é $k = 2$.
Resposta: A expressão algébrica pedida é $f(x) = \frac{2}{x}$, $x > 0$.

3.2.

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{\frac{3}{2}} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

3.3.

$$f(0,25) = f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 2 \times 4 = 8$$

Resposta: $x = 8$.

4. Como $f\left(\frac{3}{4}\right) = 8$, a constante de proporcionalidade inversa é $k = \frac{3}{4} \times 8 = 6$.

4.1. a) $f(1) = 6$

b) $f(0,5) = 6 : 0,5 = 12$

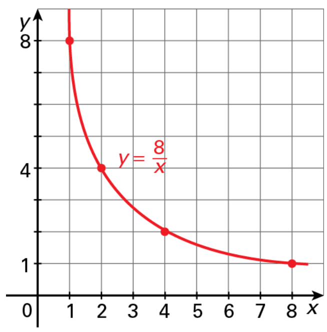
4.2. $f(x) = \frac{6}{x}$, $x > 0$

5.1.

$\boldsymbol{x}$	1	2	4	5	8
$\boldsymbol{y}$	8	4	2	1,6	1

5.2.

$$y = \frac{8}{x}, \quad x > 0$$

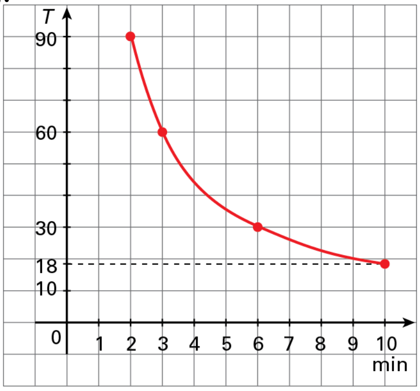


6.1.

m (min)	2	3	4	5	6	8	9	10
T (°C)	90	60	45	36	30	22,5	20	18

Cálculos auxiliares
$180 : 2 = 90$ $180 : 3 = 60$ $180 : 4 = 45$
$180 : 5 = 36$ $180 : 6 = 30$ $180 : 8 = 22{,}5$
$180 : 9 = 20$ $180 : 10 = 18$

6.2.



6.3.

$\frac{180}{60} = 3 \rightarrow$ O café atinge 60° C 3 minutos depois de acabado de fazer.

$\frac{180}{80} = 2,25 \rightarrow$ O café atinge 80° C 2,25 minutos depois de acabado de fazer.

3 – 2,25 = 0,75

0,75 min = 0,75 × 60 s = 45 s

Resposta: A Ana deve esperar 45 segundos.

7.1. 2 kg = 2000 g ; 2000 : 10 = 200

Resposta: A massa de cada fatia é 200 gramas.

7.2. 2000 : 125 = 16 **ou**

1 ——— 2000

x ——— 125

$$x = \frac{2000}{125} = 16$$

Resposta: O bolo foi dividido em 16 fatias com 125 gramas cada uma.

7.3. Entre n e p há uma relação de proporcionalidade inversa e a constante de proporcionalidade é 2000 (considerando a massa em gramas). Assim $n \times p = 2000$, $n = \frac{2000}{p}$ ou $p = \frac{2000}{n}$.

Resposta: A opção correta é **(B)**.

8.1.

$\boldsymbol{x}$	1	2	5
$\boldsymbol{y}$	0,4	0,8	2

Cálculos auxiliares: $\frac{0,8}{2} = 0,4$

1 × 0,4 = 0,4

5 × 0,4 = 2

8.2.

$\boldsymbol{x}$	2	4	0,2
$\boldsymbol{y}$	3	1,5	30

Cálculos auxiliares:

4 × 1,5 = 6

6 : 2 = 3

6 : 30 = 0,2

9.1. O custo do autocarro (aluguer + lucro) é de 650 euros.

Assim, temos:

Número de bilhetes (n)	20	40	50
Preço de cada bilhete (p), em euros	32,5	16,25	13

Cálculos auxiliares:

650 : 40 = 16,25

650 : 13 = 50

9.2. p e n são grandezas inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 650.

Resposta: A expressão algébrica pedida é $n \times p = 650$, $p = \frac{650}{n}$ ou $n = \frac{650}{p}$, com $1 \leq n \leq 50$ e $n \in \mathbb{N}$.

10.1. Há uma relação de proporcionalidade direta entre o número de cestos de maças colhidos em cada hora e o tempo de demora a colher.

N.° cestos Tempo (em horas)

4 ——— 1

6 ——— x

$$x = \frac{6 \times 1}{4} = 1,5$$

Resposta: Teria levado 1,5 horas ou 1 hora e 30 minutos.

10.2.

N.º cestos		Tempo (em horas)
6	——	1
20	——	x

$$x = \frac{20 \times 1}{6} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$$

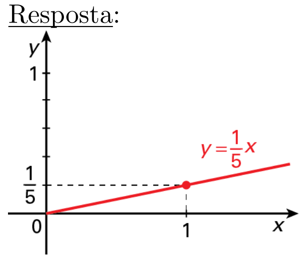
$$\frac{1}{3}\ \text{h} = \frac{1}{3} \times 60\ \text{mín} = 20\ \text{mín}$$

Resposta: Precisa de 3 horas e 20 minutos.

Pág. 71

11.1. a) A expressão pedida é do tipo $y = ax$.
Como $x = 10$ e $y = 2$, $a = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.
Resposta: $y = \frac{1}{5}x$

b) Graficamente, $y = \frac{1}{5}x$ representa uma reta que contém, por exemplo, os pontos (0, 0) e (5, 1).
Resposta:



c) A constante de proporcionalidade direta é $k = \frac{1}{5}$.

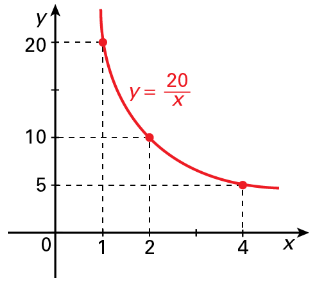
11.2. a) Uma função de proporcionalidade inversa é do tipo $y = \frac{k}{x}, x \neq 0$.
Como $x = 10$ e $y = 2$, vem:

$$2 = \frac{k}{10} \Leftrightarrow k = 20$$

Resposta: $y = \frac{20}{x}$, $x > 0$.

b) Vamos determinar alguns pontos do gráfico da função.

x	− 20	− 10	− 2	− 1	1	2	10	20
y	− 1	− 2	− 10	− 20	20	10	2	1



c) A constante de proporcionalidade inversa é $k = 20$.

12. Custo antes do Natal: 18 000 euros
Custo na época do Natal: 18 000 euros × 105 % = 18 900 euros
Custo agora: 18 900 euros × 95 % = 17 955 euros
Resposta: O carro custa, agora, 17 955 euros.

13.1. Os dois triângulos têm bases e alturas com o mesmo comprimento.
Logo, os triângulos A e B têm a mesma área.
A área de cada um dos triângulos é $\frac{3\times 2}{2} = 3$.
Logo, a área de cada um dos triângulos é 3 cm^2.

13.2. A área de um triângulo é dada por:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

b – base do triângulo e h – altura do triângulo.
Neste caso, $A = 3$. Assim:

$$\frac{b \times h}{2} = 3 \Leftrightarrow b \times h = 6 \Leftrightarrow b = \frac{6}{h}$$

Resposta: $b = \frac{6}{h}$, $h > 0$

13.3. Entre b e h existe uma relação de proporcionalidade inversa, porque $b \times h = 2A$

14.1.

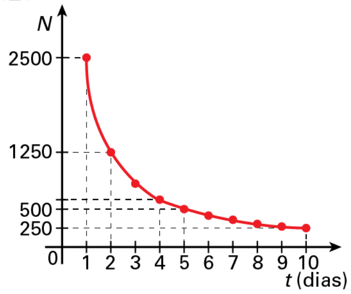
t	1	2	4	5	10
N	2500	1250	625	500	250

Cálculos auxiliares:

$\frac{2500}{1} = 2500$; $\frac{2500}{2} = 1250$; $\frac{2500}{4} = 625$

$\frac{2500}{5} = 500$; $\frac{2500}{10} = 250$

14.2.



14.3. A constante de proporcionalidade inversa é $k = 2500$.
Representa o número de coelhos vivos um dia após deteção da doença.

15.1. a)

$$v = \frac{d}{t}$$

$d = 3$ km; $t = 30$ min $= 0{,}5$ h

$$v = \frac{3}{0,5} = 6$$

Resposta: A velocidade da Inês foi de 6 km/h.

b) $d = 3$ km $= 3000$ m; $t = 30$ min

$$v = \frac{3000}{30} = 100$$

Resposta: A velocidade da Inês foi de 100 m/min.

c) $d = 3$ km; $t = 30$ min

$$v = \frac{3}{30} = 0,1$$

Resposta: A velocidade da Inês foi de 0,1 km/min.

15.2.

a) $v = 4$ km/h ; $d = 3$ km

$$t = \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$ h $= 45$ min
Resposta: Demoraria 45 minutos a chegar à escola.

b) $v = 30$ km/h; $d = 3$ km

$$t = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10}\ h = \frac{1}{10} \times 60 \text{ min} = 6 \text{ min}$$

Resposta: Demoraria 6 minutos a chegar à escola.

16. Há uma relação de proporcionalidade inversa entre o caudal da torneira e o tempo, em minutos, necessário para encher o depósito.

$$100 \times 12 = 120 \times x \Leftrightarrow x = \frac{100 \times 12}{120} = 10$$

Resposta: São necessárias 10 horas para encher o depósito.

17.1.

$$R = \frac{8}{1,5} = \frac{16}{3}$$

Resposta: $R = \frac{16}{3}$ ohms.

17.2.

$$\frac{6}{I} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow I = \frac{6 \times 3}{16} \Leftrightarrow I = \frac{18}{16} \Leftrightarrow I = 1,125$$

Resposta: I = 1,125 amperes.

18. Há uma relação de proporcionalidade inversa entre o número de pombos e o tempo, em dias, da ração.
$200 \times 50 = 10\ 000$
$80x = 10\ 000 \Leftrightarrow x = \frac{10\ 000}{80} = 125$ [

A ração daria para 125 pombos.
$200 - 125 = 75$
Resposta: O criador de pombos vendeu 75 pombos.

19.1.

$$\frac{25}{a} = \frac{160}{200} \Leftrightarrow a = \frac{25 \times 200}{160} \Leftrightarrow a = 31,25$$

Resposta: a = 31,25.

19.2. A constante de proporcionalidade direta é $a = \frac{160}{200} = 0,8$.
Resposta: y = 0,8 x.

19.3. y = 0,8 × 140 = 112
Resposta: Quando x = 140, y = 112.

20. O telemóvel passou a custar 95 % do valor inicial.
80 × 95 % = 76
Resposta: Com desconto, o telemóvel custa 76 euros.

21. O Pedro teve um aumento de 20 euros.

$$\frac{20}{1000} = 0,02 = 2\,\%$$

Resposta: O Pedro teve um aumento de 2 %.

22. O desconto foi de 2 euros.

$$\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\,\%$$

Resposta: O casaco teve um desconto de 20 %.

23.

Custo (euros)		%
16 920	——	94
x	——	100

$$x = \frac{16\ 920 \times 100}{94} = 18\ 000$$

Resposta: Sem desconto, o automóvel custava 18 000 euros.

24. 8 km = 800 000 cm

Distância no mapa (em cm)		Distância real (em cm)
1	——	100 000
x	——	800 000

$$x = \frac{1 \times 800\ 000}{100000} = 8$$

Resposta: No mapa as duas escolas distam 8 cm.

25.1. a) Por exemplo, $y = 2x$ e $y = 2\ x - 1$.
Outra resposta possível: $y = 3$ e $y = 2$.

b) Por exemplo, $y = x$ e $y = 2\ x$.
Outra resposta possível: $y = 2\ x - 1$ e $y = \frac{1}{2}x - 1$.

c) $y = x$ e $y = 2x$

25.2. $y = 2x$

26.1. $f(x) = ax$
$f(2) = 1$
$a = \dfrac{1}{2}$

Logo, $f(x) = \frac{1}{2}x$.

$g(x) = ax + b$
$g(0) = 3$
$g(4) = 0$
$b = 3$

$$a = \frac{3-0}{0-4} = -\frac{3}{4}$$

Logo, $g(x) = -\frac{3}{4}x + 3$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}}x = -\frac{3}{4}x + \underset{(\times 4)}{3} \Leftrightarrow 2x = -3x + 12 \Leftrightarrow 5x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$f\left(\frac{12}{5}\right) = g\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}$$

<u>Resposta</u>: $P\left(\frac{12}{5}\ ,\ \frac{6}{5}\right)$

26.2. $f(x) = ax$
$f(4) = 3 \rightarrow a = \dfrac{3}{4}$

Logo, $f(x) = \frac{3}{4}x$.

$i(x) = \frac{a}{x}$, $x > 0$ e $a > 0$.
$i(1) = 4 \rightarrow a = 1 \times 4 = 4$

Logo, $i(x) = \frac{4}{x}$, $x > 0$.

$$f(x) = i(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{4}{x} \Leftrightarrow 3x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{16}{3}} \Leftrightarrow \pm\frac{4}{\sqrt{3}}$$

Como $x > 0$, $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

$$f\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = i\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \quad \left(\text{ou } \frac{4}{\frac{4}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}\right)$$

<u>Resposta</u>: $P\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\ ,\ \frac{3}{\sqrt{3}}\right)$

26.3. $h(x) = 1$

$j(x) = ax^2$ $a > 0$
$j(3) = 4 \rightarrow a \times 3^2 = 4 \Leftrightarrow a = \dfrac{4}{9}$

Logo, $j(x) = \frac{4}{9}x^2$.

$$h(x) = j(x) \Leftrightarrow 1 = \frac{4}{9}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{3}{2}$$

Como $x < 0$, $x = -\frac{3}{2}$.

$$h\left(-\frac{3}{2}\right) = j\left(-\frac{3}{2}\right) = 1$$

<u>Resposta</u>: $P\left(-\frac{3}{2}\ ,\ 1\right)$

26.4. $f(x) = ax$

$f\left(-\sqrt{2}\right) = 2 \rightarrow a = -\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

Logo, $f(x) = -\frac{2}{\sqrt{2}}x$.

$j(x) = ax^2,\ a < 0$

$j(-1) = -1 \rightarrow a \times (-1)^2 = -1 \Leftrightarrow a = -1$

Logo, $j(x) = -x^2$.

$$f(x) = j(x) \Leftrightarrow -\frac{2}{\sqrt{2}}x \underset{(\times\sqrt{2})}{=} -x^2 \Leftrightarrow -2x = -\sqrt{2}x^2 \Leftrightarrow \sqrt{2}x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x\left(\sqrt{2}x - 2\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \sqrt{2}x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = j\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{4}{2} = -2$$

Resposta: $P\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\ ,\ -2\right)$

27.1. Sabemos que $f(x) = \frac{a}{x}$, $a > 0$ e $x > 0$. Como, $f(1) = 2$, $a = 1 \times 2 = 2$ e $f(x) = \frac{2}{x}$.
Assim, temos que $P\left(x\ ,\ \frac{2}{x}\right)$.
Logo, a área do triângulo $[OAP]$ é:

$$g(x) = \frac{1 \times \frac{2}{x}}{2} = \frac{1}{x}$$

Portanto, g é uma função de proporcionalidade inversa de constante $k = 1$ e o respetivo gráfico é um ramo de hipérbole.
Resposta: A opção correta é **(D)**.

27.2.

$$f(x) = 8 \Leftrightarrow \frac{2}{x} = 8 \Leftrightarrow x = \frac{2}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Logo, $P\left(\frac{1}{4}\ ,\ 8\right)$ e a área do triângulo $[OAP]$ é:

$$g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

Resposta: A área do triângulo $[OAP]$ é 4 u. a.

28.1. $g(x) = ax^2,\ a < 0$.
Como , $g(-1) = -2$, $a \times (-1)^2 = -2 \Leftrightarrow a = -2$ pelo que $g(x) = -2x^2$.
Resposta: $g(x) = -2x^2$

28.2. A ordenada do ponto D é igual à ordenada do ponto C: -2.
Tem-se $g(x) = -2 \Leftrightarrow -2x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ Logo, $C(-1\ ,\ -2)$ e $D(1\ ,\ -2)$.
$A_{[ABCD]}$=base $\times$ altura $= 2 \times 2 = 4$
Resposta: A área do paralelogramo $[ABCD]$ é 4 u. a.

28.3. $f(x) = ax + b$
Como $f(0) = -\frac{3}{2}$ e $C\ (-1, -2)$ pertence ao gráfico de f, temos:

$$f(x) = ax - \frac{3}{2}$$

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow -a - \frac{3}{2} = -2 \Leftrightarrow a = 2 - \frac{3}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

A abcissa de B é o zero de f.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

$B\ (3\ ,\ 0)$
Se $OA = 5$ e $OB = 3$ então $AB = 2$.
A altura do paralelogramo é $h = |\text{ordenada de}\, C| = |-2| = 2$
Logo, a área do paralelogramo $[ABCD]$ é igual a $2 \times 2 = 4$ u. a.

28.3. $C(-1, -2)$. $[CD] \,//\, [BA]$ e $\overline{CD} = \overline{BA}$ dado que $[ABCD]$ é um paralelogramo.
Logo, $O\ (x\ ,\ y)$.
$y = -2$ (C e D têm a mesma ordenada)
$x = -1 + 2 = 1$ porque $\overline{CD} = 2$
$D\ (1, -2)$
$g\,(1) = -2 \times 1^2 = -2$

Logo, D pertence ao gráfico de g.

Pág. 74

1. f é uma função de proporcionalidade inversa, do tipo $y = \frac{k}{x}$, com $k = 1{\times}3 = 3{\times}1 = -1{\times}(-3) = -3{\times}(-1) = 3$.
Logo, $f\,(x) = \frac{3}{x}$, $x > 0$.
g é uma função linear ou de proporcionalidade direta, do tipo $y = ax$, com $a = \frac{1}{3}$, pois contém o ponto (3, 1). Logo, $g(x) = \frac{1}{3}x$.
h é uma função afim, do tipo $y = ax + b$ com $b = 4$ como contém, por exemplo, os pontos de coordenadas (0 , 4) e (4 , 0).

$$a = \frac{0-4}{4-0} = -1$$

Logo, $h(x) = -x + 4$.
i é uma função constante. Logo, $i(x) = -3$.
j é uma função do tipo $y = ax^2$, $a < 0$, como o gráfico contém o ponto $(1, -1)$, $a \times 1^2 = -1 \Leftrightarrow a = -1$.
Logo, $j(x) = -x^2$.

2.1. A velocidade e o tempo de duração da corrida são grandezas inversamente proporcionais.
$k = 15 \times 320 = 4800$; $4800 : 12 = 400$
<u>Resposta</u>: A irmã que ganhou a corrida correu a uma velocidade de 400 m/min.

