1.1. Se $x < 2$, então $3x < 6 \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação.
Multiplicou-se ambos os membros da desigualdade por 3.

1.2. Se $x < \sqrt{3}$, então $x - 1 < \sqrt{3} - 1 \rightarrow$ Monotonia da adição
Adicionou-se -1 a ambos os membros da desigualdade.

1.3. Se $x < -2$, então $-x > 2 \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação.
Multiplicou-se ambos os membros da desigualdade por -1.

1.4. Se $x < 2$, então $-\frac{x}{4} > -\frac{1}{2} \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação
Multiplicou-se ambos os membros da desigualdade por $-\frac{1}{4}$.

1.5. Se $x > 2$, então $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$

1.6. Se $x < 3$, então $-\frac{x}{6} + 1 > \frac{1}{2} \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação e monotonia da adição
Multiplicou-se ambos os membros da desigualdade por $-\frac{1}{6}$ e adicionou-se 1 a cada um.

1.7. Se $1 < x < 2$, então $\frac{1}{2} < \frac{x}{2} < 1 \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação
Multiplicou-se ambos os membros da desigualdade por $\frac{1}{2}$

1.8. Se $1 < x < 2$, então $-\sqrt{2} > -\sqrt{2}x > -2\sqrt{2} \rightarrow$ Monotonia parcial da multiplicação
Adicionou-se 1 a cada um dos membros da desigualdade.

1.9. Se $x < -3$, então $x + 1 < -2 \rightarrow$ Monotonia da adição
Adicionou-se 1 a cada um dos membros da desigualdade.

1.10. Se $x + 2 > 5$, então $x + 5 > 7$
Se $x + 2 > 5$ então $x + 2 + 3 > 5 + 3$, ou seja, $x + 5 > 8$
Se $x + 5 > 8$ e $8 > 7$ então $x + 5 > 7$
Logo, se $x + 2 > 5$, então $x + 5 > 7$

1.11. Se $x > 3$, então $x^2 > 9 \rightarrow$ Monotonia do quadrado

1.12. Se $x < 3$, então $x^3 < 27 \rightarrow$ Monotonia do cubo

2.1. $3x < 4x$ porque $3 < 4$ e $x > 0$

2.2. $\frac{3}{x} > \frac{2}{x}$ porque $3 > 2$ e $x > 0$
Logo, $-\frac{3}{x} < -\frac{2}{x}$

2.3. $\frac{x}{3} > \frac{x}{4}$ porque $3 < 4$. e $x > 0$

2.4. $x + 1 > x - 1$ porque $1 > -1$

2.5. $x - 1 > x - 2$ porque $-1 > -2$

2.6. $2x > x$ porque $2 > 1$ e $x > 0$
Logo, $-2x < -x$

3. $\frac{2}{x} > \frac{2}{7}$ se x é positivo e menor que 7.
Como x é um número inteiro, $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

4. Não. Por exemplo, para $x = -10$ e $y = -11$, tem-se que

$$\underbrace{2 \times (-10) + 1}_{-21} < \underbrace{-11 - 3}_{-14}, \text{ mas } -10 > -11$$

5.1. $x + 1 > 3 \Leftrightarrow x + 1 - 1 > 3 - 1 \Leftrightarrow x > 2$

5.2. $4+x<-2 \Leftrightarrow 4+x-4<-2-4 \Leftrightarrow x<-6$

5.3. $x-<-2 \Leftrightarrow x-1+1<-2+1 \Leftrightarrow x<-1$

5.4.

$$2x>4 \Leftrightarrow 2x \times \frac{1}{2}>4 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow x>2$$

5.5.

$$-3x<-6 \Leftrightarrow -3x \times \left(-\frac{1}{3}\right)>-6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x>2$$

5.6.

$$-\frac{x}{2}<1 \Leftrightarrow -\frac{x}{2} \times (-2)>1 \times (-2) \Leftrightarrow x>-2$$

5.7.

$$\frac{1}{x}<2 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$$

5.8.

$$-\frac{1}{2x}>4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2x} \times (-2)<-4 \times (-2) \Leftrightarrow \frac{1}{x}<8 \Leftrightarrow x>\frac{1}{8}$$

5.9.

$$\frac{1}{x}-3<-1 \Leftrightarrow \frac{1}{x}-3+3<-1+3 \Leftrightarrow \frac{1}{x}<2 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$$

5.10.

$$-\frac{1}{x}+3<-2 \Leftrightarrow -\frac{1}{x}+3-3<-2-3 \Leftrightarrow -\frac{1}{x}<-5 \Leftrightarrow \frac{1}{x}>5 \Leftrightarrow x<\frac{1}{5}$$

6.1. Se $a<b$, com $a,b \in \mathbb{R}^+$, então $a^2<b^2 \Leftrightarrow \left(a^2\right)^2<\left(b^2\right)^2 \Leftrightarrow a^4<b^4$, pelo monotonia do quadrado.

6.2. Se $a<b$, com $a,b \in \mathbb{R}$, então $a^3<b^3$, pela monotonia do cubo.

6.3. Se $a<b$ e $c>0$, então $ac<bc$, pela monotonia parcial da multiplicação.

6.4. Se $a,b \in \mathbb{R}^+$ e $a<b$, então $a^3, b^3 \in \mathbb{R}^+$ e $a^3<b^3$, pela monotonia do cubo. Logo , $\frac{1}{a^3}>\frac{1}{b^3}$.

6.5. Se $a,b \in \mathbb{R}^+$e $a<b$, então $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$. Logo $-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$, pela monotonia parcial da multiplicação.

7.

$$x<3 \Leftrightarrow \frac{x}{3}<1$$

A afirmação **(A)** é verdadeira.
Se $x=-4$, $x^2=16$ e $16>9$. A afirmação **(B)** é verdadeira.
$x<-3 \Leftrightarrow x^2<3^2 \Leftrightarrow x^2<9$ se $x \in \mathbb{R}_0^+$. A afirmação **(C)** é falsa
$x<3 \Leftrightarrow x^2<3^3 \Leftrightarrow x^3<27$. A afirmação **(D)** é verdadeira.
<u>Resposta</u>: **(C)**

Pág. 5

1.1. $A =]1, 2]$

1.2. $B = [-2, 4[$

1.3. $C =]-3, 3[$

1.4. $D = [0, \pi]$

1.5. $E =]-3, +\infty[$

1.6. $F =]-\infty, 5]$

1.7. $G = [1, +\infty[$

1.8. $H = \left]-\infty, -\sqrt{2}\right]$

2.1. $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < -2\}$

2.2. $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$

2.3. $C = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq \sqrt{2}\}$

2.4.
$$D = \left\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq -\frac{1}{2}\right\}$$

2.5. $E = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$

2.6. $F = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}\}$

2.7.
$$G = \left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\}$$

2.8. $H = \{x \in \mathbb{R} : x < -\pi\}$

3.1. $[-2, 3[$

3.2. $]-9, -4[$

3.3. $]-\infty, -4]$

3.4. $]-\infty, +\infty[$

4. $\sqrt{2} < 2$
$\sqrt{3} < 2$
$215 \times 10^{-2} = 2,15 > 2.$
Logo, $215 \times 10^{-2} \in A$

$$(0,9)^{100} = \left(\frac{9}{100}\right)^{100} < 1 < 2$$

Resposta: **(C)**

Pág. 6

5.1. $2 < \sqrt{8} < 3$ $\left(2^2 = 4\ ,\ \left(\sqrt{8}\right)^2 = 8\ ,\ 3^2 = 9\right.$. Logo, os números pedidos são –1 , 0 , 1 e 2.

5.2. a) Dois números (1 e 2).

b) Uma infinidade (todos os números racionais maiores que –2 e menores que $\sqrt{8}$).

c) Uma infinidade (todos os números reais maiores que –2 e menores que $\sqrt{8}$).

6. $\sqrt{3} \notin \left[-2, \sqrt{3}\right]$; $-1 \notin]1, +\infty[$
O intervalo $]2, 4[$ tem uma infinidade de números reais.
Não se pode determinar o menor número pertencente ao intervalo $\left]-\frac{1}{2}, 3\right]$
Resposta: **(D)**.