2.2. a) A distância, em km, e o tempo, em minutos.

b) Quando uma grandeza aumenta a outra também aumenta, pelo que a situação apresentada não traduz uma situação de proporcionalidade inversa.

$$\frac{10}{5} = 2;\quad \frac{12}{6} = 2;\quad \frac{20}{8} = 2,5$$

Na situação apresentada não existe relação de proporcionalidade direta porque a razão entre os valores correspondentes não é constante.

$$\left(\frac{10}{5} = \frac{12}{6} \neq \frac{20}{8}\right)$$

c) Onde se lê "20 minutos" deve ler-se "16 minutos". Neste caso, tratar-se-ia de uma relação de proporcionalidade direta.

Pág. 75

3.1. A constante de proporcionalidade inversa é $k = 0,5 \times 0,4 = 0,2$.
0,2 : 1 = 0,2
<u>Resposta</u>: Quando a medida de Y é igual a 1, a medida de X é 0,2.

3.2. $k = 4 \times 5 = 20$.

$$20 : 3 = \frac{20}{3};\quad 20 : 10 = 2;\quad 20 : \frac{1}{4} = 20 \times 4 = 80$$

<u>Resposta</u>:

a	1	$\frac{20}{3}$	4	10	80
b	20	3	5	2	$\frac{1}{4}$

4. Sabemos que $d = v \times t$. Para uma distância d contante, a velocidade v e o tempo t são grandezas inversamente proporcionais. A constante de proporcionalidade inversa é $k = 903 = 270$.
270 : 2 = 135
<u>Resposta</u>: Para efetuar o percurso em 2 horas, o Pedro teria que deslocar-se a uma velocidade média de 135 km/h.

5.1. **a)** f é uma função afim, do tipo $y = ax + b$.

$(1\ ,\ 2)$; $(3\ ,\ 5)$

$$2 = \frac{3}{2} \times 1 + b \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{2} = b \Leftrightarrow \frac{1}{2} = b$$

Resposta:

$$f\left(x\right) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

b) g é, também, uma função afim. $(0\ ,\ 3)$; $(4\ ,\ 0)$

$$a = \frac{0-3}{4-0} = -\frac{3}{4}$$

$b = 3$

Resposta:

$$g\left(x\right) = -\frac{3}{4}x + 3$$

c) h é uma função quadrática, do tipo $y = ax^2$.

$$(2\ ,\ 2) \to 2 = a \times 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Resposta:

$$h\left(x\right) = \frac{1}{2}x^2$$

5.2.

$$\frac{1}{2}x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8}$$

$$S = \left\{-\sqrt{8}\ ,\ \sqrt{8}\right\} \text{ ou } S = \left\{-2\sqrt{2}\ ,\ 2\sqrt{2}\right\} \qquad \left(\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}\right)$$

5.3. Os gráficos de g e f intersetam-se quando $g(x) = f(x)$.

$$-\frac{3}{4}x + \underset{(\times 4)}{\frac{3}{1}} = \underset{(\times 2)}{\frac{3}{2}}x + \underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow -3x + 12 = 6x + 2 \Leftrightarrow -3x - 6x = 2 - 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -9x = -10 \Leftrightarrow x = \frac{-10}{-9} \Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$$

$$f\left(\frac{10}{9}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{10}{9} + \frac{1}{2} = \underset{(\times 2)}{\frac{5}{3}} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{2}} = \frac{10}{6} + \frac{3}{6} = \frac{13}{6}$$

Resposta: Os gráficos de g e f intersetam-se no ponto de coordenadas $\left(\frac{10}{9}\ ,\ \frac{13}{6}\right)$.

Pág. 76

1. A opção **(A)** representa uma função linear de proporcionalidade direta, a opção **(B)** representa uma função afim, a função **(C)** representa uma função quadrática e a opção **(D)** representa uma função de proporcionalidade inversa.

Resposta: A opção correta é **(C)**.

2.1. Gráfico 1

É uma função do tipo $y = ax$.

Como contém, por exemplo, o ponto de coordenadas $(2\ ,\ 1)$, então $a = \frac{1}{2}$.

Resposta: A expressão algébrica pedida é $y = \frac{1}{2}$.

2.2. Gráfico 2

É uma função do tipo $y = \frac{k}{x}$.

Como contém, por exemplo, o ponto de coordenadas $(1\ ,\ 2)$, então $k = 1 \times 2 = 2$.

Resposta: A expressão algébrica pedida é $\frac{2}{x}$.

2.3. Gráfico 3

É uma função do tipo $y = ax^2$.

Como contém, por exemplo, o ponto de coordenadas $(1\ ,\ 2)$, então $2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$.

Resposta: A expressão algébrica pedida é $y = 2x^2$.

3.1. $100 \times 20 = 2000$

$2000 : 50 = 40$

$2000 : 1 = 2000$

Resposta:

$\boldsymbol{x}$	100	50	2000
$\boldsymbol{y}$	20	40	1

3.2. $20 : 100 = 0{,}2$
$50 \times 0{,}2 = 10$
$1 : 0{,}2 = 5$

Resposta:

$\boldsymbol{x}$	100	50	5
$\boldsymbol{y}$	20	10	1

3.3. $100 : 20 = 5$ ou $100 \times 20 = 2000$
Por exemplo:
$0 : 5 = 10$ ou $50 \times 5 = 250$
$20 : 1 = 20$ ou $20 \times 1 = 20$

Resposta: Por exemplo:

$\boldsymbol{x}$	100	50	20
$\boldsymbol{y}$	20	10	1

4.1. $20 \times 143{,}7 = 2874$; $2874 : 30 = 95{,}8$; $2874 : 71{,}85 = 40$
Resposta:

Volume V (em cm^3)	20	30	40
Pressão P (em cm de mercúrio)	143,7	95,8	71,85

4.2. A constante de proporcionalidade inversa é 2874.
Resposta: A expressão algébrica pedida é , $P \times V = 2874$, ou $P = \frac{2874}{V}$ ou $V = \frac{2874}{P}$.

Pág. 77

4.3. A Lei de Boyle-Mariotte é representada graficamente por um ramo de uma hipérbole, com $V \neq 0$ e $P \neq 0$.
Resposta: A opção correta é **(D)**.

4.4.
$$P = \frac{2874}{V}; \quad V = 2874; \quad P = \frac{2874}{2874} = 1$$

Resposta: Para um volume de 2874 cm^3 de gás, a pressão é de 1 cm de mercúrio.

4.5. Como se trata de uma relação de proporcionalidade inversa, quando o volume do gás aumenta para o dobro, a pressão do gás diminui para metade.

5. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 = 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$
$f(1) = g(1) \Leftrightarrow 2 \times 1 = 2$
Resposta: $P\ (1, 2)$.

6.1. A constante de proporcionalidade inversa é: $70 \times 150 = 10\ 500$.
Resposta: A expressão algébrica pedida é $F \times C = 10\ 500$
$$F = \frac{10\ 500}{C} \text{ ou } C = \frac{10\ 500}{F}$$

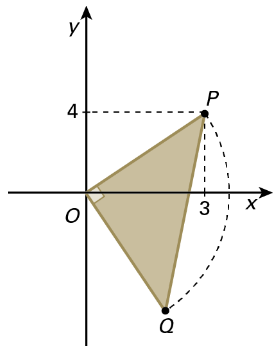
6.2.
$$\frac{10\ 500}{175} = 60$$

Resposta: O comprimento da corda é 60 centímetros.

7.1.
$$f(3) = \frac{4}{3} \times 3 = 4$$

Assim: $g(3) = 4 \Leftrightarrow a \times 3^2 = 4 \Leftrightarrow a = \dfrac{4}{9}$

Resposta: $g(x) = \frac{4}{9}x^2$



7.2. $\overline{OP} = \overline{OQ} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$
$$A = \frac{\overline{OQ} \times \overline{OP}}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$
Resposta: A área do triângulo $[POQ]$ é $\frac{25}{2}$ u. a.

Pág. 79

2.1. É igual a V.

2.2. $V = RI$

Pág. 82

1. $2 \times (-2) - 2 \times (-2) = 2 \times 4 + 4 = 8 + 4 = 12$
Resposta: A opção correta é **(D)**.

2. $6a + 3b = 12 \Leftrightarrow 3\,(2a + b) = 12$
Como $2a + b = x$, vem: $3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$
Resposta: A opção correta é **(C)**.

3.1.
$$32x + 53 = 501 \Leftrightarrow 32x = 501 - 53 \Leftrightarrow 32x = 448 \Leftrightarrow x = \frac{448}{32} \Leftrightarrow x = 14$$

Resposta: $S = \{14\}$

3.2.
$$375 = 37 + 26x \Leftrightarrow 375 - 37 = 26x \Leftrightarrow 338 = 26x \Leftrightarrow x = \frac{338}{26} \Leftrightarrow x = 13$$

Resposta: $S = \{13\}$

3.3.
$$2\,(x+1) = -3x + 7 \Leftrightarrow 2x + 2 = -3x + 7 \Leftrightarrow 3x + 2x = 7 - 2 \Leftrightarrow 5x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{5} \Leftrightarrow x = 1$$

Resposta: $S = \{1\}$

3.4.
$$\frac{x-1}{2} - \frac{x}{2} = \frac{3}{\underset{(\times 2)}{1}} \Leftrightarrow x - 1 - x = 6 \Leftrightarrow x - x = 6 + 1 \Leftrightarrow 0x = 7$$

A equação é impossível.
Resposta: $S = \{\}$

3.5.
$$\frac{2\,(x-1)}{3} = \frac{1}{2}\,(x-2) \Leftrightarrow \frac{2x-2}{\underset{(\times 2)}{3}} = \frac{x-2}{\underset{(\times 3)}{2}} \Leftrightarrow 4x - 4 = 3x - 6 \Leftrightarrow 4x - 3x = -6 + 4 \Leftrightarrow x = -2$$

Resposta: $S = \{-\,2\}$

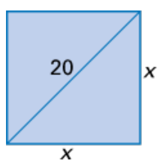
3.6.
$$\frac{\frac{1}{\underset{(\times 2)}{1}} - \frac{1}{2}x}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{\frac{2-x}{2}}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{2-x}{4} = \frac{3}{\underset{(\times 4)}{1}} \Leftrightarrow 2 - x = 12 \Leftrightarrow -x = 12 - 2 \Leftrightarrow -x = 10 \Leftrightarrow x = -10$$

Resposta: $S = \{-10\}$

4. $2c - d = 3 \Leftrightarrow d - 2c = -3$
Como $d - 2\,c = x$, vem: $x = -3$.
Resposta: A opção correta é **(A)**.

5. $x + x + 10 + x + 10 - 4 = \,;\, 3x + 16 \leftarrow$ Expressão que representa o dinheiro que o João tem.
Resposta: A opção correta é **(B)**.

6.1. $x^2 + x^2 = 20^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 400 \Leftrightarrow x^2 = 200$
A área do quadrado é 200 m^2.
Resposta: A opção correta é **(C)**.



6.2. A medida de um comprimento do lado do quadrado é $x = \sqrt{200}$.
$P = 4\sqrt{200} = 4\sqrt{100 \times 2} = 4 \times \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 4 \times 10\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

O perímetro do quadrado é $40\sqrt{2}$ m.
Resposta: A opção correta é **(A)**.

Pág. 83

7. Seja x a quantia, em euros, que a Filipa levou às compras. O enunciado é traduzido pela equação:
$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x\right) = 20$$

Resolvendo-a, vem:
$$\underset{(\times 6)}{\frac{x}{1}} - \underset{(\times 2)}{\frac{1}{3}}x - \underset{(\times 3)}{\frac{1}{2}}x + \frac{1}{6}x = \underset{(\times 6)}{\frac{20}{1}} \Leftrightarrow 6x - 2x - 3x + x = 120 \Leftrightarrow 2x = 120 \Leftrightarrow x = 60$$

A Filipa levou 60 euros para as compras.
Resposta: A opção correta é **(D)**.

8.1.
$$F = \frac{9C}{5} + 32 \Leftrightarrow -\frac{9C}{5} = 32 - F \Leftrightarrow C = \frac{-5\,(32 - F)}{9} \Leftrightarrow C = \frac{5F - 160}{9} \Leftrightarrow C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$
Resposta: A opção correta é **(D)**.

8.2.
$$F = \frac{9 \times 35}{5} + 32 \Leftrightarrow F = 63 + 32 \Leftrightarrow F = 95$$
Resposta: A opção correta é **(C)**.

9.1. $\overline{CD}^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2 - 2^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 8 - 4 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 4$
Logo $\overline{CD} = 2$.
$P_{[ADC]} = 2 + 2 + \sqrt{8} = 4 + \sqrt{8} = 4 + \sqrt{4 \times 2} = 4 + 2\sqrt{2}$

O perímetro do triângulo $[ABC]$ é $\left(4 + 2\sqrt{2}\right)$ cm.
Resposta: A opção correta é **(B)**.

9.2. $\overline{BD}^2 = \left(\sqrt{32}\right)^2 - 2^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 32 - 4 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 28$
Logo $\overline{BD} = \sqrt{28}$.
$$A_{[ABC]} = \frac{\left(2 + \sqrt{28}\right) \times 2}{2} = 2 + \sqrt{28} = 2 + \sqrt{4 \times 7} = 2 + 2\sqrt{7}$$
A área do quadrado $[ABC]$ é $\left(2 + 2\sqrt{7}\right)$ cm^2.
Resposta: A opção correta é **(A)**.

Pág. 84

1.1. $A = (5x + 3)\,(2x - 1) = 10x^2 - 5x + 6x - 3 = 10x^2 + x - 3$
Resposta: A área do retângulo é dada por $10x^2 + x - 3$.

1.2. $A = (2a + 3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$
Resposta: A área do retângulo é dada por $4a^2 + 12a + 9$.

1.3. $A = (3x + 2)\,(3x - 2) = 9x^2 - 4$
Resposta: A área do retângulo é dada por $9x^2 - 4$.

Pág. 85

Questão 1

1.1. $(1 - x)\,(2x + 3) = 2x + 3 - 2x^2 - 3x = -2x^2 - x + 3$

1.2.
$$-\frac{1}{2}x\left(3x + \frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x$$

1.3. $(-1+x-2x)(1-3x)=(-1-x)(1-3x)=-1+3x-x+3x^2=3x^2+2x-1$

1.4.
$$1-\frac{x-1}{2}+3(x-2)=\underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}}-\frac{x-1}{2}+\underset{(\times 2)}{\frac{3x}{1}}-\underset{(\times 2)}{\frac{6}{1}}=\frac{2}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}+\frac{6x}{2}-\frac{12}{2}=\frac{5}{2}x-\frac{9}{2}$$

1.5.
$$2x-\frac{1}{2}-x\left(1+\frac{1}{2}x\right)=2x-\frac{1}{2}-x-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}.$$

1.6.
$$-\frac{1}{2}(1-a)\left(1+a+a^2\right)=-\frac{1}{2}\left(1+a+a^2-a-a^2-a^3\right)=-\frac{1}{2}\left(-a^3+1\right)=\frac{1}{2}a^3-\frac{1}{2}$$

Questão 2

2.1.
$$\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2=\frac{1}{4}x^2+3x+9$$

2.2.
$$\left(-x-\frac{1}{3}\right)^2=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$$

2.3.
$$\left(-\frac{a}{2}+3\right)^2=\frac{a^2}{4}-3a+9$$

2.4.
$$\frac{1}{4}-b+b^2$$

2.5.
$$\frac{4}{9}+\frac{4}{3}x+x^2$$

2.6. $(2x-1)(2x+1)=4x^2-1$

2.7. $(2x-1)(2x+1)=4x^2-1$

2.8. $(-3x+7)(3x+7)=(7-3x)(7+3x)=49-9x^2$

2.9.
$$\left(-\frac{1}{2}x+1\right)\left(-\frac{1}{2}x+1\right)=\left(-\frac{1}{2}x+1\right)^2=\frac{1}{4}x^2-x+1$$

2.10.
$$\left(-\frac{1}{3}x-1\right)\left(-\frac{1}{3}x+1\right)=\frac{1}{9}x^2-1$$

Pág. 86

Questão 3

3.1. $x^2-x=x(x-1)$

3.2. $b-3b^2=b(1-3b)$

3.3.
$$2x-\frac{x^2}{2}=x\left(2-\frac{x}{2}\right)$$

3.4.
$$\frac{x}{2}-x^2=x\left(\frac{1}{2}-x\right)$$

3.5.
$$\frac{2a}{3}-a^2=a\left(\frac{2}{3}-a\right)$$

3.6. $9x^2-1=(3x-1)(3x+1)$

3.7.
$$x^2-\frac{25}{4}=\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)$$

3.8. $x^2-2x+1=(x-1)^2=(x-1)(x-1)$

3.9. $9x^2+6x+1=(3x+1)^2=(3x+1)(3x+1)$

1.1. $(5x+1)^2+3x\,(5x+2)=25x^2+10x+1+15x^2+6x=40x^2+16x+1$

1.2. $(5x+1)\,(5x-1)+(3x+1)^2=25x^2-1+9x^2+6x+1=34x^2+6x$

Pág. 87

2. Vamos começar por simplificar algumas das expressões algébricas.

- $(1-2x)\,(1+2x)=1-4x^2$. Logo, $2\rightarrow$ **A**
- $(-1-x)\,(-1+x)=1-x^2$. Logo, $3\rightarrow$ **T**
- $\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{12}x+\frac{1}{16}=\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{16}$

  Logo, $4\rightarrow$ **O**
- $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}\,(3-x)=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\underset{(\times 9)}{\frac{2}{1}}+\frac{2}{3}x=x^2+\frac{1}{9}-\frac{18}{9}=x^2-\frac{17}{9}$

  Logo, $7\rightarrow$ **Z**
- $(x-3)^2-7\,(x-3)=(x-3)\,(x-3-7)=(x-3)\,(x-10)$. Logo, $8\rightarrow$ **A**
- $x\left(\frac{x}{2}-3\right)=\frac{x^2}{2}-3x$

  Logo, $10\rightarrow$ **A**
- x$(1-x)\,(1+x)=x\left(1-x^2\right)=x-x^3$. Logo, $11\rightarrow$ **O**
- $(1-x)^2-(1-x)\,(1+x)=1-2x+x^2-\left(1-x^2\right)=1-2x+x^2-1+x^2=2x^2-2x$

  Logo, $1\rightarrow$ **F**
- $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2+2\,(x-3)^2=4x^2-2x+\frac{1}{4}+2\left(x^2-6x+9\right)=4x^2-2x+\frac{1}{4}+2x^2-12x+\underset{(\times 4)}{\frac{18}{1}}=$

  $=6x^2-14x+\frac{1}{4}+\frac{72}{4}=6x^2-14x+\frac{73}{4}$

  Logo, $5\rightarrow$ **R**
- $(x-1)^2-3\,(x-2)\,(x+3)=x^2-2x+1-3\left(x^2+3x-2x-6\right)=x^2-2x+1-3x^2-9x+6x+18=$
  $=-2x^2-5x+19$

  Logo, $9\rightarrow$ **Ç**
- $(1-2x)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=1-4x+4x^2-\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)=\underset{(\times 4)}{\frac{1}{1}}-4x+4x^2-x^2+x-\frac{1}{4}=$

  $=3x^2-3x+\frac{4}{4}-\frac{1}{4}=3x^2-3x+\frac{3}{4}$

  Logo, $6\rightarrow$ **I**

  Assim, temos a palavra pedida:

  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
  F A T O R I Z A Ç Ã O

3.1. $(3x+2)^2-x^2=9x^2+12x+4-x^2=8x^2+12x+4$

Resposta: A área da parte colorida da figura é dada por $8x^2+12x+4$

3.2.

$$\left(\frac{3x}{2}-5\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2=\frac{9x^2}{4}-15x+25-\frac{x^2}{4}=\frac{8x^2}{4}-15x+25=2x^2-15+25$$

Resposta: A área da parte colorida da figura é dada por $2x^2-15x+25$.