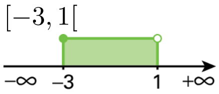
7. Os conjuntos $\{x \in \mathbb{Q} : x \geq -\frac{2}{3}\}$ e $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{2}{3}\}$ representam os números racionais e os números reais maiores ou iguais a $-\frac{2}{3}$, respetivamente.
Os conjuntos $\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{2}{3}\}$ e $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -\frac{2}{3}\}$ representam os números reais maiores que $-\frac{2}{3}$ e menores ou iguais que $-\frac{2}{3}$, respetivamente.
Resposta: **(D)**.

8. O intervalo A é limitado e o intervalo B é ilimitado.
Resposta: **(C)**.

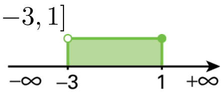
Pág. 7

1.

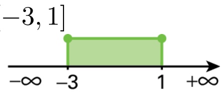
$[-3, 1[$



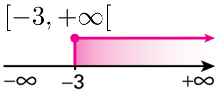
$]-3, 1]$



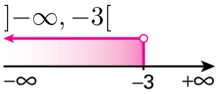
$[-3, 1]$



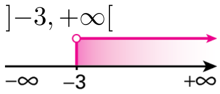
$[-3, +\infty[$



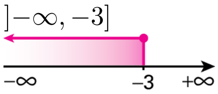
$]-\infty, -3[$



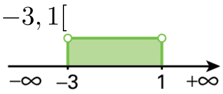
$]-3, +\infty[$



$]-\infty, -3]$



$]-3, 1[$



2. <u>Resposta</u>: **(B)**

3.1. $-3 < -\sqrt{7} < -2$
$A \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1\}$

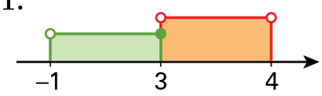
3.2. $A \cap \{-3, -2, 2\} = \{-2\}$

3.3. $(A \cap \mathbb{N}) \cup \{2\} = \{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\}$

3.4. $(A \cup \{-3, -2, 2\}) \cap \mathbb{Z} = \left(\left[-\sqrt{7}, 2\right] \cup \{-3, -2, 2\}\right) \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup \{-3, -2, 2\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

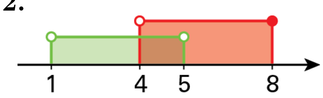
Pág. 8

4.1.



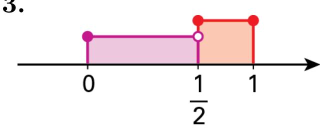
$]-1, 3] \cup]3, 4[=]-1, 4[$

4.2.



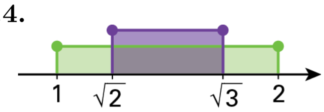
$]1, 5[\cup]4, 8] =]1, 8]$

4.3.



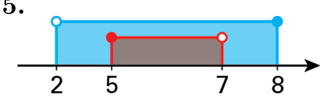
$\left[0, \frac{1}{2}\right[\cup \left[\frac{1}{2}, 1\right] = [0, 1]$

4.4.



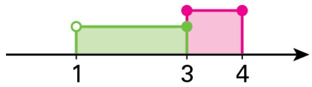
$\left[\sqrt{2}, \sqrt{3}\right] \cup [1, 2] = [1, 2]$

4.5.



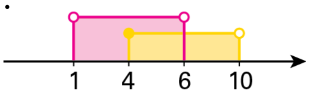
$[5, 7[\cup]2, 8] =]2, 8]$

4.6.



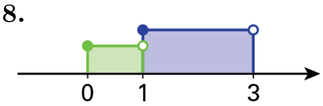
$]1, 3] \cap [3, 4] = \{3\}$

4.7.



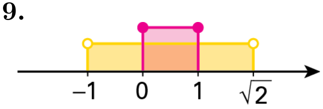
$[4, 10[\cap]1, 6[= [4, 6[$

4.8.



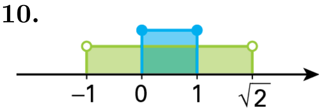
$[0, 1[\cap [1, 3[= \varnothing$

4.9.



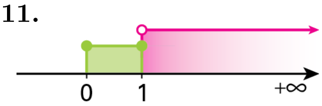
$\left]-1, \sqrt{2}\right[\cap [0, 1] = [0, 1]$

4.10.



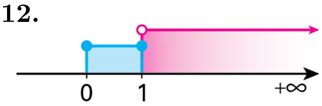
$\left]-1, \sqrt{2}\right[\cup [0, 1] = \left]-1, \sqrt{2}\right[$

4.11.



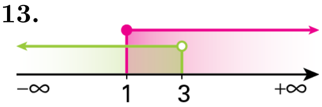
$[0, 1] \cup]1, +\infty[= [0, +\infty[$

4.12.



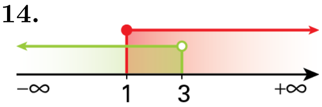
$[0, 1] \cap]1, +\infty[= \varnothing$

4.13.



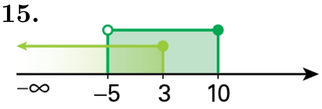
$]-\infty, 3[\cup [1, +\infty[=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

4.14.



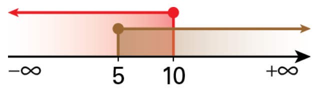
$]-\infty, 3[\cap [1, +\infty[= [1, 3[$

4.15.



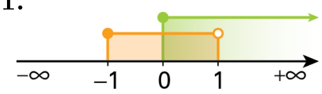
A reunião de intervalos $]-\infty, 3] \cup]5, 10]$ não se pode simplificar.

4.16.



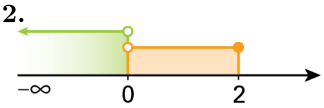
$[5, +\infty[\cap]-\infty, 10] = [5, 10]$

5.1.



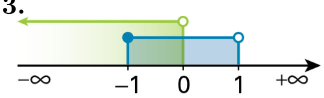
$A \cup B = [-1, +\infty[$
$A \cap B = [0, 1[$

5.2.



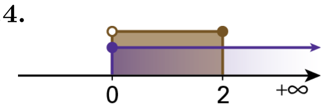
$C \cap D = \varnothing$
$C \cup D =]-\infty, 0[\cup]0, 2]$

5.3.



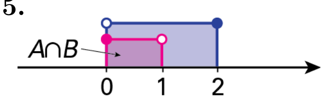
$A \cap D = [-1, 0[$
$A \cup D =]-\infty, 1[$

5.4.



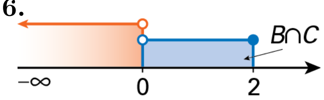
$B \cap C =]0, 2]$
$B \cup C = [0, +\infty[= \mathbb{R}_0^+$

5.5.



$A \cap B \cap C =]0, 1[$

5.6.



$(B \cap C) \cup D =]-\infty, 0[\cup]0, 2]$

6. $A = \mathbb{N} \cap]-2, 3[= \{1, 2\}$
Resposta: **(C)**

Pág. 9

1.1. $2x - 3 > 3x + 1 \Leftrightarrow 2x - 3x > 1 + 3 \Leftrightarrow -x > 4 \Leftrightarrow x < -4$
$S =]-\infty; -4[$

1.2.

$$\frac{2x-3}{2} \leq -1 \Leftrightarrow 2x - 3 \leq -2 \Leftrightarrow 2x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

$$S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$$

1.3.

$$-3\,(x-1) \geq 2\,(2-3x) + 1 \Leftrightarrow -3x + 3 \geq 4 - 6x + 1 \Leftrightarrow -3x + 6x \geq 5 - 3 \Leftrightarrow 3x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$S = \left[\frac{2}{3}, +\infty\right[$$

1.4.

$$\underset{(\times 3)}{\frac{x-3}{2}} - \underset{(\times 6)}{\frac{1}{1}} < \underset{(\times 2)}{\frac{2x+2}{3}} \Leftrightarrow 3x - 9 - 6 < 4x + 4 \Leftrightarrow 3x - 4x < 4 + 15 \Leftrightarrow -x < 19 \Leftrightarrow x > -19$$

$S =]-19; +\infty[$

1.5.

$$\underset{(\times 6)}{\frac{1}{1}} - \underset{(\times 3)}{\frac{5x-1}{2}} > \underset{(\times 2)}{\frac{-(3x-1)}{3}} + \underset{(\times 6)}{\frac{x}{1}} \Leftrightarrow 6 - 15x + 3 > -6x + 2 + 6x \Leftrightarrow -15x > -7 \Leftrightarrow x < \frac{7}{15}$$

$$S = \left]-\infty; \frac{7}{15}\right[$$

1.6.

$$\underset{(\times 10)}{\frac{1}{1}} - \underset{(\times 5)}{\frac{x-1}{2}} \leq \underset{(\times 2)}{\frac{-2x-6}{5}} \Leftrightarrow 10 - 5x + 5 \leq -4x - 12 \Leftrightarrow -x \leq -27 \Leftrightarrow x \geq 27$$

$S = [27, +\infty[$

1.7.

$$\underset{(\times 7)}{\frac{5x-2}{2}} - \underset{(\times 2)}{\frac{1+x}{7}} \leq \underset{(\times 14)}{3} + \frac{x}{14} \Leftrightarrow 35x - 14 - 2 - 2x \leq 42 + x \Leftrightarrow 35x - 2x - x \leq 42 + 14 + 2 \Leftrightarrow 32x \leq 58$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{58}{32} \Leftrightarrow x \leq \frac{29}{16}$$

$$S = \left]-\infty, \frac{29}{16}\right]$$

1.8.

$$\frac{x - \frac{1}{2}}{3} > x - \frac{2(x+1)}{4} \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{2x-1}{6}} > \underset{(\times 12)}{x} - \underset{(\times 3)}{\frac{2x+2}{4}} \Leftrightarrow 4x - 2 > 12x - 6x - 6 \Leftrightarrow 4x - 12x + 6x > -6 + 2$$

$$\Leftrightarrow -2x > -4 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2$$

$S =]-\infty, 2[$

2.

$$2 - \frac{3-x}{2} \geq x \Leftrightarrow 4 - 3 + x \geq 2x \Leftrightarrow -x \geq -1 \Leftrightarrow x \leq 1$$

$A = 0, 1$

3.1.

$$\frac{1}{3}x - (2x-2) < 1 - \frac{x}{2} \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{1}{3}}x - \underset{(\times 6)}{\frac{2x}{1}} + \underset{(\times 6)}{\frac{2}{1}} < \underset{(\times 6)}{\frac{1}{1}} - \underset{(\times 3)}{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 2x - 12x + 12 < 6 - 3x$$

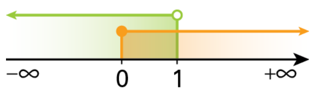
$$\Leftrightarrow -7x < -6 \Leftrightarrow x > \frac{6}{7}$$

$$S = \left]\frac{6}{7}, +\infty\right[$$

3.2. O menor número inteiro é 1.

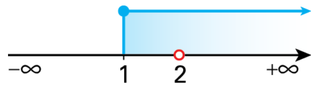
4.1. $3x - 1 > 4x - 2 \Leftrightarrow 3x - 4x > -2 + 1 \Leftrightarrow -x > -1 \Leftrightarrow x < 1 - \frac{1}{3}x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

$A \cap B = [0, 1[$
$A \cup B =]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$



4.2. $-1 \leq 2x - 3 \Leftrightarrow -2x \leq -3 + 1 \Leftrightarrow -2x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1$
$x + 1 = 3x - 3 \Leftrightarrow x - 3x = -3 - 1 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow x = 2$

$A \cap B = \{2\}$
$A \cup B = [1, +\infty[$



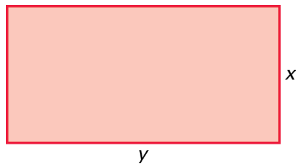
5. $-x + \sqrt{2} > 0 \Leftrightarrow -x > -\sqrt{2} \Leftrightarrow x < \sqrt{2}$
Resposta: **(B)**

Pág. 10

6. $0 < 2x \leq 4 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2$
$A =]0, 2]$

$$-1 < -\frac{x}{2} < 0 \Leftrightarrow -2 < -x < 0 \Leftrightarrow 2 > x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

$B =]0, 2[$
$B \subset A$
Resposta: **(C)**



7. Sabemos que $y \geq 2x$ e que $2x + 2y = 120$
$2x + 2y = 120 \Leftrightarrow x + y = 60 \Leftrightarrow y = 60 - x$
Assim, tem-se:
$60 - x \geq 2x \Leftrightarrow -x - 2x \geq -60 \Leftrightarrow -3x \geq -60$
$\Leftrightarrow x \leq 20$
Logo, o lado menor deve medir, no máximo, 20 m.

8. O custo, c, de uma viagem de táxi é dada por $c = 3,44 + 0,9d$, sendo d o número de quilómetros percorridos.
Tem-se:

$$3,44 + 0,9d \leq 20 \Leftrightarrow 0,9d \leq 20 - 3,44 \Leftrightarrow 0,9d \leq 16,56 \Leftrightarrow d \leq \frac{16,56}{0,9} \Leftrightarrow d \leq 18,4$$

Com 20 pode percorrer, no máximo, 18,4 km numa viagem de táxi.

9.1. Tarifário $\boldsymbol{A}$: $35 + 0,05 \times 250 = 47,5$
Tarifário $\boldsymbol{B}$: $20 + 0,08 \times 250 = 40$
Tarifário $\boldsymbol{C}$: $0 + 0,12 \times 250 = 30$
O plano A é o mais vantajoso para quem utilizar 250 min de chamadas é o C.

9.2. Tarifário A: $A(x) = 35 + 0,05x$
Tarifário B: $B(x) = 20 + 0,08x$
Tarifário C: $C(x) = 0,12x$

$$A(x) < B(x) \Leftrightarrow 35 + 0,05x < 20 + 0,08x \Leftrightarrow 0,05x - 0,08x < 20 - 35 \Leftrightarrow -0,03x < -15 \Leftrightarrow x > \frac{15}{0,03}$$

$\Leftrightarrow x > 500$

$$A(x) < C(x) \Leftrightarrow 35 + 0,05x < 0,12x \Leftrightarrow 0,05x - 0,12x < -35 \Leftrightarrow -0,07x < -35 \Leftrightarrow x > \frac{35}{0,07} \Leftrightarrow x > 500$$

O tarifário A é mais vantajoso do que os tarifários B e C a partir de 500 min de chamadas.

10. $4 \times 1,75 + 2 \times 3 + 5x = 20 \Leftrightarrow 5x = 20 - 7 - 6 \Leftrightarrow x = 1,4$
$4 \times 1,75 + 2 \times 4 + 5x = 20 \Leftrightarrow 5x = 20 - 7 - 8 \Leftrightarrow x = 1$
O custo de cada quilograma de maçãs é superior a 1 e inferior ou igual a 1,4

Pág. 11

1.1. $x + 3 > 2x > 3 + 1 \Leftrightarrow 4 < 2x < x + 3 \Leftrightarrow 4 < 2x \wedge 2x < x + 3 \Leftrightarrow x > 2 \wedge x < 3$
$S =]2, 3[$

1.2.

$$x-5\leq 2x\leq 5\Leftrightarrow x-5\leq 2x\wedge 2x\leq 5\Leftrightarrow x-2x\leq 5\wedge x\leq\frac{5}{2}\Leftrightarrow -x\leq 5\wedge x\leq\frac{5}{2}\Leftrightarrow x\geq -5\wedge x\leq\frac{5}{2}$$

$$S=\left[-5,\frac{5}{2}\right]$$

1.3.

$$3x+1<x+4\leq 2\Leftrightarrow 3x+1<x+4\wedge x+4\leq 2\Leftrightarrow 3x-x<4-1\wedge x\leq 2-4\Leftrightarrow 2x<3\wedge x\leq -2$$

$$\Leftrightarrow x<\frac{3}{2}\wedge x\leq -2$$

$S=\,]-\infty,-2]$

1.4.

$$2\geq x-7\geq -3x\Leftrightarrow -3x\leq x-7\wedge x-7\leq 2\Leftrightarrow -3x-x\leq -7\wedge x\leq 9-4x\leq -7\wedge x\leq 9\Leftrightarrow x\geq\frac{7}{4}\wedge x\leq 9$$

$$S=\left[\frac{7}{4};9\right]$$

1.5.