4.1. $(2x-3)^2-(2x-3)=(2x-3)\,(2x-3-1)=(2x-3)\,(2x-4)$

4.2. $-5\,(x-3)-4\,(x-3)^2=(x-3)\,[-5-4\,(x-3)]=(x-3)\,(-5-4x+12)=(x-3)\,(7-4x)$

4.3. $(3x-1)^2-16=(3x-1-4)\,(3x-1+4)=(3x-5)\,(3x+3)$

4.4. $(2x-1)^2-(3x+4)^2=[2x-1-(3x+4)]\,(2x-1+3x+4)=(2x-1-3x-4)\,(5x+3)=$
$=(-x-5)\,(5x+3)$

Pág. 88

1.
2) $(x-3)^2=0 \Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$
3)
$$(1-x)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 1-x=0 \vee x+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{1}{2}$$

4) $-3x\,(x-4)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$
5)
$$-\frac{x-1}{2}=\underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}} \Leftrightarrow -x+1=6 \Leftrightarrow -x=6-1 \Leftrightarrow -x=5 \Leftrightarrow x=-5$$

6)
$$-\frac{1-x}{2}-\underset{(\times 2)}{\frac{x}{1}}=0 \Leftrightarrow -1+x-2x=0 \Leftrightarrow x-2x=1 \Leftrightarrow -x=1 \Leftrightarrow x=-1$$

7) $-3x\,(5x-10)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 5x-10=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 5x=10 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$
8)
$$-\frac{1}{2}x\,(x-7)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-7=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=7$$

9)
$$(3x-1)^2=0 \Leftrightarrow 3x-1=0 \Leftrightarrow 3x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$$

10)
$$-\frac{x-1}{2}=\underset{(\times 2)}{\frac{5x}{1}} \Leftrightarrow -x+1=10x \Leftrightarrow -x-10x=-1 \Leftrightarrow -11x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{11}$$

11)
$$-2x-\frac{1}{2}x^2=0 \Leftrightarrow x\left(-2-\frac{1}{2}x\right)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -2-\frac{1}{2}x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -\frac{1}{2}x=2 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-4$$

12) $-3x\,(1-4x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 1-4x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -4x=-1 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{1}{4}$
Resposta:
1 L   2 G   3 A   4 H   5 K   6 C
7 E   8 B   9 D   10 I   11 J   12 F

2. O Pedro aplicou indevidamente a lei do anulamento do produto, uma vez que o segundo membro da equação não é zero.

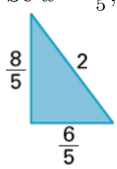
Pág. 89

Questão 4: Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:
$$x^2+(2x-2)^2=2^2 \Leftrightarrow x^2+4x^2-8x+4=4 \Leftrightarrow 5x^2-8x=0 \Leftrightarrow x\,(5x-8)=0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=0 \vee 5x-8=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 5x=8 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{8}{5}$$

Se $x=0$, teríamos:

Logo, 0 não é a solução do problema, pois a medida de um comprimento é representada por um número positivo.

Se $x=\frac{8}{5}$, teríamos:



$$2\times\frac{8}{5}-2=\frac{16}{5}-2=\frac{16}{5}-\frac{10}{5}=\frac{6}{5}$$
Logo, $x=\frac{8}{5}$.

1. Para aplicar diretamente a lei do anulamento do produto é necessário que um dos membros da equação esteja decomposto em fatores e o outro seja igual a zero.

1.1. É possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto.

$0 = (x-1)(x+3) \Leftrightarrow x-1=0 \vee x+3=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-3$

$S = \{-3\ ,\ 1\}$

1.2. É possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto

$0 = (1-3x)\left(x-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 1-3x=0 \vee x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 1=3x \vee x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}=x \vee x=\frac{1}{2}$

$S = \left\{\frac{1}{3}\ ,\ \frac{1}{2}\right\}$

1.3. Não é possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto, pois, apesar de o primeiro membro da equação estar decomposto em fatores, o segundo membro é diferente de zero.

1.4. É possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto.

$5(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \vee x-2=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=2$

$S = \{1\ ,\ 2\}$

2.1. $2x - x = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x(x-1)=0$.

2.2. $x(x-1)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-1 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1$

Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x(x-1)(x+5)=0$.

3.1.

$\frac{1}{3}x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x\left(x-\frac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-\frac{1}{3}=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{1}{3}$

Resposta: A equação dada, escrita na forma canónica, é, por exemplo, $x^2 - \frac{1}{3}x = 0$.
O respetivo conjunto-solução é $S = \left\{0\ ,\ \frac{1}{3}\right\}$.

3.2. $(x-1)^2 = 2-2x \Leftrightarrow x^2-2x+1-2+2x=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$

3.3.

$(-1-2x)^2 = 4x \Leftrightarrow 1+4x+4x^2-4x=0 \Leftrightarrow 4x^2+1=0 \Leftrightarrow 4x^2=-1 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{4}$

A equação é impossível.
Resposta: A equação dada, escrita na forma canónica, é, por exemplo, $4x^2+1=0$.
O respetivo conjunto-solução é $S = \{\}$.

3.4.

$\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x + 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x(x-4)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$

Resposta: A equação dada, escrita na forma canónica, é, por exemplo, $x^2-4x=0$.
O respetivo conjunto-solução é $S=\{0\ ,\ 4\}$.

4.1.
$$x^2 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \Leftrightarrow x\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$$

<u>**Verificação**</u>

$\frac{1}{2} \times 0 = 0$; $\quad 0^2 = 0$; $\quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $\quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

0 (zero) não representa a medida de um comprimento.
Logo, $x = \frac{1}{2}$.

4.2. $x^2 - x = 3x \Leftrightarrow x^2 - x - 3x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$
<u>**Verificação**</u>
$3 \times 0 = 0$; $\quad 0^2 - 0 = 0$; $\quad 3 \times 4 = 12$; $\quad 4^2 - 4 = 12$

0 (zero) não representa a medida de um comprimento.
Logo, $x = 4$

4.3. $3x^2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$
<u>**Verificação**</u>
$3 \times (-3)^2 = 27$; $\quad 3 \times 3^2 = 27$

O problema tem duas soluções: $x - 3$ ou $x = 3$

5.1. Seja x o número pedido. Desta forma, vem:
$x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

<u>Resposta</u>: O número pedido é 2 (0 não é um número positivo)

5.2. Seja x o número pedido. Desta forma, vem:
$(x-2)^2 = 8 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 8 - 4x \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

<u>Resposta</u>: O número pedido é –2 (2 não é um número negativo).

5.3. Seja x o número pedido. Desta forma, vem:
$x \times \frac{1}{3}x = 48 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 = 48 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = -12 \vee x = 12$

<u>Resposta</u>: O problema tem duas soluções. O número pedido é –12 ou 12.

Pág. 91

6.1. Representa a área do quadrado maior.

6.2. $(x+5)^2 - 81 = (x+5-9)(x+5+9) = (x-4)(x+14)$

6.3. $(x+5)^2 = 81 \Leftrightarrow (x+5)^2 - 81 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+14) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x + 14 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -14$
Como $x > 0$ (x representa a medida de um comprimento), então $x = 4$.

7.1. Área do retângulo $= 8 \times \frac{3}{2}x = 12x$
Área do quadrado $= (2x)^2 = 4x^2$
<u>Resposta</u>: A equação pedida é $4x^2 = 12x$.

7.2. $4x^2 = 12 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0$, como queríamos mostrar.

7.3. $x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$
$S = \{0\ ,\ 3\}$

7.4. Se $x = 0$: $\frac{3}{2} \times 0 = 0$; $2 \times 0 = 0$.
Se $x = 3$ então $\frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$; $2 \times 3 = 6$
Não. 0 (zero) não é solução do problema porque a medida de um comprimento é representada por um número positivo.

Pág. 92

1.1. $x^2+2x+1=x^2+2\times x\times 1+1^2=(x+1)^2$

1.2. $x^2-6x+9=x^2-2\times 3\times x+3^2=(x-3)^2$

1.3.
$$x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

1.4.
$$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$$

2.1. $x^2+16x+64=(x+8)^2$

2.2. $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2.3.
$$x^2-5x+\frac{25}{4}=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$$

2.4.
$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

3.1. Representa a área do quadrado.

3.2. $(x+3)^2=16\Leftrightarrow x+3=-4\vee x+3=4\Leftrightarrow x=-7\vee x=1$
No contexto do problema, $x=1$.

Pág. 93

Questão 5

5.1.
$$x^2-x+3=x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$$

5.2. $3x^2+6x-1=3\left(x^2+2x+1-1\right)-1=3\left(x^2+2x+1\right)-3-1=3\left(x+1\right)^2-4$

5.3.
$$\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}\left(x^2-4x+4-4\right)+3=\frac{1}{2}\left(x^2-4x+4\right)-2+3=\frac{1}{2}\left(x-2\right)^2+1$$

Pág. 94

Questão 6

6.1. $(x-4)^2=-5$. A equação é impossível. $S=\varnothing$

6.2. $(x-4)^2=25\Leftrightarrow x-4=-5\vee x-4=5\Leftrightarrow x=-5+4\vee x=5+4\Leftrightarrow x=-1\vee x=9$
$S=\{-1\ ,\ 9\}$

6.3. $(2x+3)^2=9\Leftrightarrow 2x+3=-3\vee 2x+3=3\Leftrightarrow 2x=-3-3\vee 2x=3-3\Leftrightarrow 2x=-6\vee 2x=0\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=-3\vee x=0$
$S=\{-3\ ,\ 0\}$

6.4. $x^2+2x=8\Leftrightarrow x^2+2x+1=8+1\Leftrightarrow \frac{2}{2}=1$ e $1^2=1\,(x+1)^2=9\Leftrightarrow x+1=-3\vee x+1=3\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=-3-1\vee x=3-1\Leftrightarrow x=-4\vee x=2$
$S=\{-4\ ,\ 2\}$

6.5.
$$12=-x^2+7x\Leftrightarrow x^2-7x=-12\Leftrightarrow x^2-7x+\frac{49}{4}=-12+\frac{49}{4}\Leftrightarrow\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{1}{2}\vee x-\frac{7}{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}\vee x=\frac{1}{2}+\frac{7}{2}\Leftrightarrow x=3\vee x=4$$
$S=\{3\ ,\ 4\}$

Questão 7

7.1. $x^2+6x+1=0 \Leftrightarrow x^2+6x=-1 \Leftrightarrow x^2+6x+9=-1+9 \Leftrightarrow (x+3)^2=8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x+3=-\sqrt{8} \vee x+3=\sqrt{8} \Leftrightarrow x=-3-\sqrt{8} \vee x=-3+\sqrt{8}$
$S=\left\{-3-\sqrt{8}\ ,\ -3+\sqrt{8}\right\}$

7.2. $2x^2+16x+14=0 \Leftrightarrow \underset{(:2)}{2x^2+16x}=-\underset{(:2)}{14} \Leftrightarrow x^2+8x=-7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+8x+16=-7+16 \Leftrightarrow (x+4)^2=9 \Leftrightarrow x+4=-3 \vee x+4=3 \Leftrightarrow x=-3-4 \vee x=3-4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=-7 \vee x=-1$

$S=\{-7\ ,\ -1\}$

7.3.
$$3x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \underset{(:3)}{3x^2-5x}=-\underset{(:3)}{4} \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{3}x=-\frac{4}{3} \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}=-\underset{(\times 12)}{\frac{4}{3}}+\frac{25}{36}$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{6}\right)^2=-\frac{23}{36}$$

A equação é impossível. S=$\varnothing$

7.4.
$$\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{4}x+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{4}x}=-\underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x^2+\frac{5}{2}x=-1 \Leftrightarrow x+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=-1+\frac{25}{16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16} \Leftrightarrow x+\frac{5}{4}=-\frac{3}{4} \vee x+\frac{5}{4}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{3}{4}-\frac{5}{4} \vee x=\frac{3}{4}-\frac{5}{4} \Leftrightarrow x=-2 \vee x=-\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{-2\ ,\ -\frac{1}{2}\right\}$$

1.1. $x^2+16x+1=x^2+16x+64-64+1=(x+8)^2-63-64+1=-63$

1.2.
$$x^2-5x-3=x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}-3=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{37}{4}$$

1.3.
$$2x^2+6x+5=2\left(x^2+3x\right)+5=2\left(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+5=2\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{2}+5=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$$

2.1. $x^2-2x=15 \Leftrightarrow x^2-2x+1=15+1 \Leftrightarrow (x-1)^2=16 \Leftrightarrow x-1=-4 \vee x-1=4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=-4+1 \vee x=4+1 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=5$
$S=\{-3\ ,\ 5\}$

2.2.
$$x^2=-x+1 \Leftrightarrow x^2+x=1 \Leftrightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4} \Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=-\frac{\sqrt{5}}{2} \vee x+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2} \vee x=+\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-\sqrt{5}-1}{2} \vee x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$S=\left\{\frac{-\sqrt{5}-1}{2}\ ;\ \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right\}$$

2.3.

$$\underset{(:3)}{3x^2-5x+3} = \underset{(:3)}{0} \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{3}x+1=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}=-1+\frac{25}{36} \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{6}\right)^2=-\frac{11}{36}$$

A equação é impossível. $S=\varnothing$

2.4.

$$\underset{(\times\frac{3}{2})}{\frac{2}{3}x^2-2x} = \underset{(\times\frac{3}{2})}{\frac{7}{6}} \Leftrightarrow x^2-3x=\frac{7}{4} \Leftrightarrow x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{7}{4}+\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{3}{2}=-2 \vee x-\frac{3}{2}=2 \Leftrightarrow x=-2+\frac{3}{2} \vee x=2+\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \vee x=\frac{7}{2}$$

$$S=\left\{-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{7}{2}\right\}$$

3.1.

$$x^2-\frac{x}{2}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x-\frac{x}{2}+\frac{1}{16}=\frac{1}{2}+\frac{1}{16} \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{1}{4}=-\frac{3}{4} \vee x-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{3}{4}+\frac{1}{4} \vee x=\frac{3}{4}+\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \vee x=1$$

$$S=\left\{-\frac{1}{2}\ ,\ 1\right\}$$

3.2.

$$(3x-1)^2+1=14x-2 \Leftrightarrow 9x^2-6x+1+1=14x-2 \Leftrightarrow 9x^2-20x=-4 \Leftrightarrow x^2-\frac{20}{9}x=-\frac{4}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{20}{9}x+\frac{100}{81}=-\frac{4}{9}+\frac{100}{81} \Leftrightarrow \left(x-\frac{10}{9}\right)^2=\frac{64}{81} \Leftrightarrow x-\frac{10}{9}=\frac{8}{9} \vee x-\frac{10}{9}=-\frac{8}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{8}{9}+\frac{10}{9} \vee x=-\frac{8}{9}+\frac{10}{9} \Leftrightarrow x=2 \vee x=\frac{2}{9}$$

$$S=\left\{\frac{2}{9}\ ,\ 2\right\}$$

3.3.

$$\underset{(\times 2)}{\frac{x+1}{4}}+\frac{x^2-1}{8}=\underset{(\times 8)}{2x}-\underset{(\times 8)}{4} \Leftrightarrow 2x+2+x^2-1=16x-32 \Leftrightarrow x^2-14x=-33 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-14x+49=-33+49 \Leftrightarrow (x-7)^2=16 \Leftrightarrow x-7=-4 \vee x-7=4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-4+7 \vee x=4+7 \Leftrightarrow x=3 \vee x=11$$

$S=\{3\ ,\ 11\}$

3.4.

$$\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(3x+\frac{1}{2}\right)=\frac{35}{6} \Leftrightarrow 6x^2+x-x-\frac{1}{6}=\frac{35}{6} \Leftrightarrow 6x^2=\frac{36}{6} \Leftrightarrow 6x^2=6 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$$

$S=\{-1\ ,\ 1\}$

3.5.

$$\frac{x-4}{3}+(x-4)^2=0 \Leftrightarrow (x-4)\left(\frac{1}{3}+x-4\right)=0 \Leftrightarrow (x-4)\left(x-\frac{11}{3}\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-4=0 \vee x-\frac{11}{3}=0 \Leftrightarrow x=4 \vee x=\frac{11}{3}$$

$$S=\left\{\frac{11}{3}\ ,\ 4\right\}$$

3.6. $(x-4)^2(x-9)^2 = x^2 \Leftrightarrow [(x-4)(x-9)]^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2-9x-4x+36\right)^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left(x^2-13x+36\right)^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2-13x+36-x\right)\left(x^2-13x+36+x\right) = 0$
$\Leftrightarrow \left(x^2-14x+36\right)\left(x^2-12x+36\right) = 0 \Leftrightarrow x^2-14x+36 = 0 \vee x^2-12x+36 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2-14x+49 = 49-36 \vee (x-6)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-7)^2 = 13 \vee x-6 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x-7 = -\sqrt{13} \vee x-7 = \sqrt{13} \vee x = 6 \Leftrightarrow x = 7-\sqrt{13} \vee x = 7+\sqrt{13} \vee x = 6$
$S = \left\{7-\sqrt{13}\ ,\ 6\ ,\ 7+\sqrt{13}\right\}$

Pág. 96

1.1. A equação tem duas soluções.

1.2. A equação tem uma solução.

1.3. A equação não tem qualquer solução.

2.1. A equação tem duas soluções distintas se $k > 0$.

2.2. A equação tem uma única solução se $k = 0$.

2.3. A equação não tem qualquer solução se $k < 0$.

Pág. 97

Questão 8

8.1. $x^2-5x-2=0$
$\Delta = b^2-4ac$; $a=1$, $b=-5$ e $c=-2$
Como $\Delta = 33 > 0$, a equação tem 2 soluções.

8.2. $2x = -5x^2-5 \Leftrightarrow 5x^2+2x+5=0$
$\Delta = b^2-4ac; a=5\ ;\ b=2\ ;\ c=5$
$\Delta = 2^2-4\times5\times5 = 4-100 = -96$
Como $\Delta = -96 < 0$, a equação não tem soluções.

8.3.
$$4x^2-2x+\frac{1}{4}=0$$
$$\Delta = b^2-4ac\ ;\ a=4\ ;\ b=-2\ ;\ c=\frac{1}{4}$$
$$\Delta = (-2)^2-4\times4\times\frac{1}{4} = 4-4 = 0$$
Como $\Delta = 0$, a equação tem uma única solução.

8.4.
$$-\frac{1}{3}x^2-2x+1=0$$
$$\Delta = b^2-4ac\ ;\ a=-\frac{1}{3}\ ;\ b=-2\ ;\ c=1$$
$$\Delta = (-2)-4\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times1 = 4+\frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$
Como $\Delta = \frac{16}{3} > 0$, a equação tem duas soluções.