$$\begin{cases}3x-4>5x+2\\4x-4<2x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-5x>2+4\\4x-2x<2+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x>6\\2x<6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-3\\x<3\end{cases}$$

$S=\,]-\infty,-3[$

1.6.

$$x+1\geq 3x-1\vee -\frac{x}{3}<-1\Leftrightarrow x-3x\geq -1-1\vee -x<-3\Leftrightarrow -2x\geq -2\vee x>3\Leftrightarrow x\leq 1\vee x>3$$

$S=\,]-\infty,1]\cup]3,\infty[$

1.7.

$$3x-1\geq 5\vee -\frac{x+1}{2}>3\Leftrightarrow 3x\geq 6\vee -x-1>6\Leftrightarrow x\geq 2\vee -x>7\Leftrightarrow x\geq 2\vee x<-7$$

$S=\,]-\infty,-7[\,\cup\,[2,+\infty[$

1.8.

$$\begin{cases}2x-1<3\\-(1+2x)<\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x<4\\-1-2x<\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\{\begin{cases}x<2\\-2x<\frac{1}{2}+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}---\\2x>-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>-\frac{3}{4}\end{cases}$$

$$S=\left]-\frac{3}{4},2\right[$$

2.1. $11<P<20$
$11<2x+6<20$
Logo, $5<2x<14$.

2.2. $5<2x<14$

$$\frac{5}{2}<x<7$$

Logo, $x\in\{3,4,5,6\}$

3.

$$-1 \leq 3 - \frac{2(x-1)}{3} < 0 \Leftrightarrow -1 \leq 3 - \frac{2x-2}{3} < 0 \wedge 3 - \frac{2x-2}{3} < 0 \Leftrightarrow -4 \leq -\frac{2x-2}{3} \wedge -\frac{2x-2}{3} < -3$$

$$\Leftrightarrow -12 \leq -2x+2 \wedge -2x+2 < -9 \Leftrightarrow 2x \leq 14 \wedge -2x < -11 \Leftrightarrow x \leq 7 \wedge x > \frac{11}{2}$$

$$x \in \left]\frac{11}{2}, 7\right]$$

4.1. a)

$$A(x) = x - \frac{1}{2}x > -3\text{; } B(x) = 1 - \frac{x-2}{3} > 0,1$$

$$x - \frac{1}{2}x > -3 \Leftrightarrow 2x - x > -6 \Leftrightarrow x > -6 \Leftrightarrow 1 - \frac{x-2}{3} > 0,1 \Leftrightarrow 3 - x + 2 > 0,3 \Leftrightarrow -x > -4,7 \Leftrightarrow x < 4,7$$

$A \cap B =]-6; 4,7[$

b) $A \cup B =]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

4.2. $x \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

5.1.

$$P_B > P_A \Leftrightarrow 2 \times 3x + 2 \times 3x > 2 \times 3x + 2(x+3) \Leftrightarrow 6x + 6x > 6x + 2x + 6 \Leftrightarrow 4x > 6 \Leftrightarrow x > \frac{6}{4} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$x \in \left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$$

5.2. $P_B > P_A \Leftrightarrow 3 \times (3x-1) > 3 \times (x+3) \Leftrightarrow 9x - 3 > 3x + 9 \Leftrightarrow 6x > 12 \Leftrightarrow x > 2$

$x \in]2, +\infty[$

6.

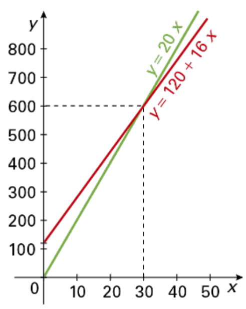
$$P < 100 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x + 2x + 2x + 2x + 2x + \frac{3}{2}x < 110 \Leftrightarrow 3x + 8x < 110 \Leftrightarrow 11x < 110 \Leftrightarrow x < \frac{110}{11}$$

$x \in]0, 10[$

7.

$$\begin{cases} y = 20x \\ y = 120 + 16x \end{cases}$$

A Adriana terá de ir ao teatro mais de 30 vezes por ano para ter vantagem de ser sócia da companhia X.



1.1. $2 < \sqrt{5} < 3$

1.2. $2,2360 < \sqrt{5} < 2,2361$

2.1. $3,1 < x < 3,3$

$5,2 < y < 5,4$

Logo, $8,3 < x + y < 8,7$ com erro inferior a $0,1 + 0,1 = 0,2$

2.2. $3,0 < x < 3,4$
$5,0 < y < 5,6$
Logo, $8,0 < x + y < 9,0$ com erro inferior a $0,2 + 0,3 = 0,5$

3. $1,9 < x < 2,1$
$2,9 < y < 3,1$
$1,9 \times 2,9 < xy < 2,1 \times 3,1$
Logo, $5,51 < xy < 6,51$

4. $4,7 < x < 5,3$
$2,2 < y < -1,8$
$1,8 < -y < 2,2$
$4,7 \times 1,8 < x \times (-y) < 5,3 \times 2,2$
$8,46 < x \times (-y) < 11,66$
$-11,66 < xy < -8,46$
$-11,66 + 10 < xy - (-10) < -8,46 + 10$
$-1,66 < xy - (-10) < 1,54$
$|-1,66| > |1,54|$
O erro máximo cometido foi 1,66.

5. $346^2 < 100^2 \times 12 < 347^2$

$$\left(\frac{346}{100}\right)^2 < 12 < \left(\frac{347}{100}\right)^2$$

$3,46 < \sqrt{12} < 3,47$
Logo, $\sqrt{12} \in]3,46; 3,47[$

6.1. $14^2 < 10^2 \times 2 < 15^2$

$$\left(\frac{14}{10}\right)^2 < 2 < \left(\frac{15}{10}\right)^2$$

Logo, $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

6.2. $24^2 < 10^2 \times 6 < 25^2$

$$\left(\frac{24}{10}\right)^2 < 6 < \left(\frac{25}{10}\right)^2$$

Logo, $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$

7. $3^3 < 2^3 \times 4 < 4^3$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 < 4 < \left(\frac{4}{2}\right)^3$$

$$\frac{3}{2} < \sqrt[3]{4} < 2$$

Logo,

$$\sqrt[3]{4} \in \left]\frac{3}{2}, 2\right[$$

Pág. 14

8.

$$7^3 < 10^3 \times \frac{1}{2} < 8^3 \qquad \left(\frac{7}{10}\right)^3 < \frac{1}{2} < \left(\frac{8}{10}\right)^3 \qquad 0,7 < \sqrt[3]{\frac{1}{2}} < 0,8$$

Como

$$\left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{343}{1000} = 0,343 \quad \text{e} \quad \left(\frac{8}{10}\right)^3 = \frac{512}{1000} = 0,512$$

e o valor mais próximo de $\frac{1}{2}$ é 0,512, então $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \approx 0,8$.

9. $1,5 \times 2,5 = 3,75$
A área do quadrado é 3,75 cm^2.
A medida do lado do quadrado é $\sqrt{3,75}$.
Pretende-se valores aproximados às décimas.
$19,3^2 < 10^2 \times 3,75 < 19,4^2$

$$\left(\frac{19,3}{10}\right)^2 < 3,75 < \left(\frac{19,4}{10}\right)^2$$

$1,93 < \sqrt{3,75} < 1,94$.
Logo, 1,9 é um valor aproximado por defeito e 2 é um valor aproximado por excesso de $\sqrt{3,75}$ com erro inferior a $0,1$ cm $= 1$ mm.

10. $4 < a < 7$
$1 < b < 5$
$8 < a + 4b < 27$
$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{a+4b} < \sqrt[3]{27}$
$2 < \sqrt[3]{a+4b} < 3$
Logo, $\sqrt[3]{a+4b} \approx 3$.

11. $22^2 < 10^2 \times 5 < 23^2$

$$\left(\frac{22}{10}\right)^2 < 5 < \left(\frac{23}{10}\right)^2$$

$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$
Resposta: **(C)**

12.

$$V = \frac{9 \times 16}{3} = 48$$

$48 : 3 = 16$
A aresta dos reservatórios cúbicos é $\sqrt[3]{16}$ cm.
$25^3 < 10^3 \times 16 < 26^3$

$$\left(\frac{25}{10}\right)^3 < 16 < \left(\frac{26}{10}\right)^3$$

$2,5 < \sqrt[3]{16} < 2,6$
Para que o líquido caiba nos três reservatórios, devemos tomar o valor aproximado por excesso.
Logo, as arestas dos reservatórios cúbicos devem medir 2,6 m, aproximadamente.