8.5.
$$\frac{2}{3}x^2-x+1=0$$
$$\Delta = b^2-4ac\ ;\ a=\frac{2}{3}\ ;\ b=-1\ ;\ c=1$$
$$\Delta = (-1)^2-4\times\frac{2}{3}\times1 = 1-\frac{8}{3} = -\frac{5}{3}$$
Como $\Delta = -\frac{5}{3} < 0$, a equação não tem soluções.

Pág. 98

Questão 9

9.1. $x^2-6x+8=0$
$\Delta = b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=-6\ ;\ c=8$
$\Delta = (-6)^2-4\times1\times8 = 36-32 = 4$
$$x^2-6x+8=0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6)\pm\sqrt{4}}{2\times1} \Leftrightarrow x = \frac{6\pm2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6-2}{2} \vee x = \frac{6+2}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$$
$S = \{2\ ,\ 4\}$

9.2. $-x^2+4x+21=0$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=-1\ ;\ b=4\ ;\ c=21$

$\Delta=4^2-4\times(-1)\times 21=16+84=100$

$$-x^2+4x+21=0 \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{100}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm 10}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-4-10}{-2} \vee x=\frac{-4+10}{-2} \Leftrightarrow x=7 \vee x=-3$$

$S=\{-3\ ,\ 7\}$

9.3. $-x^2+7x-6=0$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=-1\ ;\ b=7\ ;\ c=-6$

$\Delta=7^2-4\times(-1)\times(-6)=49-24=25$

$$-x^2+7x-6=0 \Leftrightarrow x=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-7\pm 5}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-7-5}{-2} \vee x=\frac{-7+5}{-2} \Leftrightarrow x=6 \vee x=1$$

$S=\{1\ ,\ 6\}$

9.4. $x^2+2x=-1 \Leftrightarrow x^2+2x+1=0$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=2\ ;\ c=1$

$\Delta=2^2-4\times 1\times 1=4-4=0$

$$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{0}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{-2}{2} \Leftrightarrow x=-1$$

$S=\{-1\}$

9.5. $5x^2-15x-50=0 \Leftrightarrow x^2-3x-10=0$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=-3\ ;\ c=-10$

$\Delta=(-3)^2-4\times 1\times(-10)=9+40=49$

$$x^2-3x-10=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{49}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{3\pm 7}{2} \Leftrightarrow x=\frac{3-7}{2} \vee x=\frac{3+7}{2} \Leftrightarrow x=-2 \vee x=5$$

$S=\{-2\ ,\ 5\}$

9.6. $x^2-2x+12=0$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=-2\ ;\ c=12$

$\Delta=(-2)^2-4\times 1\times 12=4-48=-44<0$

A equação não tem solução. $S=\varnothing$

9.7.

$$x^2-\frac{7}{2}x=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x^2-7x+3=0$$

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=2\ ;\ b=-7\ ;\ c=3$

$\Delta=(-7)^2-4\times 2\times 3=49-24=25$

$$2x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{25}}{2\times 2} \Leftrightarrow x=\frac{7\pm 5}{4} \Leftrightarrow x=\frac{7-5}{4} \vee x=\frac{7+5}{4} \Leftrightarrow x=\frac{2}{4} \vee x=\frac{12}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \vee x=3$$

$$S=\left\{\frac{1}{2}\ ,\ 3\right\}$$

Pág. 99

1.1. A equação não tem soluções se o seu binómio discriminante for negativo ($\Delta<0$).

$\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=-1\ ;\ c=k$

$$\Delta<0 \Leftrightarrow (-1)^2-4\times 1\times k<0 \Leftrightarrow 1-4k<0 \Leftrightarrow -4k<-1 \Leftrightarrow k>\frac{1}{4}$$

Resposta: $k\in\left]\frac{1}{4}\ ,\ +\infty\right[$

1.2. A equação tem pelo menos uma solução se $\Delta \geq 0$.
$\Delta = b^2 - 4ac$; $a = 1$; $b = -1$; $c = k$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 4 \times 1 \times k \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4k \geq 0 \Leftrightarrow -4k \geq -1 \Leftrightarrow k \leq \frac{1}{4}$$

Resposta: $k \in \left]-\infty\ ,\ \frac{1}{4}\right]$

2. A equação tem uma única solução se $\Delta = 0$.
$\Delta = b^2 - 4ac$; $a = 1$; $b = 2k$; $c = 5k$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (2k)^2 - 4 \times 1 \times 5k = 0 \Leftrightarrow 4k^2 - 20k = 0 \Leftrightarrow 4k\,(k-5) = 0 \Leftrightarrow 4k = 0 \vee k - 5 = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = 5$$

Resposta: $k \in \{0\ ,\ 5\}$

3.1. A equação é incompleta se , ou seja, se $k = -2$ $(k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -2)$

3.2.

$$x^2 - (7+2)\,x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times 20}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9-1}{2} \vee x = \frac{9+1}{2} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 5$$

Logo, $S = \{4\ ,\ 5\}$.

4.1. A equação é incompleta se $k - 10 = 0$, ou seja, $k = 10$.

4.2. A equação tem uma solução se $b^2 - 4ac = 0$, com $a = 1$, $b = -3$ e $c = k - 10$.
$(-3)^2 - 4 \times 1 \times (k - 10) = 0 \Leftrightarrow 9 - 4k + 40 = 0 \Leftrightarrow -4k - 49 \Leftrightarrow k = \dfrac{49}{4}$

4.3.

$$x^2 - 3x + (13 - 10) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

A equação é impossível. Logo, $S = \{\}$.

5.1. $x^2 - x\,(x+5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow -5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
Resposta: A equação dada não é do 2.° grau.
$S = \{0\}$

5.2. $x\,(x-3) = 1 - x\,(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 1 - x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 + x^2 - 3x + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1-3}{4} \vee x = \frac{1+3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{4} \vee x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$$

Resposta: A equação dada é do 2.° grau.
$S = \left\{-\dfrac{1}{2}\ ,\ 1\right\}$

5.3. $(1-x)^2 = (1-x)\,(5-x) \Leftrightarrow 1 - 2x + x^2 = 5 - x - 5x + x^2 \Leftrightarrow x^2 - x^2 - 2x + x + 5x + 1 - 5 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$

Resposta: A equação dada não é do 2.° grau.
$S = \{1\}$

5.4.

$$(x-3)^2 = 49 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 49 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 40 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times (-40)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 14}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6-14}{2} \vee x = \frac{6+14}{2} \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 10$$

Resposta: A equação dada é do 2.° grau.
$S = \{-4 \ , \ 10\}$

5.5. $(x-3)(x+3) - (2x+1)^2 = -10 \Leftrightarrow x^2 - 9 - \left(4x^2 + 4x + 1\right) = -10 \Leftrightarrow x^2 - 9 - 4x^2 - 4x - 1 + 10 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -3x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(-3x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{4}{3}$$

Resposta: A equação é do 2.° grau.
$S = \left\{-\frac{4}{3} \ , \ 0\right\}$

5.6.

$$\left(\frac{1}{2}x + 6\right)^2 - (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\left(\frac{1}{2}x + 6\right) - (x-3)\right]\left[\left(\frac{1}{2}x + 6\right) + (x-3)\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x + 6 - x + 3\right)\left(\frac{1}{2}x + 6 + x - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}x + 9\right)\left(\frac{3}{2}x + 3\right) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 9 = 0 \vee \frac{3}{2}x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x = -9 \vee \frac{3}{2}x = -3 \Leftrightarrow x = 18 \vee x = -2$$

Resposta: A equação é do 2.° grau.
$S = \{-2 \ , \ 18\}$

5.7.

$$\underset{(\times 3)}{\frac{x^2}{2}} - \underset{(\times 2)}{\frac{3x-1}{3}} = \underset{(\times 6)}{2} \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 12 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 3 \times (-10)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{156}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 2\sqrt{39}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{39}}{3}$$

Resposta: A equação é do 2.° grau.
$S = \left\{\frac{3 - \sqrt{39}}{3} \ , \ \frac{3 + \sqrt{39}}{3}\right\}$

5.8.

$$x^2 - 16 - 2\left(\frac{x}{2} - 1\right)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16 - 2\left(\frac{x^2}{2} - 2x - x + 4\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16 - x^2 + 4x + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow 6x = 24 \Leftrightarrow x = 4$$

Resposta: A equação é do 1.° grau.
$S = \{4\}$

6. Seja x a medida da largura da base do paralelepípedo. O volume do paralelepípedo é dado pela expressão $4x(x+3)$. Assim, vem:

$$4x(x+3) = 72 \Leftrightarrow 4x^2 + 12x - 72 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-18)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3-9}{2} \vee x = \frac{-3+9}{2} \Leftrightarrow x = -6 \vee x = 3$$

Como $x > 0$, pois trata-se da medida da largura do paralelepípedo, $x = 3$.
Resposta: A base do paralelepípedo tem 3 cm de largura.

1.1. As soluções da equação são:
- $1, porque (1-1)\times(1+2)=0\times 3=0;$
- $--2, porque (-2-1)\times(-2+2)=-3\times 0=0$

Logo, $S=\{-2\ ,\ 1\}$.

1.2. As soluções da equação são:
- $1, porque 3\times(1-1)(1+2)=3\times 0\times 3=0;$
- $--2, porque 3\times(-2-1)\times(-2+2)=3\times(-3)\times 0=0$

Logo, $S=\{-2\ ,\ 1\}$.

1.3. As soluções da equação são:
- $0, porque 0\times(0+7)=0\times 7=0;$
- $--7, porque$-$7\times(-7+7)=-7\times 0=0$

Logo, $S=\{-7\ ,\ 0\}$.

1.4. As soluções da equação são:
- $0, porque 0\times(2\times 0-1)=0\times(-1)=0;$
- 1_{2}, porque $\frac{1}{2}\times\left(2\times\frac{1}{2}-1\right)=\frac{1}{2}\times 0=0$

Logo, $S=\left\{0\ ,\ \frac{1}{2}\right\}$.

2.1. $(x-1)(x-3)=0\Leftrightarrow x^2-3x-x+3=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$
Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x^2-4x+3=0$.

2.2. $(x+1)(x+3)=0\Leftrightarrow x^2+3x+x+3=0\Leftrightarrow x^2+4x+3=0$
Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x^2+4x+3=0$.

2.3. $x(x-4)=0\Leftrightarrow x^2-4x=0$
Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x^2-4x=0$.

2.4. $(x+5)(x-6)=0\Leftrightarrow x^2-6x+5x-30=0\Leftrightarrow x^2-x-30=0$
Resposta: A equação pedida é, por exemplo, $x^2-x-30=0$.

Questão 10

10.1. $S=2+3=5\ ;\ P=2\times 3=6$
Uma equação com as soluções dadas é $x^2-5x+6=0$.

10.2.
$$S=-1+\frac{1}{3}=-\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}\ ;\ P=-1\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$$
Uma equação com as soluções dadas é $x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$.

10.3. $S=\sqrt{2}+3\ ;\ P=\sqrt{2}\times 3=3\sqrt{2}$
Uma equação com as soluções dadas é $x^2-\left(\sqrt{2}+3\right)x+3\sqrt{2}=0$.

10.4. $S=0+(-1)=-1\ ;\ P=0\times(-1)=0$
Uma equação com as soluções dadas é $x^2+x=0$.

10.5. $S=3+3=6\ ;\ P=3\times 3=9$
Uma equação com as soluções dadas é $x^2-6x+9=0$.

Questão 11

11.1. Equação: $S=2\ ;\ P=-3$
Números dados: $S=-1+3=2\ ;\ P=-1\times 3=-3$
Logo, -1 e 3 são soluções da equação.

11.2. $x^2+5x=-4 \Leftrightarrow x^2+5x+4=0$
Equação: $S=-5$; $P=4$
Números dados: $S=-4-1=-5$; $P=-4\times(-1)=4$
Logo, –4 e –1 são soluções da equação.

11.3.
$$4x^2-4x-15=0 \Leftrightarrow x^2-x-\frac{15}{4}=0$$

Equação: $S=1$; $P=-\frac{15}{4}$
Números dados:
$$S=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{2}{2}=1\,; \quad P=-\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}=-\frac{15}{4}$$

Logo, $-\frac{3}{2}$ e $\frac{5}{2}$ são soluções da equação.

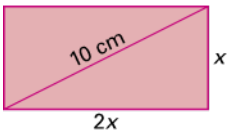
11.4.
$$2x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=0$$

Equação: $S=\frac{5}{2}$; $P=-\frac{3}{2}$
Números dados:
$$S=\frac{1}{2}+3=\frac{1}{2}+\frac{6}{2}=\frac{7}{2}\neq\frac{5}{2}$$

Logo, $\frac{1}{2}$ e 2 não são soluções da equação.

Questão 12

12.1. Pelo teorema de Pitágoras, vem:
$(2x)^2+x^2=10^2 \Leftrightarrow 4x^2+x^2=100$
$\Leftrightarrow 5x^2=100 \Leftrightarrow x^2=20$
Como $x>0$ (x é a medida de um comprimento), $x=\sqrt{20}$
$A=2x\times x=2x^2$; $A=2\times 20=40$



Resposta: A área do retângulo é 40 cm^2.

12.2. $P=2\times 2x+2\times x=6x$; $P=6\times\sqrt{20}=6\sqrt{20}$
Resposta: O perímetro do retângulo é $6\sqrt{20}$ cm.

Pág. 102

1. Sejam x e $x+1$ dois números consecutivos. O produto dos números é 156. Assim, vem:
$$x(x+1)=156 \Leftrightarrow x^2+x-156=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-156)}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{625}}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm25}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-1-25}{2} \vee x=\frac{-1+25}{2} \Leftrightarrow x=-13 \vee x=12$$

$x=-13 \longrightarrow -13$ e -12
$x=12 \Longrightarrow 12$ e 13
Resposta: Os números pedidos são – 13 e – 12 ou 12 e 13.

2. Seja x um dos números pedidos. O outro número é $26-x$. O produto dos números é 165. Assim, vem:
$$x(26-x)=165 \Leftrightarrow -x^2+26x-165=0 \Leftrightarrow x=\frac{-26\pm\sqrt{26^2-4\times(-1)\times(-165)}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-26\pm\sqrt{16}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-26\pm4}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-26-4}{-2} \vee x=\frac{-26+4}{-2} \Leftrightarrow x=15 \vee x=11$$

Verificação

x	$26 - x$
15	$26 - 15 = 11$
11	$26 - 11 = 15$

$11 + 15 = 26$

$11 \times 15 = 165$

Resposta: Os números pedidos são 11 e 15.

3. Seja x a idade atual do João. Há um ano o João tinha $(x - 1)$ anos e daqui a 13 anos terá $(x + 13)$ anos.
Tendo em conta o enunciado, vem:

$$(x-1)^2 = 7(x+13) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 7x + 91 \Leftrightarrow x^2 - 9x - 90 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times (-90)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{441}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm 21}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9-21}{2} \vee x = \frac{9+21}{2} \Leftrightarrow x = -6 \vee x = 15$$

No contexto do enunciado $x = -6$ não tem significado.
Resposta: O João tem 15 anos.

4.1. Por exemplo: Qual é a idade da Maria se o quadrado da sua idade há três anos é igual a oito vezes a idade que ela terá daqui a três anos?

4.2. $(x-3)^2 = 8(x+3) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 8x + 24 \Leftrightarrow x^2 - 14x - 15 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{14 \pm 16}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14-16}{2} \vee x = \frac{14+16}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 15$$

No contexto do enunciado $x = -1$ não tem significado.
Resposta: A solução da equação é $x = 15$.

5.1. a) Representa o custo de cada lápis que a Tita comprou.

b) Representa o custo de cada lápis que a Maria comprou.

c) Representa a quantia que a Maria gastou na compra dos lápis.

5.2.

$$(x+7)\left(\frac{2,6}{x} - 0,07\right) = 2,6 \Leftrightarrow \frac{2,6x}{x} - 0,07x + \frac{18,2}{x} - 0,49 = 2,6 \Leftrightarrow 2,6x - 0,07x^2 + 18,2 - 0,49x = 2,6x$$

$$\Leftrightarrow -0,07x^2 - 0,49x + 18,2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-0,49) \pm \sqrt{(-0,49)^2 - 4 \times (-0,07) \times 18,2}}{2 \times (-0,07)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0,49 \pm \sqrt{5,3361}}{-0,14} \Leftrightarrow x = \frac{0,49 \pm 2,31}{-0,14} \Leftrightarrow x = \frac{0,49 - 2,31}{-0,14} \vee x = \frac{0,49 + 2,31}{-0,14} \Leftrightarrow = 13 \vee x = -20$$

No contexto do enunciado $x = -20$ não tem significado.
Resposta: A Tita comprou 13 lápis.

6. Seja x a medida em metros, do aumento do lado do quadrado.
No contexto do enunciado, vem:
$(20+x)^2 = 2500 \Leftrightarrow 20 + x = \pm\sqrt{2500} \Leftrightarrow x = -20 \pm 50 \Leftrightarrow x = -20 - 50 \vee x = -20 + 50 \Leftrightarrow x = -70 \vee x = 30$

No contexto do enunciado $x = -70$ não tem significado.
Resposta: Deve aumentar 30 metros ao lado do quadrado.

7. A área do passeio é dada por:
$20 \times 30 - (20 - 2x)\,(30 - 2x)$ ou $600 - (20 - 2x)\,(30 - 2x)$.

No contexto do enunciado, vem:

$600-(20-2x)(30-2x)=184 \Leftrightarrow 600-600+40x+60x-4x^2-184=0 \Leftrightarrow -4x^2+100x-184=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-100\pm\sqrt{100^2-4\times(-4)\times(-184)}}{2\times(-4)} \Leftrightarrow x=\frac{-100\pm\sqrt{7056}}{-8} \Leftrightarrow x=\frac{-100\pm 84}{-8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-100-84}{-8} \vee x=\frac{-100+84}{-8} \Leftrightarrow x=23 \vee x=2$$

De acordo com os dados do problema, x é maior que 0 e menor que 10.

Resposta: $x = 2$ m.

Pág. 103

8. Seja x a medida do lado do quadrado mais pequeno. Assim, a medida do lado do quadrado do meio é $2\,x$ e a medida do lado do quadrado maior é $4\,x$.

No contexto do enunciado, vem:

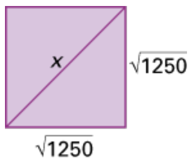
$$x^2+(2x)^2+(4x)^2=84 \Leftrightarrow x^2+4x^2+16x^2=84 \Leftrightarrow 21x^2=84 \Leftrightarrow x^2=\frac{84}{21} \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=2$$

No contexto do enunciado $x = -\,2$ não tem significado.

O perímetro da figura é $P=4x+3\times 2x+3\times 4x=22x; P=22\times 2=44$.

Resposta: O perímetro da figura é 44 cm.

9.1. O lado do quadrado mede $\sqrt{1250}$ cm. Um dos diâmetros do círculo é a diagonal do quadrado.



Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, vem:

$$x^2=\left(\sqrt{1250}\right)^2+\left(\sqrt{1250}\right)^2 \Leftrightarrow x^2=1250+1250$$

$$\Leftrightarrow x^2=2500 \Leftrightarrow x=-50 \vee x=50$$

No contexto do enunciado $x = -\,50$ não tem significado.

Resposta: O diâmetro do círculo é 50 metros.