Pág. 15

1.1. $\sqrt{11}$ não é um número irracional porque 11 não é um quadrado perfeito.

1.2.

$$-2,5 = -\frac{25}{10} = -\frac{5}{2}$$

$x = 0,(2) = 0,222\ 222\ 2...$
$10x = 2,(2) = 2,222\ 222\ 2...$

$$10x - x = 2 \Leftrightarrow 9x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$$

$$0,(2) = \frac{2}{9}$$

1.3. $11 \times 10\ 000 = 110\ 000$
$331^2 = 109\ 561$
$332^2 = 110\ 224$
$331^2 < 11 \times 100^2 < 332^2$

$$\left(\frac{331}{100}\right)^2 < 11 < \left(\frac{332}{100}\right)^2$$

$3,31 < \sqrt{11} < 3,32$

2.1. $5-0,01<x<5+0,1 \Leftrightarrow 4,9<x<5,1$

$$-2-\frac{1}{5}<y<-2+\frac{1}{5} \Leftrightarrow -2,2<y<-1,8$$

$8,82<-xy<11,22$
$-11,22<xy<-8,82$
$-1,22<xy-(-10)<1,18$
$|-1,22|>|1,18|$
1,22 é um majorante do erro que se comete,

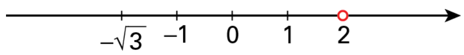
3.1. $]3,+\infty] \cup]0,3] = \mathbb{R}^+$
Por exemplo, $]0,3]$

3.2. $\mathbb{R}_0^+ \cap \mathbb{Q}_0^- = \{0\}$

3.3. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

3.4. $]-1,\ 3] \cup [0,3] = [0,3]$
Por exemplo, $[0,3]$

4. $\{-1,0,3\} \subset B$
Resposta: **(C)**



Pág. 16

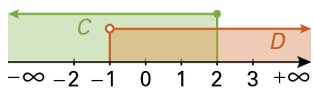
5.

$$S=\left[-\frac{17}{5};+\infty\right[$$

6.1. $1-2x<3 \Leftrightarrow -2x<2 \Leftrightarrow x>-1$
$D=]-1,+\infty[$

6.2. a) $C \cap D =]-1,\ 2]$

b) $C \cup D = \mathrm{IR}$



6.3. O menor número inteiro é 0.

6.4. Por exemplo: $\sqrt{2}$.

7. $\{x \in \mathrm{IR} : x>-1 \wedge x<\sqrt{2}\}$
Resposta: **(D)**

8.

$$2x-3 \geq 1 \wedge 2-\frac{1-x}{3}>x \Leftrightarrow 2x \geq 4 \wedge 6-1+x>3x \Leftrightarrow x \geq 2 \wedge -2x>-5 \Leftrightarrow x \geq 2 \wedge x<\frac{5}{2}$$

$$S=\left[2,\ \frac{5}{2}\right[$$

9. $3x-5>10 \Leftrightarrow 3x>15 \Leftrightarrow x>5 \Leftrightarrow x \in =]5,+\infty[$
Resposta: 6.

1.1. a) 2 cêntimos

b) 12 cêntimos

c) 10 —— 3,2
15 —— x

$$x = \frac{15 \times 3,2}{10} = 4,8$$

Resposta: 4,8 cêntimos.

1.2. a) $c_1(t) = at + b$

$$a = \frac{12 - 2}{25 - 15} = \frac{10}{10} = 1$$

$c_1 = 15 + b \Leftrightarrow 2 = 15 + b \Leftrightarrow b = -\,13$
Logo, $c_1(t) = t - 13,\ t \geq 15$

b) $c_2(t) = a\ t + b$

$$a = \frac{19,5 - 12}{35 - 30} = \frac{7,5}{5} = 1,5$$

$c_2 = 1{,}5 \times 30 + b \Leftrightarrow 12 = 45 + b \Leftrightarrow b = -\,33$
Logo, $c_2(t) = 1{,}5\ t - 33,\ t \geq 30$

c) $c_3(t) = k \times t$

$$k = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

Logo, $c_3(t) = 0{,}32\ t,\ t$ ¿0

1.3. $c_1(t) = 40 \Leftrightarrow t - 13 = 40 \Leftrightarrow t = 53$
$c_2(t) = 40 \Leftrightarrow 1{,}5\ t - 33 = 40 \Leftrightarrow 1{,}5\ t = 73 \Leftrightarrow t = 48,$

$$c_3(t) = 40 \Leftrightarrow 0,32t = 40 \Leftrightarrow t = \frac{40}{0,32} \Leftrightarrow t = 125$$

Resposta: Tempo máximo t_1: 53 s; t_2: 48 s e t_3: 125 s.

1.4. a)

$$0,32t < t - 13 \wedge t > 15 \Leftrightarrow -0,68t < -13 \wedge t > 15 \Leftrightarrow t > \frac{13}{0,68} \wedge t > 15 \Leftrightarrow t > \frac{325}{17} \wedge t > 15 \Leftrightarrow t \in \left]\frac{325}{17}; +\infty\right[$$

$$\frac{325}{17} \approx 19,12$$

Resposta: O tarifário t_3 é inferior ao tarifário t_1 a partir dos 20 s.

b)
$(t - 13 > 12 \wedge 15 < t < 30) \vee (t - 13 > 1,5t - 33 \wedge t \geq 30) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (t > 25 \wedge 15 < t < 30) \vee (t - 1,5t > -33 + 13 \wedge t \geq 30) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (25 < t < 30) \vee (-0,5t > -20 \wedge t \geq 30) \Leftrightarrow (25 < t < 30) \vee \left(t < \frac{20}{0,5} \wedge t \geq 30\right)$$

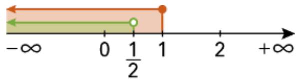
$\Leftrightarrow (25 < t < 30) \vee (t < 40 \wedge t \geq 30) \Leftrightarrow (25 < t < 30) \vee (30 \leq t < 40)$
$\Leftrightarrow (25 < t < 40) \Leftrightarrow t \in]25; 40[$
Para chamadas com duração entre 25 s e 40 s, o tarifário t_1 tem um custo superior ao tarifário t_2,

2.1.

$$\frac{2x-1}{2} > 1-2(1-x) \Leftrightarrow \frac{2x-1}{2} > 1-2+2x \Leftrightarrow 2x-1 > -2+4x \Leftrightarrow 2x-4x > -2+1 \Leftrightarrow -2x > -1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$$

Resposta: O maior número inteiro é o 0.

2.2. a)



$$A \cap B = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right[= B$$

b) $A \cup B =]-\infty, 1] = A$

3.1.

$2,0 < x < 2,2$; $1,3 < y < 1,7$

$3,3 < x + y < 3,9$

Logo, 3,3 é um valor proximado de $x + y$, por defeito.

3.2. O erro máximo da soma $x + y$ é igual à soma dos erros das parcelas, x e y.

$0,1 + 0,2 = 0,3$

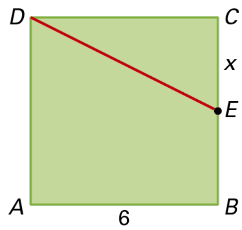
4.

$$C = \frac{5}{9}(F-32)$$

$$38,87° < C < 356,58° \Leftrightarrow 38,87° < \frac{5}{9}(F-32) < 356,58° \Leftrightarrow 38,87° \times \frac{9}{5} < F-32 < 356,58° \times \frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow 38,87° \times \frac{9}{5} + 32 < F < 356,58° \times \frac{9}{5} + 32 \Leftrightarrow 101,97° < F < 673,84°$$

Resposta: O mercúrio mantém-se no estado líquido entre 101,97 °F e 673,84 °F.



5.1.

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\overline{CE} \times \overline{CD}}{2} = \frac{x \times 6}{2} = 3x = A(x)$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\overline{DA} + \overline{EB}}{2} \times \overline{AB} = \frac{6+6-x}{2} \times 6 = (12-x) \times 3 = 36 - 3x = B(x)$$

Resposta: $A(x) = 3x$; $B(x) = 36 - 3x$.