9.2. A área destinada às flores é $A =$ Área do círculo $-$ Área do quadrado.

$$A=3,1416\times 25-1250=713,5$$

Resposta: A área destinada às flores é, aproximadamente, 713,5 m^2.

10.1. Representa a área da base da caixa.

10.2. $V=(x-18)^2\times 9$

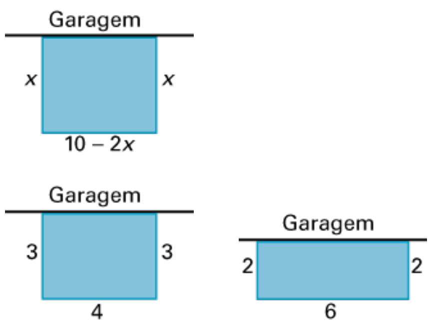
$$(x-18)^2\times 9=144 \Leftrightarrow (x-18)^2=\frac{144}{9} \Leftrightarrow (x-18)^2=16 \Leftrightarrow x-18=-4 \vee x-18=4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-4+18 \vee x=4+18 \Leftrightarrow x=14 \vee x=22$$

No contexto do enunciado $x = 14$ não tem significado uma vez que x é maior que 18.

Resposta: $x = 22$ cm.

11. De acordo com o esquema ao lado, referente ao problema, vem:



$$x(10-2x)=12 \Leftrightarrow -2x^2+10x-12=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\times(-2)\times(-12)}}{2\times(-2)}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-10\pm\sqrt{4}}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{-10\pm 2}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-10-2}{-4} \vee x=\frac{-10+2}{-4} x=3 \vee x=2$$

Resposta: O problema tem duas soluções: o espaço do cão é um retângulo com 3 m por 4 m ou 2 m por 6 m.

Agora é a tua vez

a) Sejam v a velocidade média, em km/h, a que a Joana viajou e t o tempo que demorou a fazer a viagem. De acordo com o enunciado, temos que: $v \times t = 273$ ou $t = \frac{273}{v}$

$(v+32)(t-2) = 273 \Leftrightarrow v \times t - 2v + 32t - 64 = 273$

$v \times t = 273$ ou $(v+32)(t-2) = 273$.

Como $v \times t = 273$ e $t = \frac{273}{v}$, vem:

$$273 - 2v + 32 \times \frac{273}{v} - 64 = 273 \Leftrightarrow -2v^2 - 64v + 8736 = 0 \Leftrightarrow v = \frac{-(-64) \pm \sqrt{(-64)^2 - 4 \times (-2) \times 8736}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{64 \pm \sqrt{73984}}{-4} \Leftrightarrow v = \frac{64 \pm 272}{-4} \Leftrightarrow v = \frac{64 - 272}{-4} \vee v = \frac{64 + 272}{-4} \Leftrightarrow v = 52 \vee v = -84$$

Como $v > 0$, $v = 52$ km/h.

Resposta: A Joana viajou a uma velocidade média de 52 km/h.

b)

$$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} \quad t = \tfrac{273}{52} = 5,25$$ [

0,25 h = 0,25 × 60 min = 15 min

5,25 h = 5 h 15min

Resposta: A viagem demorou 5 horas e 15 minutos.

1.1. $(x+4)(x+5) = x^2 + 5x + 4x + 20 = x^2 + 9x + 20$

1.2. $(a-10)(a-7) = a^2 - 7a - 10a + 70 = a^2 - 17a + 70$

1.3. $(7x+2)(x+3) = 7x^2 + 21x + 2x + 6 = 7x^2 + 23x + 6$

1.4. $(x+1)^2 - 1 = x^2 + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x$

1.5. $(p+3)^2 + 1 = p^2 + 6p + 9 + 1 = p^2 + 6p + 10$

1.6.
$$\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$$

1.7.
$$\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$$

1.8. $(1-x)(1+x) = 1 - x^2$

1.9. $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$

1.10. $(-x+3)(x+3) = (3-x)(3+x) = 9 - x^2$

2. $(2x+b)^2 + c = ax^2 - 4x - 5 \Leftrightarrow 4x^2 + 4bx + b^2 + c = ax^2 - 4x - 5$

Logo, $a = 4$

$4b = -4 \Leftrightarrow b = -1$

$b^2 + c = -5$

$(-1)^2 + c = -5 \Leftrightarrow 1 + c = -5 \Leftrightarrow c = -6$

Resposta: $a = 4$; $b = -1$; $c = -6$.

3.

$$A = 3\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 3\left(\frac{x^2}{4} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}\right) + 2\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) =$$

$$= \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{1}{3} + \frac{2x^2}{4} - 2 = \frac{5x^2}{4} + x + \frac{1}{3} - \frac{6}{3} = \frac{5}{4}x^2 + x - \frac{5}{3}$$

Resposta: A expressão simplificada da área é $\frac{5}{4}x^2 + x - \frac{5}{3}$.

4.1. $x^2 - x = x(x-1)$

4.2. $a^2 - 4a = a(a-4)$

4.3. $2a^2 + 6a = 2a(a+3)$

4.4. $4a^2 - a = a(4a-1)$

4.5. $2x^2 + 4x + 2 = 2\left(x^2 + 2x + 1\right) = 2(x+1)^2 = 2(x+1)(x+1)$

4.6. $\pi r^2 - \pi R^2 = \pi\left(r^2 - R^2\right) = \pi(r-R)(r+R)$

4.7. $x^2 - 25 = (x+5)(x-5)$

4.8. $49 - x^2 = (7-x)(7+x)$

4.9. $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = (x-2)(x-2)$

4.10.
$$a^2 - a + \frac{1}{4} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)$$

5.1. $(1-x)^2 - 25 = (1-x)^2 - 5^2 = (1-x-5)(1-x+5) = (-4-x)(6-x) = (x+4)(x-6)$

5.2.
$$(1-3x)^2 - \frac{1}{4} = (1-3x)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(1 - 3x - \frac{1}{2}\right)\left(1 - 3x + \frac{1}{2}\right) =$$
$$= \left(\frac{1}{2} - 3x\right)\left(\frac{3}{2} - 3x\right) = \left(3x - \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{3}{2}\right)$$

5.3. $1 - (x-3)^2 = 1^2 - (x-3)^2 = [1-(x-3)](1+x-3) = (1-x+3)(x-2) = (4-x)(x-2)$

5.4. $4 - 9(a-2)^2 = 2^2 - [3(a-2)]^2 = 2^2 - (3a-6)^2 = [2-(3a-6)](2+3a-6=)=$
$(2-3a+6)(3a-4 = (8-3a)(3a-4)$

5.5.
$$2a^2 - 2a + \frac{1}{2} = 2\left(a^2 - a + \frac{1}{4}\right) = 2\left[a^2 - 2\times a\times\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)$$

5.6.
$$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = \frac{1}{2}\left(x^2 - 4x + 4\right) = \frac{1}{2}(x-2)^2 = \frac{1}{2}(x-2)(x-2)$$

5.7. $(x-3)^2 - (2x-1)^2 = (x-3-2x+1)(x-3+2x-1) = (-x-2)(3x-4)$

5.8. $(x-3)^2 - (2x-2)(x-3) = (x-3)[(x-3)-(2x-2)] = (x-3)(x-3-2x+2) = (x-3)(-x-1)$

6.1. $(x-1)^2 - (x+2)^2 = [(x-1)-(x+2)][(x-1)+(x+2)] =$
$= (x-1-x-2)(x-1+x+2) = -3(2x+1) = -6x-3$

6.2. Sabemos que $(x-1)^2 - (x+2)^2 = -6x-3$. Logo:
$99\,999^2 - 100\,002^2 = (100\,000-1)^2 - (100\,000+2)^2 = -6\times 100\,000 - 3 = -600\,003$

7. Sejam n e $n+1$ dois números naturais consecutivos. De acordo com o enunciado, vem:
$(n+1)^2 - n^2 - 1 = n^2 + 2n + 1 - n^2 - 1 = 2n$

Como n é um número natural, $2n$ é um número par.

8.1. Por exemplo, se pensei no número 7, vem $7\times 8 = 56$
$56 - 7^2 = 56 - 49 = 7$

Resposta: Obtive o número em que pensei.

8.2. Seja n o número natural em que pensei. De acordo com o enunciado, vem:
$n(n+1) - n^2 = n^2 + n - n^2 = n$

Logo, o número que obtive é o número em que pensei.

9. $n^3 - n = n\left(n^2 - 1\right) = n\,(n+1)\,(n-1)$
$n-1,\ n$ e $n+1$ são números naturais consecutivos.
Logo, é igual ao produto de três números naturais consecutivos.

10. y^2 é a área do quadrado maior e 3^2 é a área de cada um dos quatro quadrados menores.
$A = y^2 - 4 \times 3^2 = y^2 - 4 \times 9 = y^2 - 36 = (y-6)\,(y+6)$

Resposta: A expressão da área pedida é $(y-6)\,(y+6)$.

11.1. $(x+3)^2 = 9 \Leftrightarrow x+3 = -3 \vee x+3 = 3 \Leftrightarrow x = -6 \vee x = 0$
$S = \{-6\ ,\ 0\}$

11.2.
$$(y+3)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow y+3 = -\frac{1}{2} \vee y+3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 3 \vee y = \frac{1}{2} - 3 \Leftrightarrow y = -\frac{7}{2} \vee y = -\frac{5}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{7}{2}\ ,\ -\frac{5}{2}\right\}$$

11.3. $(a+3)^2 = 10 \Leftrightarrow a+3 = -\sqrt{10} \vee a+3 = \sqrt{10} \Leftrightarrow a = -\sqrt{10} - 3 \vee a = \sqrt{10} - 3$
$S = \left\{-\sqrt{10} - 3\ ,\ \sqrt{10} - 3\right\}$

11.4.
$$\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{9}$$

A equação é impossível.
$S = \varnothing$

12.1. É a área da parte colorida da figura C.

12.2. $64 - (x+7)^2 = [8 - (x+7)]\,[8 + (x+7)] = (8 - x - 7)\,(8 + x + 7) = (1-x)\,(15+x)$

12.3. $100 - (x+7)^2 = 36 \Leftrightarrow (x+7)^2 = 64 \Leftrightarrow x+7 = 8 \vee x+7 = -8 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -15$
Como $0 < x < 10$, $x = 1$.

13.1. $x^2 - 2x - 8 = x^2 - 2x + 1 - 1 - 8 = x^2 - 2x + 1 - 9 = (x-1)^2 - 9$

13.2. $x^2 + 5 + 8x = x^2 + 8x + 16 - 16 + 5 = x^2 + 8x + 16 - 11 = (x+4)^2 - 11$

13.3.
$$3x^2 + 4x + 20 = 3\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) + 20 = 3\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - \frac{4}{3} + 20 = 3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{56}{3}$$

13.4.
$$5x^2 + 2x - 24 = 5\left(x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25} - \frac{1}{25}\right) - 24 = 5\left(x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}\right) - \frac{1}{5} - 24 = 5\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 - \frac{121}{5}$$

14.1. $x^2 - 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 3 + 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 7 \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{7} \vee x - 2 = \sqrt{7} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{7} \vee x = 2 + \sqrt{7}$
$S = \left\{2 - \sqrt{7}\ ,\ 2 + \sqrt{7}\right\}$

14.2. $-x^2 = 4x - 5 \Leftrightarrow -x^2 - 4x = -5 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 5 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 5 + 4 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 5 + 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 9 \Leftrightarrow x + 2 = -3 \vee x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = -3 - 2 \vee x = 3 - 2 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 1$
$S = \{-5\ ,\ 1\}$

14.3.

$$4x^2-12x+8=0 \Leftrightarrow x^2-3x=-2 \Leftrightarrow x^2-3x+\frac{9}{4}=-2+\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2} \vee x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2} \vee x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=2$$

$S=\{1\ ,\ 2\}$

14.4.

$$7x^2-8x+1=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{8}{7}x=-\frac{1}{7} \Leftrightarrow x^2-\frac{8}{7}x+\frac{16}{49}=-\frac{1}{7}+\frac{16}{49} \Leftrightarrow \left(x-\frac{4}{7}\right)^2=\frac{9}{49} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{4}{7}=-\frac{3}{7} \vee x-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}=-\frac{3}{7}+\frac{4}{7} \vee x=\frac{3}{7}+\frac{4}{7} \Leftrightarrow x=\frac{1}{7} \vee x=1$$

$S=\left\{\frac{1}{7}\ ,\ 1\right\}$

15.1. $\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=7\ ;\ b=-9\ ;\ c=2$
$\Delta=(-9)^2-4\times 7\times 2=81-56=25$
Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.

15.2. $\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=2\ ;\ b=-1\ ;\ c=10$
$\Delta=(-1)^2-4\times 2\times 10=1-80=-79$
Como $\Delta<0$, a equação não tem solução.

15.3. $\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=1\ ;\ b=-6\ ;\ c=9$
$\Delta=(-6)^2-4\times 1\times 9=36-36=0$
Como $\Delta=0$, a equação tem uma única solução.

15.4. $\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=-1\ ;\ b=2\ ;\ c=1$
$\Delta=2^2-4\times(-1)\times 1=4+4=8$
Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.

15.5. $\Delta=b^2-4ac\ ;\ a=-3\ ;\ b=-5\ ;\ c=-2$
$\Delta=(-5)^2-4\times(-3)\times(-2)=25-24=1$
Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.

Pág. 108

16.1. $x^2-10x+26=0.\quad \Delta=(-10)^2-4\times 1\times 26=100-104=-4$
Como $\Delta<0$, a equação é impossível. Logo, $S=\varnothing$.

16.2.

$$x^2-x+\frac{1}{4}=0 \Leftrightarrow 4x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{0}}{8} \Leftrightarrow x=\frac{4}{8} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

$\Delta=(-4)^2-4\times 4\times 1=16-16=0.$ Como $\Delta=0$, a equação tem uma única solução.
Logo, $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

16.3.

$$x^2=5x+50 \Leftrightarrow x^2-5x-50=0 \Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{225}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{5\pm 15}{2} \Leftrightarrow x=\frac{5-15}{2} \vee x=\frac{5+15}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-5 \vee x=10$$

$$\Delta=(-5)^2-4\times 1\times(-50)=25+200=225$$

Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.
Logo, $S=\{-5\ ,\ 10\}$.

16.4.

$$2x^2+10x-12=0 \Leftrightarrow x^2+5x-6=0 \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm 7}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-5-7}{2} \vee x=\frac{-5+7}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-6 \vee x=1$$

$$\Delta=5^2-4\times 1\times(-6)=25+24=49$$

Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.
Logo, $S=\{-6\ ,\ 1\}$.

16.5.

$$(x-3)(x+2)=6 \Leftrightarrow x^2+2x-3x-6-6=0 \Leftrightarrow x^2-x-12=0 \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{1\pm 7}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1-7}{2} \vee x=\frac{1+7}{2} \Leftrightarrow x=-3 \vee x=4$$

$$\Delta=(-1)^2-4\times 1\times(-12)=1+48=49$$

Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.
Logo, $S=\{-3\ ,\ 4\}$.

16.6. $(x-4)^2=25 \Leftrightarrow x-4=-5 \vee x-4=5 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=9$
Logo, $S=\{-1\ ,\ 9\}$.

16.7. $(2x-3)^2+30=0 \Leftrightarrow (2x-3)^2=-30$.
A equação é impossível. Logo, $S=\{\}$.

16.8.

$$\underset{(\times 6)}{\overset{2}{x}}-\underset{(\times 3)}{\frac{x}{2}}=\underset{(\times 2)}{\frac{1}{3}}-\underset{(\times 2)}{\frac{2}{3}}x \Leftrightarrow 6x^2-3x=2-4x \Leftrightarrow 6x^2+x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{12} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm 7}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-1-7}{12} \vee x=\frac{-1+7}{12} \Leftrightarrow x=\frac{-8}{12} \vee x=\frac{6}{12} \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} \vee x=\frac{1}{2}$$

$$\Delta=1^2-4\times 6\times(-2)=1+48=49$$

Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.
Logo, $S=\left\{-\frac{2}{3}\ ,\ \frac{1}{2}\right\}$.

16.9 $3x+(x+1)^2+x^2=2\left(x^2-1\right)+x\,(x+3) \Leftrightarrow 3x+x^2+2x+1+x^2=2x^2-2+x^2+3x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -x^2+2x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm 4}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-2-4}{-2} \vee x=\frac{-2+4}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-6}{-2} \vee x=\frac{2}{-2} \Leftrightarrow x=3 \vee x=-1$$

$\Delta=2^2-4\times(-1)\times 3=4+12=16$
Como $\Delta>0$, a equação tem duas soluções.
Logo, $S=\{-1\ ,\ 3\}$.

16.10.

$$\left(-\frac{1}{2}x-1\right)^2=x+3 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2+\cancel{x}+1-\cancel{x}-3=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2=2 \Leftrightarrow x^2=8 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{8}$$

Logo, $S=\left\{-\sqrt{8}\ ,\ \sqrt{8}\right\}$.

16.11.

$$-x^2-\frac{x-1}{2}=2\left(x^2-1\right) \Leftrightarrow -x^2-\frac{x-1}{2}=2x^2-2 \Leftrightarrow -2x^2-x+1=4x^2-4 \Leftrightarrow -6x^2-x+5=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{121}}{-12} \Leftrightarrow x=\frac{1\pm 11}{-12} \Leftrightarrow x=\frac{1-11}{-12} \vee x=\frac{1+11}{-12} \Leftrightarrow x=\frac{-10}{-12} \vee x=\frac{12}{-12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{6} \vee x=-1$$

$\Delta=(-1)^2-4\times(-6)\times 5=1+120=121$.
Logo, $S=\left\{-1\ ,\ \frac{5}{6}\right\}$.

17.1. A equação é incompleta se o coeficiente de x ou o termo independente forem nulos, ou seja, se $2k = 0$ ou se $k^2 - 1 = 0$.

$2k = 0 \Leftrightarrow k = 0$

$k^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 1 \Leftrightarrow k = \pm 1$

<u>Resposta</u>: A equação é incompleta se $k \in \{-1\ ,\ 0\ ,\ 1\}$.

17.2. A equação tem duas soluções se $\Delta > 0$.

$\Delta > 0 \Leftrightarrow (2k)^2 - 4 \times 1 \times \left(k^2 - 1\right) > 0 \Leftrightarrow 4k^2 - 4k^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow 0k^2 > -4$

Como a inequação é possível em $\mathbb{R}$, a equação dada tem duas soluções distintas para $k \in \mathbb{R}$.

18.1.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 3}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-3}{2} \vee x = \frac{5+3}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$$

$S = \{1\ ,\ 4\}$

18.2.

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5 + 3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-3}{4} \vee x = \frac{5+3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = 2$$

$S = \left\{\frac{1}{2}\ ,\ 2\right\}$

18.3.

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 9}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = 3$$

$S = \{3\}$

18.4.

$$1 = 25x - 100x^2 \Leftrightarrow 100x^2 - 25x + 1 = 0 = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \times 100 \times 1}}{2 \times 100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{225}}{200} \Leftrightarrow x = \frac{25 \pm 15}{200} \Leftrightarrow x = \frac{40}{200} \vee x = \frac{10}{200} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \vee x = \frac{1}{20}$$

$S = \left\{\frac{1}{5}\ ,\ \frac{1}{20}\right\}$

18.5.

$$3x^2 = -6x - 3 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-6}{6} \Leftrightarrow x = -1$$

$S = \{-1\}$

18.6.

$$4x^2 = 3 - 4x \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{8} \Leftrightarrow$$

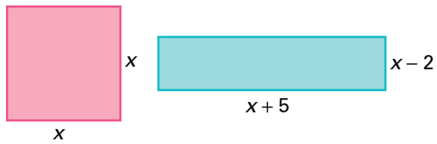
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{3}{2}$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}\, ,\ -\frac{3}{2}\right\}$$

19.1. Por exemplo, o produto de dois números pares consecutivos é 168. Quais são os números?

19.2. Por exemplo, o produto de dois números naturais consecutivos é 156. Quais são os números?

20. Sendo x a medida do lado do quadrado, a área do retângulo é dada por $(x+5)(x-2)$.



De acordo com o enunciado, vem:

$(x+5)(x-2) = 120 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5x - 10 - 120 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 130 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-130)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{529}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 23}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 23}{2} \vee x = \frac{-3 + 23}{2} \Leftrightarrow x = -13 \vee x = 10$$

Como $x > 0$, $x = 10$. $A = 10^2 = 100$.

Resposta: A área do quadrado é 100 cm^2.

21. Seja x um dos números pedidos. O outro número é $12 - x$. De acordo com o enunciado, vem:

$$x^2 + (12 - x)^2 = 74 \Leftrightarrow x^2 + 144 - 24x + x^2 - 74 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 24x + 70 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \times 2 \times 70}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{16}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{24 \pm 4}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{24 - 4}{4} \vee x = \frac{24 + 4}{4} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 7$$

Verificação:

x	$12 - x$
5	7
7	5

$5 + 7 = 12$

$5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

Resposta: Os números pedidos são 5 e 7.

22. Seja x um dos números pedidos. O outro número é $4 + x$. De acordo com o enunciado, vem:

$$x(4 + x) = 60 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-60)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 16}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4 - 16}{2} \vee x = \frac{-4 + 16}{2} \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 6$$

Como x é um número inteiro positivo, $x = 6$.

Verificação:

x	$x + 4$
6	10

$10 - 6 = 4$
$6 \times 10 = 60$

Resposta: Os números pedidos são 6 e 10.

23. Sejam $2\,n - 1$ e $2\,n + 1$ dois números ímpares e positivos consecutivos.

De acordo com o enunciado, vem:

$$(2n - 1)(2n + 1) = 255 \Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 2n - 1 - 255 = 0 \Leftrightarrow 4n^2 - 256 = 0 \Leftrightarrow 4n^2 = 256 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2 = \frac{256}{4} \Leftrightarrow n^2 = 64 \Leftrightarrow n = \pm 8$$

Como $n > 0$, $n = 8$.

Verificação: $15 \times 17 = 255$

n	$2n-1$	$2n+1$
8	15	17

Resposta: Os números pedidos são 15 e 17.

24. Seja x um dos números pedidos. O outro número é $32 - x$.
De acordo com o enunciado, vem:

$$x(32-x) = 240 \Leftrightarrow -x^2 + 32x - 240 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-32 \pm \sqrt{32^2 - 4 \times (-1) \times (-240)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-32 \pm \sqrt{64}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-32 \pm 8}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-32-8}{-2} \vee x = \frac{-32+8}{-2} \Leftrightarrow x = 20 \vee x = 12$$

Verificação:

x	$32 - x$
20	12
12	20

$12 + 20 = 32$

$12 \times 20 = 240$

Resposta: Os números pedidos são 12 e 20.

Pág. 109

25. Seja x a idade atual do João.
Daqui a um ano o João tem $x + 1$ anos e, há noves anos, o João tinha $x - 9$ anos.
De acordo com o enunciado, vem:

$$(x+1)^2 = 40(x-9) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 40x - 360 \Leftrightarrow x^2 - 38x + 361 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-38) \pm \sqrt{(-38)^2 - 4 \times 1 \times 361}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{38 \pm \sqrt{0}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{38}{2} \Leftrightarrow x = 19$$

Resposta: O João tem 19 anos.

26.1. Por exemplo, qual é a idade da Maria se o quadrado da idade que tinha há três anos é igual a cinco vezes a idade que terá daqui a sete anos?

26.2. $(x-3)^2 = 5(x+7) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 5x + 35 \Leftrightarrow x^2 - 11x - 26 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 1 \times (-26)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{225}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm 15}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11-15}{2} \vee x = \frac{11+15}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 13$$

Como $x > 0$, $x = 13$.
Resposta: A Maria tem 13 anos.

27.1.
$x^2 + 2kx + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times k + k^2 = k^2 - 9 \Leftrightarrow (x+k)^2 = k^2 - 9$ (c.q.m.)

27.2. A equação não tem solução se $k^2 < 9$ pois, neste caso, $k^2 - 9$ é um número negativo.

27.3. Se $k^2 = 9$ então $(x+k)^2 = 0$. Logo a equação tem apenas uma solução, $x = -k$.

27.4. $k^2 > 9$ e $k^2 - 9 = c$

a) $(x+k)^2 = k^2 - 9 \Leftrightarrow (x+k)^2 = c \Leftrightarrow x + k = \pm\sqrt{c} \Leftrightarrow x = -k - \sqrt{c} \vee x = -k + \sqrt{c}$
$S = \left\{-k - \sqrt{c}, -k + \sqrt{c}\right\}$

b) $(x+k)^2 = k^2 - 9 \Leftrightarrow x + k = \pm\sqrt{k^2-9} \Leftrightarrow x = -k - \sqrt{k^2-9} \vee x = -k + \sqrt{k^2-9}$
$S = \left\{-k - \sqrt{k^2-9}, -k + \sqrt{k^2-9}\right\}$

28. Seja x a idade do filho. A idade do pai é $56 - x$. De acordo com o enunciado, vem:

$$56 - x = x^2 \Leftrightarrow -x^2 - x + 56 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-1) \times 56}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 15}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{1 - 15}{-2} \vee x = \frac{1 + 15}{-2} \Leftrightarrow x = 7 \vee x = -8$$

Como $x > 0$, $x = 7$.

Verificação: $7 + 49 = 56$ e $49 = 7°$

x	$56 - x$
7	$56 - 7 = 49$

Resposta: O filho tem 7 anos e o pai 49 anos.

29.1. $h(0) = -5 \times 0^2 + 20 \times 0 + 25 = 25$

Resposta: A altura do prédio é 25 metros.

29.2.

$$h(t) = 40 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 25 = 40 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t - 15 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \times (-5) \times (-15)}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{100}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm 10}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-20 - 10}{-10} \vee t = \frac{-20 + 10}{-10} \Leftrightarrow t = 3 \vee t = 1$$

Resposta: $t \in \{1 \, , \, 3\}$. Significa que o projétil se encontrava a 40 metros de altura 1 segundo e 3 segundos após o seu lançamento.

29.3.

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \times (-5) \times 25}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{900}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm 30}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-20 - 30}{-10} \vee t = \frac{-20 + 30}{-10} \Leftrightarrow t = 5 \vee t = -1$$

Como $t > 0$, $t = 5$.

Resposta: O projétil manteve-se no ar durante 5 segundos.

30.

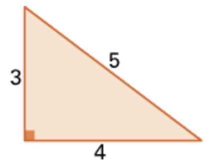
$$h(t) = 5 \Leftrightarrow -5t^2 + 10t = 5 \Leftrightarrow -5t^2 + 10t - 5 = 0t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-5) \times (-5)}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-10}{-10} \Leftrightarrow t = 1$$

Resposta: O golfinho demorou 1 segundo.

Pág. 110

31.1. Se o menor lado mede $(n - 1)$ cm, os restantes medem n cm e $(n + 1)$ cm. Pelo Teorema de Pitágoras, vem:



$$(n+1)^2 = n^2 + (n-1)^2 \Leftrightarrow n^2 + 2n + 1 = n^2 + n^2 - 2n + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -n^2 + 4n = 0 \Leftrightarrow n(-n + 4) = 0 \Leftrightarrow n = 0 \vee n = 4$$

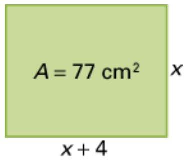
Como n é um número natural, $n = 4$.

Resposta: $n = 4$

31.2. $A = \frac{3 \times 4}{2} = 6$

Resposta: A área do triângulo é 6 cm^2.

32.



$$\frac{b\,(2b-1)}{2} = 22,5 \Leftrightarrow 2b^2 - b = 45 \Leftrightarrow 2b^2 - b - 45 = 0 \Leftrightarrow$$

$$b = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-45)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{1 \pm \sqrt{361}}{4} \Leftrightarrow b = \frac{1 \pm 19}{4} \Leftrightarrow b = \frac{1-19}{4} \vee b = \frac{1+19}{4} \Leftrightarrow b = -\frac{9}{2} \vee b = 5$$

Como $b > 0$, $b = 5$.
Resposta: $b = 5$.

33.

$$x\,(x+4) = 77 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 77 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-77)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{324}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 18}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4-18}{2} \vee x = \frac{-4+18}{2} \Leftrightarrow x = -11 \vee x = 7$$

Como $x > 0$, $x = 7$
Verificação:

x	$x + 4$
7	11

$7 \times 11 = 77$

$11 - 7 = 4$

O quintal retangular tem 7 cm de largura por 11 cm de comprimento.
$P = 2 \times 7 + 2 \times 11 = 14 + 22 = 36$
Resposta: O perímetro do retângulo é 36 m.

34. $(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2 \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 12 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times 12}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-4-8}{-2} \vee x = \frac{-4+8}{-2} \Leftrightarrow$$

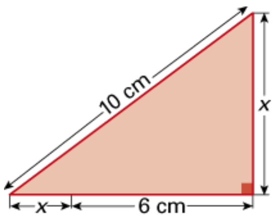
$$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -2$$

Como $x > 0$, $x = 6$
Verificação: $6 + 10 = 16$

x	$x + 4$
6	10

Resposta: A árvore tinha 16 metros de altura.

35. $\sqrt{100} = 10$. O quadrado $[BCDE]$ tem 10 cm de lado.



$$(x+6)^2 + 6^2 = 10^2 \Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 + 36 = 100 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 28 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 1 \times (-28)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm 16}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-12-16}{2} \vee x = \frac{-12+16}{2} \Leftrightarrow x = -14 \vee x = 2$$

Como $x > 0$, $x = 2$
Verificação:

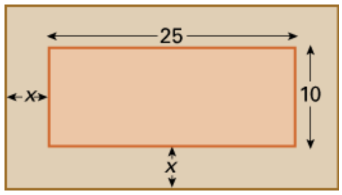
x	$x + 6$
2	8

$$A = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$

Resposta: A área pedida é 24 cm^2.

36. A área do passeio é dada por

$(25+2x)(10+2x)-25\times 10=(25+2x)(10+2x)-250$



Assim, vem:

$(25+2x)(10+2x)-250=114 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 250+50x+20x+4x^2-250-114=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x^2+70x-114=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-70\pm\sqrt{70^2-4\times 4\times(-114)}}{2\times 4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-70\pm\sqrt{6724}}{8} \Leftrightarrow x=\dfrac{-70\pm 82}{8} \Leftrightarrow x=\dfrac{-70-82}{8} \vee x=\dfrac{-70+82}{8} \Leftrightarrow x=-19 \vee x=1,5$

Como $x>0$, $x=1{,}5$.

Resposta: O passeio deve ter 1,5 m de largura.

Pág. 111

37.1. $x(x+4)=0 \Leftrightarrow x^2+4x=0$

Resposta: Por exemplo, $x^2+4x=0$.

37.2.

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2-3x+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}=0 \Leftrightarrow x^2-\dfrac{6x}{2}+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}=0 \Leftrightarrow x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}=0$

Resposta: Por exemplo, $x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=0$.

37.3.

$(x+1)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x^2+\dfrac{1}{3}x+x+\dfrac{1}{3}=0 \Leftrightarrow x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{3}{3}x+\dfrac{1}{3}=0 \Leftrightarrow x^2+\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}=0$

Resposta: Por exemplo, $x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}=0$.

37.4.

$\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{8}\right)=0 \Leftrightarrow x^2-\sqrt{8}x-\sqrt{2}x+\sqrt{16}=0 \Leftrightarrow x^2-2\sqrt{2}x-\sqrt{2}x+4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-3\sqrt{2}x+4=0$

Resposta: Por exemplo, $x^2-3\sqrt{2}x+4=0$.

38. Seja x o número de canecas do Pedro. A Maria tem $(36-x)$ canecas. De acordo com o enunciado, vem:

$(36-x)^2=x^2+144 \Leftrightarrow 1296-72x+x^2=x^2+144 \Leftrightarrow -72x=-1152 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1152}{-72} \Leftrightarrow x=16$

x	$36-x$
16	20

Resposta: A Maria tem 20 canecas e o Pedro 16 canecas.

39. $(x+3)(x+2)-3\times 2=7,44 \Leftrightarrow x^2+2x+3x+6-6-7,44=0 \Leftrightarrow x^2+5x-7,44=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times(-7,44)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{54,76}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-5\pm 7,4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-5-7,4}{2} \vee x=\dfrac{-5+7,4}{2} \Leftrightarrow x=-6,2 \vee x=1,2$

Como $x>0$, $x=1{,}2$.

Resposta: $x=1{,}2$ m.

40.1. Tendo em conta a largura do retângulo, x varia entre 0 e 20 metros (incluindo 20), e, tendo em conta o comprimento do retângulo, $4x$ varia entre 0 e 40 metros (incluindo 40), ou seja, x é maior que 0 e menor ou igual a 10.

Resposta: $0<x\le 10$

40.2. A área do canteiro terá de ser igual a metade da área do retângulo.
$A = 20 \times 40 = 800$.
Assim,
$$\frac{4x \times x}{2} = 400 \Leftrightarrow 4x^2 = 800 \Leftrightarrow x^2 = 200 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{200}$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

Como $x > 0$, $x = 10\sqrt{2}$.
<u>Resposta</u>: O valor pedido é $x = 10\sqrt{2}$m.

41. Sejam v a velocidade média, em km/h, da moto e t o tempo, em horas, que a moto demorou a fazer a viagem.
De acordo com o enunciado, vem:
$v \times t = 240$ e $(v + 20) \times (t - 1) = 240$
Assim, temos:
$$(v + 20)(t - 1) = 240 \Leftrightarrow vt - v + 20t - 20 = 240$$

Dado que $v \times t = 240$ e $t = \frac{240}{v}$, vem:
$$240 - v + 20 \times \frac{240}{v} - 20 = 240 \Leftrightarrow -v - 20 + \frac{4800}{v} = 0 \Leftrightarrow -v^2 - 20v + 4800 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \times (-1) \times 4800}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow v = \frac{20 \pm \sqrt{19600}}{-2} \Leftrightarrow v = \frac{20 \pm 140}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{20 - 140}{-2} \vee v = \frac{20 + 140}{-2} \Leftrightarrow v = 60 \vee v = -80$$

Como $v > 0$, $v = 60$

v	$v + 20$
60	80

<u>Resposta</u>: A moto deslocou-se a uma velocidade média de 60 km/h e o automóvel a uma velocidade média de 80 km/h.

Pág. 112

42.1. $5^2 - 7 \times 5 + c = 0 \Leftrightarrow 25 - 35 + c = 0 \Leftrightarrow -10 + c = 0 \Leftrightarrow c = 10$
<u>Resposta</u>: $c = 10$

42.2. A soma das raízes da equação é 7. Logo, a outra solução da equação é 2. $(2 + 5 = 7)$.
ou como $c = 10$, a equação é $x^2 - 7x + 10 = 0$. Tem-se:
$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 5$$

<u>Resposta</u>: A outra solução da equação é 2.

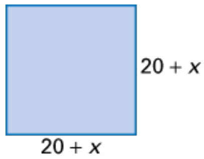
43. $40 \times 30 - (40 - x)(30 - x) = 264 \Leftrightarrow 1200 - \left(1200 - 40x - 30x + x^2\right) = 264 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 1200 - 1200 + 40x + 30x - x^2 - 264 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 70x - 264 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-70 \pm \sqrt{70^2 - 4 \times (-1) \times (-264)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-70 \pm \sqrt{3844}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-70 \pm 62}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-70 - 62}{-2} \vee x = \frac{-70 + 62}{-2} \Leftrightarrow x = 66 \vee x = 4$$

Como a largura das ruas não pode exceder 30 m, $x = 4$.
<u>Resposta</u>: As ruas têm 4 metros de largura.

44. A área do jardim é 400 m^2 ($20^2 = 400$). Pretende-se que o jardim passe a ter 1600 m^2 de área ($4 \times 400 = 1600$).



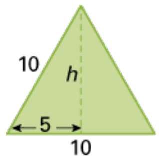
Assim, temos:

$(20+x)^2 = 1600 \Leftrightarrow 20+x=-40 \vee 20+x=40 \Leftrightarrow x=-60 \vee x=20$

Como $x > 0$, $x = 20$.

Resposta: É necessário aumentar 20 metros ao lado do jardim quadrangular.

45.1.



$h^2+5^2=10^2 \Leftrightarrow h^2=10^2-5^2 \Leftrightarrow h^2=75 \Leftrightarrow h=\pm\sqrt{75}$

Como $h>0, h=\sqrt{75}$.

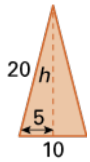
$\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$

$A=\frac{10\times\sqrt{75}}{2}=5\sqrt{75}$ ou

$$A=\frac{10\times 5\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$$

Resposta: A área pedida é $5\sqrt{75}$ cm^{2}ou $25\sqrt{3}$ cm^2.

45.2.



$h^2+5^2=20^2 \Leftrightarrow h^2=20^2-5^2 \Leftrightarrow h^2=375 \Leftrightarrow h=\pm\sqrt{375}$

Como $h>0, h=\sqrt{375}$.

$\sqrt{375}=\sqrt{5^2\times 15}=5\sqrt{15}$

$$A=\frac{10\times\sqrt{375}}{2}=5\sqrt{375} \quad \text{ou} \quad A=\frac{10\times 5\sqrt{15}}{2}=25\sqrt{15}$$

Resposta: A área pedida é $5\sqrt{375}$ cm^2 ou $25\sqrt{15}$ cm^2.

46.1. $e=5\times 3^2=5\times 9=45$

Resposta: A torre tem 45 metros de altura.

46.2. $e=720 \Leftrightarrow 5t^2=720 \Leftrightarrow t^2=\frac{720}{5} \Leftrightarrow t^2=144 \Leftrightarrow t\pm 12$

Como $t>0$, $t=12$.

Resposta: 12 segundos.

Pág. 113

47. A área da parte da sala não coberta pela carpete é dada por $14x-x(x-2)$.

Logo, $14x-x(x-2)=60 \Leftrightarrow x[14-(x-2)]=60 \Leftrightarrow x(14-x+2)=60 \Leftrightarrow x(16-x)=60$

Resposta: A opção correta é **(D)**.

48. A opção **(A)** não é correta porque, quando o lado x duplica, a área quadruplica, ou seja, é igual a $4\ x^2$.

A opção **(B)** não é correta porque, a área é 64 m^2, o lado mede 8 cm e $x = 5$ cm.