5.2.

$$\text{Área}_{\text{triângulo}} < \frac{1}{3} \times \text{Área}_{\text{trapézio}}$$

$$3x < \frac{1}{3}(36-3x) \Leftrightarrow 3x < 12 - x \Leftrightarrow x < 3 \Leftrightarrow x \in]0,3[$$

1. (I) $x \times y = k$ $4 \times 1 = 4$ $8 \times 2 = 16$ $12 \times 3 = 36$

Resposta: As grandezas não são inversamente proporcionais, porque o produto das variáveis não é constante.

(II) $x \times y = k$

$1 \times 8 = 8$ $2 \times 4 = 8$ $5 \times 1,6 = 8$

Resposta: As grandezas são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 8.

(III) $x \times y = k$

$1 \times 4 = 4$ $2 \times 2 = 4$ $1 \times 3 = 3$

Resposta: As grandezas não são inversamente proporcionais, porque o produto das variáveis não é constante.

(IV) $x \times y = k$

$1 \times 130 = 130$ $2 \times 65 = 130$ $4 \times 32,5 = 130$

Resposta: As grandezas são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 130.

2.1.

M	1	2	3	8	12	15	25
N	30	15	10	3,75	2,5	2	1,2

$M \times N = k$
$2 \times 15 = k \Leftrightarrow k = 30$

$N = \dfrac{30}{M}$

$\dfrac{30}{1} = 30$ $\qquad$ $\dfrac{30}{2} = 15$ $\qquad$ $\dfrac{30}{8} = 3,75$

$M = \dfrac{30}{N}$

$\dfrac{30}{2,5} = 12$ $\qquad$ $\dfrac{30}{2} = 15$ $\qquad$ $\dfrac{30}{1,2} = 25$

2.2.

A	0,2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	4	5	1
N	30	18	12	4	1,5	1,2	6

$k = 6$

$A = \dfrac{6}{B}$

$\dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$ $\qquad$ $\dfrac{6}{1,2} = 5$ $\qquad$ $\dfrac{6}{6} = 1$

$B = \dfrac{6}{A}$

$\dfrac{6}{0,2} = 30$ $\qquad$ $\dfrac{6}{\frac{1}{3}} = 18$ $\qquad$ $\dfrac{6}{\frac{1}{2}} = 12$ $\qquad$ $\dfrac{6}{4} = 1,5$

3.1. Existe relação de proporcionalidade inversa.

3.2. Não existe relação de proporcionalidade inversa.

3.3. Existe relação de proporcionalidade inversa.

3.4. Não existe relação de proporcionalidade inversa.

4. O número de recipientes necessários para engarrafar o vinho são grandezas inversamente proporcionais.

$5x = 0,75 \times 760 \Leftrightarrow x = \dfrac{570}{5} \Leftrightarrow x = 114$

Resposta: Seriam necessários 114 garrafões de 5 litros.

Pág. 20

5.1.

N.° amigos	8	16
N.° dias	16	8

Resposta: Poderão passar 8 dias no parque.

5.2. Se desistirem 6 amigos só vão 2 de férias.

N.° amigos	8	2
N.° dias	16	64

Resposta: Poderiam fazer 64 dias.

6.1. As grandezas são diretamente proporcionais $k = 6,3 : 7 = 0,9$

Número de quilos de maçãs	1	5	7	12
Custo (em euros)	0,9	4,5	6,3	10,8

A constante é 0,9 e representa o preço de um quilograma de maçãs.

6.2.

Número de litros	24	20	12	10
Preço por litro (em euros)	0,50	0,6	1	1,2

$k = 24 \times 0,50 = 12$
A constante é 12 e representa a quantia fixa, em euros, para comprar leite.

7.1.

$$\begin{array}{ccc} 7 \text{ dias} & \text{———} & 420 \text{ euros} \\ 15 \text{ dias} & \text{———} & x \end{array}$$

$$x = \frac{15 \times 420}{7} = 900 \text{ euros}$$

Resposta: O custo do arrendamento da casa de férias durante 15 dias é de 900 euros.

7.2.

N.° de amigos	8	12
Custo	45	30

$k = 8 \times 45 = 360$
Resposta: Cada um pagaria 30 euros

8.

N.° camiões	6	5	15
N.° viagens	15	18	6

8.1. Cada camião fará 18 viagens.

8.2. $90 : 6 = 15$. Seriam necessários 15 camiões.

Pág. 21

1.1. Proporcionalidade direta: $\frac{y}{x} = 2$; $y = \frac{x}{3}$.

1.2. Proporcionalidade inversa: $y = \frac{3}{x}$; $xy = \sqrt{2}$.

2. (I) O gráfico contém os pontos de coordenadas $(4,1)$ e $(1,4)$.
Como $4 \times 1 = 1 \times 4 = 4$, então as grandezas x e y representadas no gráfico podem ser inversamente proporcionais.

(II) O gráfico contém os pontos de coordenadas $(5,1)$ e $(2,4)$.
Como $5 \times 1 \neq 2 \times 4$, então as grandezas x e y representadas no gráfico não são inversamente proporcionais.

(III) O gráfico contém os pontos de coordenadas $(3,1)$ e $(1,3)$.
Como $3 \times 1 = 1 \times 3 = 3$, então as grandezas x e y representadas no gráfico podem ser inversamente proporcionais.

(IV) O gráfico contém os pontos de coordenadas $(2,1)$ e $(1,4)$.
Como $2 \times 1 \neq 1 \times 4$, então as grandezas x e y representadas no gráfico não são inversamente proporcionais.

3.1. a)

$$2 \times f(2) = \frac{1}{3} \times 6 \Leftrightarrow 2 \times f(2) = 2$$

Logo, $f(2) = 1$

b)

$$\frac{1}{4} \times f\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \times 2$$

Logo,

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 8$$

3.2. A constante de proporcionalidade inversa é 2.
Logo,

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

4.1. $f(2) = 4$. A constante de proporcionalidade inversa é $2 \times 4 = 8$.
Logo,

$$f(x) = \frac{8}{x}$$

4.2.

$$P : f(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{8}{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$$

$$Q : f(6) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

A abcissa do ponto P é $\frac{8}{5}$ e ordenada do ponto Q é $\frac{4}{3}$.

Pág. 22

5.1. Sabemos que:
$a(b+3) = 2ab \Leftrightarrow a(b+3) - 2ab = 0 \Leftrightarrow a(b+3-2b) = 0$
Logo, $b + 3 - 2b = 0 \Leftrightarrow -b = -3 \Leftrightarrow b = 3$

5.2. a)

$$2ab \to 2 \times \frac{1}{2} \times 3 = 3 \qquad \text{ou} \qquad a(b+3) \to \frac{1}{2}(3+3) = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

A constante de proporcionalidade é 3.

b)

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

6.1. $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$
$1 \times 2 = 2 \qquad 2 \times 1 = 2 \qquad 4 \times 2 = 8$
Resposta: **(D)**.

6.2. O ponto B é o ponto de interseção dos gráficos de f e g.
$f(x) = 8(x)$

$$g(x) = \frac{2}{x}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 8x = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

Como $x > 0$, $x = \frac{1}{2}$.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ ou } g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times 2 = 4$$

Logo, $B\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
A área do triângulo é igual a 12. Assim, tem-se $\frac{x \times 4}{2} = 12$, sendo x a abcissa do ponto A.

$$\frac{x \times 4}{2} = 12 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$$

A abcissa do ponto A é 6.

7.1. Gráfico A

7.2. Gráfico C.

Pág. 23

1.1. Funções f e j (os gráficos são parábolas cujo vértice é a origem do referencial).

1.2. $f = 10$; $f(x) = 10x^2$ e $j = -\,10$; $j(x) = -\,10\ x^2$

2.1.

$$f\left(x\right) = h\left(x\right) \Leftrightarrow \frac{4}{x} = x \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$$

$S = \{-2, 2\}$
Os gráficos das funções f e h intersetam-se nos pontos de abcissa – 2 e 2.

2.2. $g\left(x\right) = i\left(x\right) \Leftrightarrow 2x^2 = -1$ (Equação impossível)
$S = \varnothing$ ou $S = \{\ \}$
Os gráficos das funções não se intersetam, pois não têm qualquer ponto em comum.

2.3. a) Parábola.

b) Hipérbole.

3.1. $Q\left(-2, 2\right)$

$$f\left(-2\right) = 2 \Leftrightarrow a \times \left(-2\right)^2 = 2 \Leftrightarrow 4a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Logo, $f\left(x\right) = \frac{1}{2}x^2$

3.2. O ponto P é o ponto de interseção dos gráficos de f e g além da origem do referencial.

$$f\left(x\right) = g\left(x\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x\left(x-1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$$

A abcissa de P é 1.

$$f\left(1\right) = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2} \text{ ou } g\left(1\right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

Logo, $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

Pág. 24

4. $f\left(x\right) = g\left(x\right) \Leftrightarrow x^2 = 12x \Leftrightarrow x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow x\left(x - 12\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 12$
$f\left(0\right) = 0^2 = 0$
$f\left(12\right) = 12^2 = 144$
Os gráficos de f e de g intersetam-se nos pontos de coordenadas $(0, 0)$ e $(12, 144)$.

5. $f\left(x\right) = ax^2, a < 0$
$f\left(4\right) = a \times 4^2 = 16a$

$$A_{[OAB]} = \frac{|16a| \times 4}{2} \text{ e } A_{[OAB]} = 16$$

Como $a < 0, |16a| = -16a$. Assim, tem-se:

$$\frac{-16a \times 4}{2} = 16 \Leftrightarrow -32a = 16 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

A função f é definida pela expressão $f\left(x\right) = -\frac{1}{2}x^2$.

6. Como g é uma função de proporcionalidade inversa, $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1$. Logo, $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

$$f(1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a \times 1^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Assim,

$$f(-1) = \frac{1}{2} \times (-1)^2 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

6.2. a)

$$g(x) = \frac{\frac{1}{2}}{x} \text{ ou } \qquad g(x) = \frac{1}{2x}$$

b)

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

Pág. 25

1.1.

Tabela A	Tabela B	Tabela C	Tabela D
$1 \times 30 = 30$	$1 \times 30 = 30$	$1 \times 30 = 30$	$1 \times 30 = 30$
$1 \times 30 = 30$	$3 \times 10 = 30$	$2 \times 25 = 50$	$2 \times 35 = 70$
$2 \times 60 = 120$	$4 \times 7{,}5 = 30$		

Resposta: A opção correta é a tabela B.

1.2.

$$xy = 30 \Leftrightarrow y = \frac{30}{x}$$

1.3. É o gráfico A, porque é um ramo de hipérbole.

1.4.

$$5a \times \frac{k}{a} = 30 \Leftrightarrow 5k = 30 \Leftrightarrow k = 6$$

2.1. $f = -3 \Leftrightarrow a \times 1^2 = -3 \Leftrightarrow a = -3$
Resposta: $a = -3$

2.2. $f(x) = 27 \Leftrightarrow 3x^2 = 27 \Leftrightarrow x = \pm 3$
Resposta: 3

Pág. 26

3.1. a) $48 : 4 = 12$
Resposta: 12 sacos de ração.

b) $12 : 4 = 3$
Resposta: 3 sacos de ração.

3.2. $12 \times 4 = 48$; $48 : 6 = 8$
Resposta: 8 dias

4.1. Resposta: **(B)**

4.2. $f(x) = g(x)$

$$\frac{1}{2}x = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 4, x > 0$$

$$f(4) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

Resposta: Ponto de interseção: (4, 2).

5.1. Parábola.

5.2. $y = -2x^2$
Resposta: **(D)**

5.3.

$$-2x^2 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

As soluções são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos das funções definidas por $y = -2x^2$ e $y = -\frac{1}{2}$.

Pág. 27

1.1.

Número de inscrições (N)	1	2	8	9	12
Custo da viagem (C)	720	360	90	80	60

$$C = \frac{720}{1} = 720 \qquad C = \frac{720}{2} = 360 \qquad C = \frac{720}{90} = 8 \qquad C = \frac{720}{80} = 9 \qquad C = \frac{720}{12} = 60$$

1.2. A tabela relaciona duas grandezas inversamente proporcionais, logo $N \times C = 720$, $C = \frac{720}{N}$.

1.3. $C = \frac{720}{N}$ apenas pode estar representada no gráfico **(D).**
Resposta: **(D)**

1.4. $C \leq 28$

$$\frac{720}{N} \leq 28 \Leftrightarrow 28N \geq 720 \Leftrightarrow N \geq \frac{720}{28}$$

Como $n \in \mathbb{N}$, temos $N \geq 26$
Terão de se inscrever 26 colegas.

1.5. Penúltimo dia:

$$C_1 = \frac{720}{N}$$

Último dia:

$$C_2 = \frac{720}{2N}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{720}{2N}}{\frac{720}{N}} = \frac{720 \times N}{2N \times 720} = \frac{1}{2} = 50\,\%$$

2.1.

$$x = \frac{45 \times 80}{90} = 40 \text{ min}$$

Resposta: Levaria 40 minutos.

2.2. $d = v \times t$

$$d = 80 \times \frac{3}{4} = 60 \left(\frac{3}{4} \text{ h} = 45\,\text{mín} \right)$$

Nessa viagem o Paulo percorreu 140 km (60 + 60 + 20)

km	———	h
80	———	1
140	———	x

$$x = \frac{140 \times 1}{80} = 1,75$$

1,75 h = 1 h + 0,75 × 60 min = 1 h 45 min
Resposta: O Paulo demorou 1 hora e 45 minutos a fazer a viagem.

Pág. 28

3.1.

$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow -\frac{x^2}{24} = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

Resposta: $A\left(-4, -\frac{2}{3}\right)$ e $B\left(4, -\frac{2}{3}\right)$

3.2.

$$h(x) = \frac{x^2}{24}$$

4. Distância = velocidade × tempo
Como a distância é constante, a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais.
$100 \times t_1 = 600 \Leftrightarrow t_1 = 6$

$$120 \times t_2 = 600 \Leftrightarrow t_2 = \frac{600}{120} \Leftrightarrow t = 5$$

A 120 km/h o automóvel demora menos uma hora a efetuar o percurso de 600 km.
Resposta: **(C)**

5. $24^2 < 10^2 \times 6 < 25^2$

$$\left(\frac{24}{10}\right)^2 < 6 < \left(\frac{25}{10}\right)^2$$

$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$
Por exemplo, $\sqrt{6} \approx 2,4$.

6.1.

$$\frac{4,5 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 0,075 \text{ km/min}$$

$$\frac{12 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 0,2 \text{ km/min}$$

Velocidade do Tiago: 0,075 km/min
Velocidade do João: 0,2 km/min

6.2. $0,075 \times (t+2) = 0,2 \times t \Leftrightarrow 0,075t + 0,15 = 0,2t \Leftrightarrow 0,125t = 0,15 \Leftrightarrow t = 1,2$ min
$2 + 1,2 = 3,2$
$0,2 \times 60 = 12$
Resposta: Decorreram 3 minutos e 12 segundos

Pág. 29

1.1.

$$1-2x\left(x-4\right)-\frac{1}{3}x\left(3x-6\right)=1-2x^2+8x-\frac{3x^2}{3}+\frac{6}{3}x=1-2x^2+8x-x^2+2x=-3x^2+10x+1$$

1.2.

$$\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(1-x\right)-3\left(x-2\right)=2x-2x^2-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}x-3x+6=-2x^2-\frac{x}{\underset{(\times 3)}{1}}+\frac{1}{3}x+\frac{6}{\underset{(\times 3)}{1}}-\frac{1}{3}$$

$$=-2x^2-\frac{3}{3}x+\frac{1}{3}x+\frac{18}{3}-\frac{1}{3}=-2x^2-\frac{2x}{3}+\frac{17}{3}$$

1.3.

$$\left(-x-2\right)\left(1-2x+3\right)-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}=\left(-x-2\right)\left(-2x+4\right)-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}=2x^2-4x+4x-\frac{8}{\underset{(\times 2)}{1}}-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$

$$=2x^2-\frac{16}{2}-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}=2x^2-\frac{1}{2}x-\frac{11}{2}$$

1.4.