A opção **(C)** não é correta porque, a área da parte colorida a azul da figura é dada por $(x+3)^2-x^2$.

A opção **(D)** é correta, pois $8^2-5^2=64$ cm^2 $-$ 25 cm^2 $=$ 39 cm^2.

Resposta: A opção correta é **(D)**.

49.1.

$$2x(x+1)=24 \Leftrightarrow 2x^2+2x-24=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 2\times(-24)}}{2\times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{196}}{4} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm 14}{4} \Leftrightarrow x=\frac{-2-14}{4} \vee x=\frac{-2+14}{4} \Leftrightarrow x=-4 \vee x=3$$

Como $x>0$, $x=3$

x	$x+1$
3	4

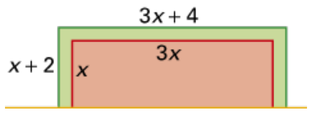
Resposta: O paralelepípedo tem 3 m de largura, 4 m de comprimento e 2 m de altura.

49.2. $V = 3 \times 4 \times 2 = 24$

$\frac{24}{5} = 4,8$; $4,8 \times 7500 = 36\,000$

Resposta: O paralelepípedo tem 36 000 kg de massa.

50.1. De acordo com o esquema ao seguinte, vem:



$(x+2)(3x+4) = 133 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 6x + 8 - 133 = 0 \Leftrightarrow$

$3x^2 + 10x - 125 = 0$ (c. q. m.)

50.2.

$$3x^2 + 10x - 125 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 3 \times (-125)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{1600}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm 40}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10-40}{6} \vee x = \frac{-10+40}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{25}{3} \vee x = 5$$

Como $x > 0$, $x = 5$

x	$3x$	$x + 2$	$3x + 4$
5	15	7	19

$19 \times 7 - 5 \times 15 = 133 - 75 = 58$

Resposta: O passeio tem 58 m^2 de área.

Pág. 114

1.1.

$$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

$$-3 : 2 = -\frac{3}{2} \; ; \; \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

1.2. $-2x^2 + 4x + 3 = -2\left(x^2 - 2x\right) + 3 = -2\left(x^2 - 2x + 1 - 1\right) + 3 = -2\left(x^2 - 2x + 1\right) + 2 + 3 =$
$= -2\left(x - 1\right)^2 + 5$

2.1. $x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 8 + 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 9 \Leftrightarrow x + 1 = -3 \vee x + 1 = 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = -4 \vee x = 2$
Logo, $S = \{-4 \, , \, 2\}$.

2.2.

$$x^2 = 5x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 6 + \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow x - \frac{5}{6} = -\frac{7}{2} \vee x - \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 6$$

Logo, $S = \{-1 \, , \, 6\}$.

3.1. $-x^2 + 4x - 3 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac$; $a = -1$; $b = 4$; $c = -3$
$\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 16 - 12 = 4$
Como $\Delta > 0$, a equação tem duas soluções.

3.2. A equação tem uma única solução se $\Delta = 0$.
$\Delta = b^2 - 4ac$; $a = 1$; $b = 2k$; $c = 5k$
$\Delta = 0 \Leftrightarrow (2k)^2 - 4 \times 1 \times 5k = 0 \Leftrightarrow 4k^2 - 20k = 0 \Leftrightarrow 4k(k-5) = 0 \Leftrightarrow 4k = 0 \vee k - 5 = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = 5$
Logo, a equação tem uma única solução se $k \in \{0 \, , \, 5\}$.

4.1. $\Delta = (-5)^2 - 4\times 2\times(-3) = 25+24 = 49$

$$2x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{49}}{2\times 2} \Leftrightarrow x=\frac{5\pm 7}{4} \Leftrightarrow x=\frac{5-7}{4} \vee x=\frac{5+7}{4} \Leftrightarrow x=\frac{-2}{4} \vee x=\frac{12}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \vee x=3$$

$$S=\left\{-\frac{1}{2}\ ,\ 3\right\}$$

4.2.

$$\underset{(5)}{\frac{3x}{2}} - \underset{(2)}{\frac{x+8}{5}} = \underset{(10)}{\overset{2}{x}} - \underset{(10)}{3} \Leftrightarrow 15x-2x-16=10x^2-30 \Leftrightarrow 10x^2-13x-14=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{13\pm\sqrt{(-13)^2-4\times 10\times(-14)}}{2\times 10} \Leftrightarrow x=\frac{13\pm\sqrt{729}}{20} \Leftrightarrow x=\frac{13\pm 27}{20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{40}{20} \vee x=-\frac{14}{20} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\frac{7}{10}$$

$$S=\left\{-\frac{7}{10}\ ,\ 2\right\}$$

5.1. a) $(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2-3x+x-3=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0$

Resposta: Por exemplo, $x^2-2x-3=0$.

b)

$$\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-\sqrt{3}x-\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \Leftrightarrow x^2+\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)x-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

Resposta: Por exemplo,

$$x^2+\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)x-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

5.2. a) $(-2)^2+(-2)-6=4-2-6=-4\neq 0$

$3^2+3-6=9+3-6=6\neq 0$

Logo, –2 e 3 não são soluções da equação $x^2+x-6=0$.

b)

$$6\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-\frac{1}{3}\right)-1=6\times\frac{1}{9}+\frac{1}{3}-1=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-1=1-1=0$$

$$6\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-1=6\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-1=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-1=1-1=0$$

Logo, $-\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ são as soluções da equação $6x^2-x-1=0$.

Pág. 115

6.1. a) A Helena lançou a estrela-do-mar no instante $t=0$.

$s(0)=-5\times 0^2+10\times 0+15=15$

Resposta: A estrela-do-mar foi lançada de uma altura de 15 metros do nível da água do mar.

b) $s(t)=20 \Leftrightarrow -5t^2+10t+15=20 \Leftrightarrow -5t^2+10t-5=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow t=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\times(-5)\times(-5)}}{2\times(-5)} \Leftrightarrow t=\frac{-10\pm\sqrt{0}}{-10} \Leftrightarrow t=\frac{-10}{-10} \Leftrightarrow t=1$$

Resposta: $S=\{1\}$. Um segundo após o lançamento da estrela-do-mar esta atingiu a altura de 20 m relativamente ao nível da água do mar.

c) A estrela-do-mar caiu ao mar quando $s(t) = 0$.

$$s(t) = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 10t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-5) \times 15}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{400}}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-10 \pm 20}{-10} \Leftrightarrow t = 3 \vee t = -1$$

Como $t > 0,\ t = 3$
Resposta: A estrela-do-mar esteve no ar durante 3 segundos.

6.2. a) x pode variar entre 0 cm e 2 cm ($0 < x < 2$).

b) A área da parte colorida a azul ou cor de laranja é dada por $A(x) = 64 - x^2$.
Ora: $64 - x^2 = 55 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$
Como $0 < x < 2$, a equação é impossível.
Logo, o João tem razão.

c) A parte colorida a cor de laranja é dada pela expressão $8^2 - (6+x)^2$ ou $64 - (6+x)^2$. Assim, vem:

$$64 - (6+x)^2 = 15 \Leftrightarrow 64 - 15 = (6+x)^2 \Leftrightarrow (6+x)^2 = 49 \Leftrightarrow 6 + x = -7 \vee 6 + x = 7 \Leftrightarrow x = -13 \vee x = 1$$

Como $x > 0,\ x = 1$
Resposta: $x = 1$ cm.

Pág. 116

1. $2(2-x)^2 = 0 \Leftrightarrow 2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$
Vamos averiguar em qual das opções a equação tem como conjunto solução $S = \{2\}$.

$$3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -3 \Leftrightarrow x^2 = -1$ (equação impossível)

$$8 + 8x + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(x^2 + 4x + 4\right) = 0 \Leftrightarrow 2(x+2)^2 = 0 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Resposta: A opção correta é **(D)**.

2.

$$-2\left(x^2 - 1\right) = -3x \Leftrightarrow -2x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times (-2) \times 2}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-3-5}{-4} \vee x = \frac{-3+5}{-4} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\frac{1}{2}$$

Logo, $S = \left\{-\frac{1}{2}\ ,\ 2\right\}$.

3.

$$(3x-1)(3x+1) = 1295 \Leftrightarrow 9x^2 - 1 = 1295 \Leftrightarrow 9x^2 = 1296 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1296}{9} \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = -12 \vee x = 12$$

x	$3x - 1$	$3x + 1$
–12	–37	–36
12	35	37

No contexto do problema, $x = 12$.
Resposta: O terreno tem 37 metros de comprimento por 35 metros de largura.

4. A área do terreno era 192 m^2 ($16 \times 12 = 192$).
A área da piscina é dada por $(16 - 2\,x)\,(12 - 2\,x)$.
Como $192 : 2 = 96$, vem:
$(16 - 2x)\,(12 - 2x) = 96 \Leftrightarrow 192 - 32x - 24x + 4x^2 - 96 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 56x + 96 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-56) \pm \sqrt{(-56)^2 - 4 \times 4 \times 96}}{2 \times 4} \Leftrightarrow x = \frac{56 \pm \sqrt{1600}}{8} \Leftrightarrow x = \frac{56 \pm 40}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{56 - 40}{8} \vee x = \frac{56 + 40}{8} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 12$$

Como $0 < x < 6$, $x = 2$.
Resposta: O passeio tem 2 metros de largura

5. Como $b < a < c$, $b^2 - 4ac$ representa um número negativo. Logo, a equação não tem qualquer solução.
Resposta: A opção correta é **(A)**.

Pág. 117

6. A equação admite uma só solução se $b^2 - 4a\ c = 0$, como $a = 1$, $b = -\,2m$, $c = 5m$, vem:
$(-2m)^2 - 4 \times 1 \times 5m = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 20m = 0 \Leftrightarrow 4m\,(m - 5) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow m = 0 \vee m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 5$$

Resposta: A equação admite uma e uma só solução se $m \in \{0\ ,\ 5\}$.

7. Se $-\frac{c}{a} \geq 0$, a equação é possível. Por outro lado, $-\frac{c}{a} > 0$, se a e c são números com sinais diferentes.
Resposta: A opção correta é **(B)**.

8.1. $h\,(2) = -5 \times 2^2 + 20 \times 2 + 2 = 22$
Resposta: O corpo atingiu uma altura de 22 metros 2 segundos após ter sido projetado.

8.2. $h\,(t) = 17 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 2 = 17 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t - 15 = 0 \Leftrightarrow -t + 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times (-3)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow t = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-4 \pm 2}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-4 - 2}{-2} \vee t = \frac{-4 + 2}{-2} \Leftrightarrow t = 3 \vee t = 1$$

Resposta: O corpo encontrava-se a uma altura de 17 metros do solo 1 segundo ou 3 segundos após o lançamento.

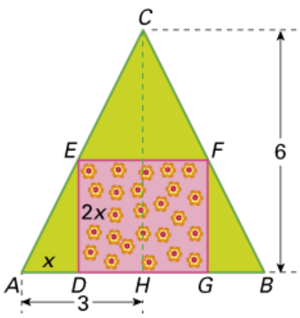
8.3.

$$h\,(t) = 30 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 2 = 30 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t - 28 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \times (-5) \times (-28)}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{-160}}{-10}$$

A equação é impossível. Logo, o corpo não atinge uma altura do solo de 30 metros.

9.1. Seja H o ponto médio de $[AB]$.
Os triângulos [ADE] e [AHC] são semelhantes (têm dois ângulos iguais).
Então
$$\frac{DE}{HC} = \frac{AD}{AH} \Leftrightarrow \frac{DE}{6} = \frac{x}{3} DE = 2x$$
Logo,
$$A(x) = \frac{6 \times 6}{2} - 2x(6 - 2x) = 4x^2 - 12x + 18$$



9.2. $A(x) = 10 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 18 = 10 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} x = \frac{3 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3-1}{2} \vee x = \frac{3+1}{2} \Leftrightarrow$$

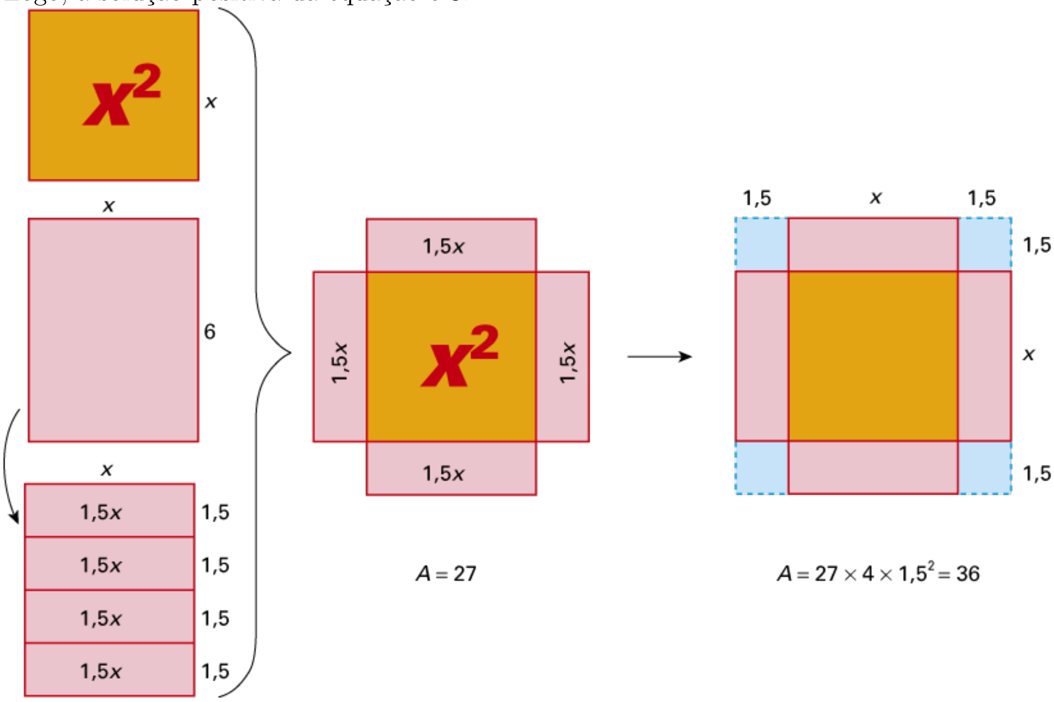
$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$$

<u>Resposta</u>: A área do relvado é 10 m^2 quando $x = 1$ m ou $x = 2$ m.

Pág. 118

1. Assim, a área do quadrado obtido é 36. O lado do quadrado obtido mede 6 $\left(\sqrt{36} = 6\right)$ e, portanto, o lado do quadrado inicial mede 3 $(6 - 2 \times 1,5 = 3)$.

Logo, a solução positiva da equação é 3.



Pág. 119

2. A área do quadrado é dada por x^2 e a área do retângulo por:

$6(6 - x)$, assim, temos:

$$x^2 = 6(6 - x) \Leftrightarrow x^2 = 36 - 6x \Leftrightarrow x^2 + 6x - 36 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-36)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{180}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-6 - 6\sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-6 + 6\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow$$

Como $x > 0$, $x = \frac{-6+6\sqrt{5}}{2} = -3 + 3\sqrt{5}$. Ora,

$$\frac{6}{x} \to \frac{6}{3\sqrt{5} - 3} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} \times \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{2\left(\sqrt{5} + 1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 1^2} = \frac{2\left(\sqrt{5} + 1\right)}{5 - 1} = \frac{2\left(\sqrt{5} + 1\right)}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

Logo, a razão é igual ao número de ouro. (c. q. m.)

3.

$$\frac{n(n-1)}{2} = 435 \Leftrightarrow \frac{n^2 - n}{2} = 435 \Leftrightarrow n^2 - n = 870^2 - n - 870 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-870)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{1 \pm 59}{2}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{1 - 59}{2} \vee n = \frac{1 + 59}{2} \Leftrightarrow n = -29 \vee n = 30$$

<u>Resposta</u>: Assistiram à reunião 30 pessoas.

4. Seja x o número de ovos que levou a primeira camponesa. A segunda camponesa levou $100 - x$ ovos. Se a primeira tivesse levado $100 - x$ ovos teria recebido 15 moedas. Logo, a primeira camponesa vendeu os ovos a $\frac{15}{100-x}$ e a segunda camponesa vendeu os ovos a $\frac{\frac{20}{3}}{x}$, ou seja $\frac{20}{3x}$. Como recebeu a mesma quantia, vem:

$$x \times \frac{15}{100-x} = (100-x) \times \frac{20}{3x} \Leftrightarrow \underset{(\times 3x)}{\frac{15x}{100-x}} = \underset{(\times 100-x)}{\frac{2000-20x}{3x}} \Leftrightarrow 45x^2 = 200\,000 - 2000x - 2000x + 20x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 + 4000x - 200\,000 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4000 \pm \sqrt{4000^2 - 4 \times 25 \times (-200\,000)}}{2 \times 25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4000 \pm \sqrt{36\,000\,000}}{100} \Leftrightarrow x = \frac{-4000 \pm 6000}{100} \Leftrightarrow x = \frac{-4000 - 6000}{50} \vee x = \frac{-4000 + 6000}{50} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -200 \vee x = 40$$

Como $x > 0$, $x = 40$. $100 - 40 = 60$
Resposta: Uma das camponesas levou 40 ovos e a outra 60 ovos.

5. Seja x o número de abelhas do enxame. $\sqrt{\frac{x}{2}}$ é o número de abelhas que pousou no jasmim. $\frac{8}{9}x$ é o número de abelhas que ficou para trás. Duas das abelhas estavam na flor de lótus. Nos termos do enunciado, vem

$$\sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{8}{9}x + 2 = x$$

Considerando

$$y = \sqrt{\frac{x}{2}}, y^2 = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2y^2$$

Desta forma, temos:

$$y + \frac{8}{9} \times 2y^2 + 2 = 2y^2 \Leftrightarrow \frac{16}{9}y^2 - 2y^2 + y + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{16}{9}y^2 - \frac{18}{9}y^2 + \frac{9y}{9} + \frac{18}{9} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2y^2 + 9y + 18 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times (-2) \times 18}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow y = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{-4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-9 \pm 15}{-4} \Leftrightarrow y = \frac{-9 - 15}{-4} \vee y = \frac{-9 + 15}{-4} \Leftrightarrow y = 6 \vee y = -4$$

Como $y > 0$, $y = 6$.
Ora, $x = 2\ y^2$, pelo que $x = 2 \times 6^2 = 72$.
Resposta: O enxame tinha 72 abelhas.

4. Geometria euclidiana. Paralelismo e perpendicularidade

Pág. 122

1.1. Por exemplo, são paralelas as retas EF e CD.

1.2. Por exemplo, as retas AF e EF, AG e AB.

1.3. Por exemplo, as retas BG e CD, BG e EF.

1.4. Por exemplo, as semirretas $\dot{B}A$ e $\dot{B}G$.

1.5. Por exemplo, as semirretas $\dot{A}F$ e $\dot{D}G$.

1.6. Por exemplo, as semirretas $\dot{E}F$ e $\dot{B}A$.

1.7. Por exemplo, as semirretas $\dot{C}D$ e $\dot{A}B$.

1.8. Por exemplo, as semirretas $\dot{B}C$ e $\dot{C}E$.

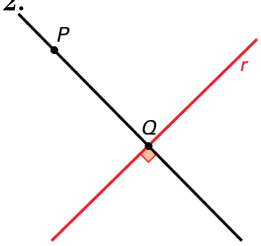
1.9. Por exemplo, as semirretas $\dot{C}G$ e $\dot{E}B$.

1.10. Por exemplo, os segmentos de reta $[AB]$ e $[CD]$.

1.11. Por exemplo, $[A,\ G]$ e $[A,\ D]$.

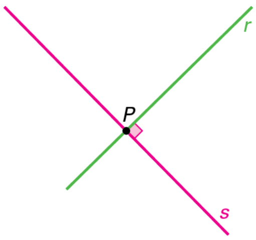
2.1. Há uma única reta que passa por P e é perpendicular à reta r.

2.2.



Pág. 123

3.

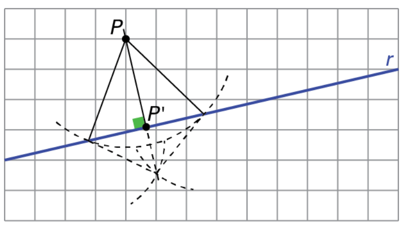


4. A distância do ponto P à reta r é a distância de P ao ponto P', pé da perpendicular traçada de P para r.

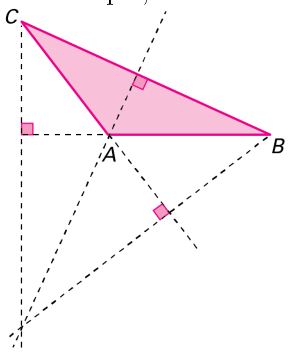
Seja A um ponto da reta e diferente de P'.

Então o triângulo $[AP'P]$ é retângulo em P' pelo que $PP' < PA$.

Logo, a distância do ponto P à reta r é inferior à distância de P a qualquer outro ponto de r.

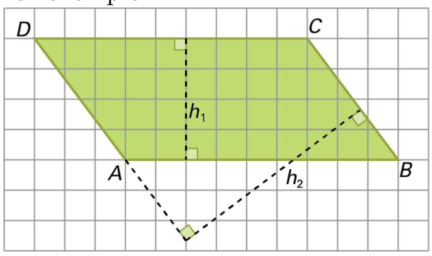


5. Por exemplo,



O ponto de interseção das alturas de um triângulo (H) designa-se por ortocentro.

6. Por exemplo:



h_1 é a altura do paralelogramo relativa à base $[AB]$ e h_2 é a altura do paralelogramo relativa à base $[BC]$.

7.1. $\overline{PQ} = \overline{RS}$

7.2. Designa-se por distância entre as retas r e s.

Pág. 127

Questão 1

1.1. Condição necessária: Um triângulo ter os três ângulos iguais é a condição necessária para o triângulo ser equilátero.

Condição suficiente: Ser um triângulo equilátero é a condição suficiente para que o triângulo tenha os três ângulos iguais.

A implicação recíproca é verdadeira.

1.2. Condição necessária: Um quadrilátero ser losango é condição necessária para ser um quadrado.

Condição suficiente: Um quadrilátero ser um quadrado é condição suficiente para ser um losango.

A implicação recíproca não é verdadeira.

Pág. 129

1.1. Teorema de Pitágoras: Num triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Hipótese: Um triângulo é retângulo

Tese: A soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

1.2. Teorema de Tales: Se, no mesmo plano, duas retas paralelas intersetam duas retas concorrentes, os triângulos obtidos têm os comprimentos dos lados correspondentes diretamente proporcionais.

Hipótese: No mesmo plano, duas retas paralelas intersetam duas retas concorrentes.

Tese: Os triângulos obtidos têm os comprimentos dos lados correspondentes diretamente proporcionais.

Pág. 132

Questão 2

2.1. a) Por exemplo, o plano ABF.

b) Por exemplo, o plano BFG.

c) Por exemplo, a reta BF.

2.2. a) Como a reta IF é secante ao plano EFG e os planos EFG e ABC são paralelos, então a reta IF é secante ao plano ABC.

b) Como o plano IFG é concorrente com o plano EFG e os planos EFG e ABC são paralelos, então o plano IFG é concorrente com o plano ABC.

c) Como o plano ADG é concorrente com os planos paralelos ABC e EFG nas retas AD e FG, respetivamente, então a reta FG é paralela à reta AD.

Pág. 134

Questão 3

A face lateral do prisma $[BCFE]$ é um retângulo, pelo que EF e BC são paralelos. Logo, a reta EF é paralela ao plano ABC porque é paralela à reta BC desse plano.

Questão 4

4.1. A reta AG é paralela ao plano HBE, uma vez que, como as retas AG e MB são paralelas, existe no plano HBE uma reta paralela à reta AG.

4.2. Os planos ABM e EBJ são concorrentes uma vez que as faces dos prismas neles contidas, $[ABME]$ e $[ECDJ]$, respetivamente, não são paralelas.

Pág. 135

1.1. Como a reta CD do plano α é paralela à reta AB do plano β, então o plano α é paralelo à reta AB.

1.2. Não, uma vez que com os dados da figura 12 não é possível afirmar que existem retas concorrentes em cada plano, paralelas duas a duas.

2. O procedimento seguido pelo Sr. Dinis tem em conta os critérios de paralelismo entre dois planos.

Pág. 137

Questão 5

O prisma é reto se as arestas laterais são perpendiculares às bases.

Como as arestas laterais de um prisma são necessariamente paralelas entre si, basta averiguar se a aresta BD é perpendicular ao plano ABC.

Como a reta DB é perpendicular às retas AB e BC, então é perpendicular à face contida no plano ABC, concluindo-se desta forma que o prisma é reto.

Pág. 138

Questão 6

Como a reta CG do plano ACG é perpendicular ao plano ABC, então o plano ACG é perpendicular ao plano ABC.

Pág. 139

Questão 7

É a reta normal ao plano que contém a circunferência de centro O e que passa pelo ponto O.

Pág. 141

Questão 8

Pelo teorema de Pitágoras, tem-se: $\overline{PR}^2 = \overline{PP'}^2 + \overline{P'R}^2$

A distância do plano P ao plano é: $\overline{PP'} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

Resposta: A distância pedida é 4 cm.

Pág. 142

1.1. Como a reta t está contida no plano α e é perpendicular ao plano β, então os planos α e β são perpendiculares.

1.2. As retas t e s são perpendiculares porque t é perpendicular ao plano β num determinado ponto e, por conseguinte, perpendicular a todas as retas do plano β que passam nesse ponto.

1.3. a) A reta r e o plano α são paralelos porque a reta r é paralela à reta i que está contida em α.

b) Não. Para que o plano que contém r seja paralelo a α é necessário que exista um par de retas concorrentes em cada plano, duas a duas paralelas. Neste caso, com os dados disponíveis, poderíamos ter, contendo r, um plano paralelo a α e uma infinidade de planos concorrentes com α.

2.1. a) Por exemplo, a reta LN.

b) Por exempo, o plano ACD.

c) Pontos D, E, L e M.

d) Ponto E.

e) Ponto J.

2.2. a) Como a reta HI é perpendicular ao plano BEK e os planos BEK e MCD são paralelos, então a reta HI é perpendicular ao plano MCD.

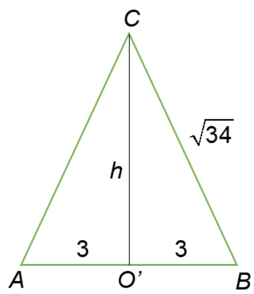
b) Como a reta BC está contida no plano BCD e é perpendicular ao plano AFG o plano BCD é perpendicular ao plano AFG. Dado que os planos BCD e LMN são paralelos, então os planos AFG e LMN são perpendiculares.

2.3. a) A reta a e o plano AFG são perpendiculares.

b) Os planos MCD e BEK são paralelos. Se a é uma reta perpendicular ao plano MCD então também é perpendicular ao plano BEK. Logo, um plano que contenha a reta a é perpendicular ao plano BEK.

3.1. É o ponto B.

3.2. O triângulo $[ABC]$ é isósceles.
Logo, $\overline{AD'} = \overline{D'B} = 3$ cm.
Sendo $h = \overline{O'C}$ a altura do círculo, tem-se:
$h^2 + 3^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 = -9 + 34 \Leftrightarrow h^2 = 25$
Como $h > 0$, $h = \sqrt{25} = 5$.
Resposta: O cilindro tem 5 cm de altura.



Pág. 145

Agora é a tua vez

Hipótese: A reta r contida no plano α é paralela à reta r.

Tese: O plano de α e a reta r são paralelos.

Demonstração: Admitindo que o plano α e a reta r não são paralelos, a reta r e as retas contidas no plano α ou são concorrentes ou são não complanares, o que é um absurdo uma vez que contraria a hipótese. Logo, desta forma, conclui-se que α e r são paralelos.

Pág. 146

1.1. a) Um quadrilátero ter quatro lados iguais é condição necessária para que seja um quadrado.

b) Um quadrilátero ser um quadrado é condição suficiente para ter os quatro lados iguais.

1.2. A implicação recíproca é falsa, uma vez que um quadrilátero com quatro lados iguais pode não ser um quadrado (pode ser um losango não quadrado).

2.1. a) É condição necessária para que um triângulo tenha os três lados iguais que tenha três ângulos iguais.

b) É condição suficiente para que um triângulo tenha três ângulos iguais que tenha três lados iguais.

2.2. A implicação recíproca é verdadeira porque, num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lados iguais e vice-versa.

3.1. Dados dois números naturais a e b, é condição necessária para que a e b sejam quadrados perfeitos que $\sqrt{ab}$ seja um número racional.

A afirmação é verdadeira se substituirmos a expressão "necessária" pela expressão "necessária e suficiente" porque, por exemplo 2 e 8 não são quadrados perfeitos mas $\sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$ é um número racional.

3.2. Dado um número natural a, é condicão suficiente para que a seja um quadrado perfeiro que $\sqrt{a}$ seja um número racional.

A afirmação é verdadeira se substituirmos a expressão "suficiente" pela expressão "necessária e suficiente", uma vez que o teorema e o seu recíproco são verdadeiros.

3.3. É condição necessária para que um quadrilátero seja um quadrado que os ângulos internos sejam retos.

A afirmação não é verdadeira se substituirmos a expressão "necessária" pela expressão "necessária e suficiente" porque, por exemplo, o retângulo é um quadrilátero cujos ângulos internos são retos mas não é um quadrado.

3.4. É condição necessária para que um triângulo seja equilátero que tenha dois ângulos iguais.

A afirmação não é verdadeira se substituirmos a expressão "necessária" pela expressão "necessária e suficiente" porque, por exemplo, um triângulo cujos ângulos internos têm $30°$, $30°$ e $120°$ de amplitude não é equilátero.

4.1. Hipotese: O quadrado de um dos lados de um triângulo é igual à soma dos quadrados dos outros dois.
Tese: O triângulo é retângulo.

4.2. Hipotese: O binómio discriminante de uma equação do 2.° grau é positivo.
Tese: A equação tem duas soluções distintas.

4.3. Hipótese: α e β são dois ângulos verticalmente opostos.
Tese: $\alpha = \beta$

5.1. a) Por exemplo, a reta AD.

b) Por exemplo, o plano EFG.

c) Por exemplo, o plano BCF.

d) Por exemplo, a reta BC.

5.2. A reta BE é perpendicular ao plano ABC.

5.3. Há somente um plano que passa por G e é paralelo ao plano ABC.

5.4. Há somente uma reta que passa por G e é paralela ao plano ABC.

5.5. A reta r é perpendicular ao plano EFG porque uma reta perpendicular a duas retas concorrentes de um plano é perpendicular a esse plano.

Pág. 147

6.1. a) As retas são perpendiculares à reta VB.

b) Não. As retas que passam por V e estão contidas num plano paralelo ao plano que contém a base do cone e a reta VB ou são paralelas ou são complanares.

6.2. a) Como a altura do cone é a distância entre o seu vértice (V) e a projeção ortogonal deste no plano que contém a base do cone (B), $\overline{VB}$ é a altura do cone.

b) Como $\overline{VB}$ é a distância entre o ponto V e o plano que contém a base do cone (menor distância entre V e qualquer ponto desse plano), o ponto O pertence à base do cone e é distinto de B, então $\overline{VO} > \overline{VB}$.

c) O plano mediador de $[AB]$ contém os pontos do espaço equidistantes de A e B. Como $VA > VB$, então o ponto V não pertence ao plano mediador de $[AB]$.

7.1. a) Como a reta FB é paralela à reta AE, contida em α, então a reta FB é paralela ao plano α.

b) $\overline{FE} = \overline{FG}$ e $\overline{BE} = \overline{BG}$. Logo B e F pertencem ao plano mediador de $[EG]$ pelo que a reta BF está contida nesse plano.

c) Como a reta FB é paralela a α o plano que passa em F e é paralelo a α é único e contém a reta FB.

d) Se num plano existe uma reta perpendicular a outro, os dois planos são perpendiculares.

e) Como, por exemplo, a reta FH do plano BFH é perpendicular a α, então os planos BFH e α são perpendiculares.

7.2. $[BD]$ e $[FH]$

7.3. Por exemplo, as retas AB, CG e DE.

8. Se $[ABCD]$ é um paralelogramo, o ponto C pertence ao plano ADB.
Se a reta r é perpendicular às retas AB e AD no ponto A então é igualmente perpendicular a todas as retas do plano ADB que passam por A. Em particular, a reta r é perpendicular à reta AC.

9.1. a) As retas AA' e CC' são paralelas porque tanto uma como a outra são perpendiculares ao plano que contém o tampo da mesa.

b) Os planos $AA'D$ e ABC são perpendiculares porque, por exemplo, a reta AA' está contida no plano $AA'D$ e é perpendicular ao plano ABC.

c) Os planos $AA'C$ e $CC'B$ são paralelos porque em cada um dos planos existe um par de retas concorrentes duas a duas paralelas ($AD//BC$ e $AA'//CC'$).

9.2. Plano ACC'.

10.1. Como P' é a projeção ortogonal do ponto P sobre o plano α e $\overline{P'A} = \overline{P'B} = \overline{P'C} = \overline{P'D}$, então os triângulos retângulos $[PP'A]$, $[PP'B]$, $[PP'C]$ e $[PP'D]$ são iguais pelo critério LAL de igualdade de triângulos.
Logo, $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \overline{PD}$.

10.2. Como a reta PP' é perpendicular ao plano ABC em P' e, portanto, perpendicular a todas as retas contidas nesse plano que passam em P', então as retas PP' e AC são perpendiculares.

11.1. Como a reta CD é paralela à reta AB contida no plano α, então a reta CD é paralela ao plano α.

11.2. CD e r são paralelas porque duas retas paralelas a uma terceira são paralelas entre si.

11.3. Como a reta s não tem qualquer ponto em comum com a reta CD (pertence a um plano paralelo à reta CD) e não é paralela à reta DC, pois é concorrente com a reta AB, então as retas s e CD são não complanares.

Pág. 148

1. Condição necessária: É condição necessária para que uma reta seja perpendicular a um plano que seja perpendicular a todas as retas desse plano.
Condição suficiente: É condição suficiente para que uma reta seja perpendicular a todas as retas de um plano que seja perpendicular a esse plano.

Teorema recíproco: Se uma reta é perpendicular a todas as retas de um plano que passas num ponto P, então a reta é perpendicular ao plano no ponto P.

2. Hipótese: A reta de um plano α é perpendicular a outro plano β.
Tese: Os planos α e β são perpendiculares.

3.1. O plano DEF.

3.2. Por exemplo, o plano ACF.

3.3. Por exemplo, as retas AB e CF.

3.4. A reta AC.

3.5. Por exemplo, a reta BE.

3.6. Por exemplo, a reta EF.

3.7. A reta BE.

3.8. Por exemplo, a reta DF.

3.9. Ponto C.

3.10. Plano MCF.

Pág. 149

4.1. A opção correta é **(A)**.

4.2. Os planos ABE e FGH são perpendiculares porque, por exemplo, a reta FG do plano FGH é perpendicular ao plano ABE.

5.1. Hipótese: α e β são dois planos paralelos e a reta r é paralela ao plano α.
Tese: A reta r é paralela ao plano β.
Demonstração: Se a reta r não fosse paralela ao plano β era-lhe secante pelo que também seria secante ao plano α dado que α e β são paralelos. Como, por hipótese, a reta r é paralela ao plano α, não o interseta. Logo, a reta r é paralela ao plano β.

5.2. A opção correta é **(C)**.

6. Os planos $\alpha = DCB = ADC$ e $\beta = EFG$, que contêm as bases do prisma, são paralelos. A projeção ortogonal do ponto E no plano DCB é o ponto A.
A projeção ortogonal da reta EF no plano ADC é a reta AB.
Como o ponto E pertence à reta EF e ao plano EFG, então $\overline{AE}$ é a distância entre o ponto E e o plano DCB, é a distância entre a reta EF e o plano DCB e é a distância entre o plano ADC e o plano EFG.

Pág. 150

1.1. É condição necessária para que um quadrilátero seja um quadrado que tenha as diagonais perpendiculares.
É condição suficiente para que as diagonais de um quadrilátero sejam perpendiculares que o quadrilátero seja um quadrado.

1.2. A condição recíproca é falsa uma vez que, por exemplo, um losango não quadrado também tem as diagonais perpendiculares.

2.1. a) É condição necessária para que um número seja múltiplo de 3 e de 5 que seja múltiplo de 15.

b) É condição suficiente para que um número seja múltiplo de 15 que seja múltiplo de 3 e de 5.

c) Um número múltiplo de 15 é multiplo de 3 e de 5.
A implicação recíproca é verdadeira.

2.2. a) Hipotese: A representação decimal de um número termina em 8.

b) Tese: O número é divisível por 2.

c) Se um número é divisivel por 2, então a representação decimal desse número termina em 8.
O teorema recíproco não é verdadeiro porque, por exemplo, o número 10 é divisível por 2 mas a sua representação decimal não termina em 8.

3. Uma reta perpendicular a um plano num ponto A é perpendicular a todas as retas desse plano que passam em A.

Assim, como o segmento de reta $[AB]$ é perpendicular ao segmento de reta $[AC]$, então o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A.

4. Se as retas que passam por P não são paralelas a qualquer diâmetro do círculo, entao a reta r não é paralela ao plano α. Logo, a reta r é secante ao plano α.

Pág. 151

5.1. Os planos α e β são perpendiculares porque a reta PQ do plano α é perpendicular ao plano β.

5.2. Como a reta PQ é perpendicular ao plano β, no ponto Q, então é perpendicular a todas as retas desse plano que passam em Q e, por conseguinte, as retas PQ e QR são perpendiculares.

6.1. Uma reta tangente a uma circunferência e o raio da circunferência que contém o ponto de tangência são perpendiculares.

6.2. Como $[VO]$ é a altura do cone, então a reta VO é perpendicular ao plano que contém a base do cone.

6.3. Como a reta VO é perpendicular ao plano da base de cone no ponto O então é perpendicular a todas as retas desse plano que passam em O, em particular, é perpendicular à reta OT.

6.4. Como a reta VO do plano VOT é perpendicular ao plano ABO, então os planos ABO e VTA são perpendiculares.

7. A opção correta é **(C)**.