$$1-\frac{x-1}{2}-x\left(2x-\frac{1-x}{3}\right)=1-\frac{x-1}{2}-2x^2-\frac{-x+x^2}{3}=1-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}-2x^2+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{3}$$

$$=\frac{1}{\underset{(\times 2)}{1}}-\frac{x}{\underset{(\times 3)}{2}}+\frac{1}{2}-\frac{2x^2}{\underset{(\times 3)}{1}}+\frac{1}{\underset{(\times 2)}{3}}x-\frac{x^2}{3}=-\frac{6x^2}{3}-\frac{x^2}{3}-\frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{7x^2}{3}-\frac{x}{6}+\frac{3}{2}$$

1.5. $2(x+4)^2-\left(x-3\right)\left(x+3\right)=2\left(x^2+8x+16\right)-\left(x^2-3^2\right)=2x^2+16x+32-x^2+9=x^2+16x+41$

1.6.

$$-\frac{1}{2}\left(x-3\right)\left(x+3\right)-2(x+1)^2=-\frac{1}{2}\left(x^2-9\right)-2\left(x^2+2x+1\right)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}-\frac{2x^2}{\underset{(\times 2)}{1}}-4x-\frac{2}{\underset{(\times 2)}{1}}$$

$$=-\frac{5}{2}x^2-4x+\frac{5}{2}$$

1.7. $1-2\left(1-2x\right)\left(1+2x\right)^2=1-2\left(1-2x\right)\left(1+2x\right)\left(1+2x\right)=1-2\left(1-4x^2\right)\left(1+2x\right)$
$=1-2\left(1+2x-4x^2-8x^3\right)=1-2-4x+8x^2+16x^3=16x^3+8x^2-4x-1$

1.8.

$$\left(-3-2x\right)\left(-3+2x\right)-\left(-1-\frac{x}{2}\right)^2=(-3)^2-(2x)^2-\left(1+x+\frac{x^2}{4}\right)=9-\frac{4x^2}{\underset{(\times 4)}{1}}-1-x-\frac{x^2}{4}$$

$$=9-\frac{16x^2}{4}-1-\frac{x^2}{4}=-\frac{17}{4}x^2-x+8$$

2.1. $A=\left(3x+4\right)\left(2x-1\right)=6x^2-3x+8x-4=6x^2+5x-4$

2.2. $A=\left(3x+1\right)^2=9x^2+6x+1$

2.3.

$$A=\frac{\left(2x-1\right)\times x}{2}=\frac{2x^2-x}{2}=x^2-\frac{x}{2}$$

2.4.

$$A=\frac{x}{3}\times\left(4+\frac{x}{3}\right)+\left(4+\frac{x}{3}\right)\times\frac{x}{3}+\left(4+\frac{x}{3}\right)^2=2\times\left(\frac{4x}{3}+\frac{x^2}{9}\right)+16+\frac{8x}{3}+\frac{x^2}{9}=$$

$$\frac{8x}{3}+\frac{2x^2}{9}+16+\frac{8x}{3}+\frac{x^2}{9}=\frac{3x^2}{9}+\frac{16x}{3}+16=\frac{x^2}{3}+\frac{16x}{3}+16$$

3.1. $(2x-3)^2=4x^2-12x+9$

3.2.

$$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$$

3.3.

$$\left(2x+\frac{1}{5}\right)^2=4x^2+\frac{4}{5}x+\frac{1}{25}$$

3.4. $\left(\sqrt{2}x+\sqrt{8}\right)^2=2x^2+8x+8$

3.5. $(x-2)\,(x+2)=x^2-4$

3.6. $\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=x^2-3$

3.7. $(2x-3)\,(2x+3)=4x^2-9$

3.8.

$$\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{25}$$

3.9. $(1-x)\,(x+1)=(1-x)\,(1+x)=1-x^2$

3.10. $[(x-1)\,(x+1)]^2=\left(x^2-1\right)^2=x^4-2x^2+1$

Pág. 30

4.1. $2x-x^2=x\,(2-x)$

4.2.

$$x^2-\frac{x}{4}=x\left(x-\frac{1}{4}\right)$$

4.3. $5x-10x^2=5x\,(1-2x)$

4.4. $x^2-4=(x-2)\,(x+2)$

4.5. $4x^2-16=(2x-4)\,(2x+4)$

4.6. $2x^2-1=\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(\sqrt{2}x+1\right)$

4.7.

$$\frac{1}{9}-4x^2=\left(\frac{1}{3}-2x\right)\left(\frac{1}{3}+2x\right)$$

4.8. $3-12x^2=3\left(1-4x^2\right)=3\,(1-2x)\,(1+2x)$

4.9. $2x^2+18x^3=2x^2\,(1-9x)$

4.10. $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = (x-1)(x-1)$

4.11. $4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 12x + 3^2 = (2x+3)^2 = (2x+3)(2x+3)$

4.12. $1 - 6x + 9x^2 = (1-3x)^2 = (1-3x)(1-3x)$

4.13. $2x^2 - 8x + 8 = 2\left(x^2 - 4x + 4\right) = 2(x-2)^2 = 2(x-2)(x-2)$

4.14. $(x-1)^2 - 2\left(x^2-1\right) = (x-1)^2 - 2(x-1)(x+1) = (x-1)[(x-1) - 2(x+1)]$
$= (x-1)[x-1-2x-2] = (x-1)(-x-3)$

4.15. $x^2 - 8x + 7 = x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 7 = (x-4)^2 - 16 + 7 = (x-4)^2 - 9 = (x-4)^2 - 3^2 =$
$= ((x-4)-3)((x-4)+3) = (x-7)(x-1)$

4.16. $x - \left(3x^2 - 2x\right) = x - 3x^2 + 2x = -3x^2 + 3x = 3x(1-x)$

4.17. $3x - 7 - 2(3x-7)^2 = (3x-7) - 2(3x-7)^2 = (3x-7)[1 - 2(3x-7)] = (3x-7)(1-6x+14) =$
$= (3x-7)(15-6x)$

4.18. $x^2 - 4 - (x-2)^2 = (x-2)(x+2) - (x-2)^2 = (x-2)[(x+2)-(x-2)] = 4(x-2)$

5.1.

$$4x^3 - (-2x) \times x^2 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{3}{2}x - 1 = 4x^3 + 2x^3 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{3}{2}x - 1 = -\frac{2}{3}x^4 + 6x^3 + \frac{3}{2}x - 1$$

5.2. Trata-se de um polinómio de grau 4.

6.1. $x(2x+1)(x+2) = \left(2x^2 + x\right)(x+2) = 2x^3 + 4x^2 + x^2 + 2x = 2x^3 + 5x^2 + 2x$
Resposta: $V = 2x^3 + 5x^2 + 2x$

6.2. $(2x-1)^3 = (2x-1)^2(2x-1) = \left(4x^2 - 4x + 1\right)(2x-1) = 8x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 4x + 2x - 1 =$
$= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
Resposta: $V = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

7. O polinómio soma tem grau igual ao grau do polinómio parcelar de maior grau.
Resposta: **(B)**.

8. $Q = (x-a)^2 + x + b = x^2 - 2ax + a^2 + x + b = x^2 + (1-2a)x + a^2 + b$
Assim:
$P = Q \Leftrightarrow x^2 - x + 4 = x^2 + (1-2a)x + a^2 + b \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2a = -1 \\ a^2 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a = -2 \\ a^2 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 1 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

Pág. 31

1.1. É possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto.

$$(x+1)(2x+3) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \vee 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -\frac{3}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{3}{2}, -1\right.$$
$$right\}$$

1.2. Não é possível aplicar diretamente a lei do anulamento do produto.

1.3. Não é possível aplicar a lei do anulamento do produto.

1.4. É possível aplicar a lei do anulamento do produto.

$$-2\,(3x+1)\,(2x-3)=0 \Leftrightarrow 3x+1=0 \vee 2x-3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3} \vee x=\frac{3}{2}$$

$$S=\left\{-\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right\}$$

2.1. $(x-3)\,(x+1)=0 \Leftrightarrow x-3=0 \vee x+1=0 \Leftrightarrow x=3 \vee x=-1$
$S=$\{− 1, 3\}

2.2.

$$(x+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \vee x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$$

2.3.

$$(2x-3)\,(3x-2)=0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \vee 3x-2=0 \Leftrightarrow 2x=3 \vee 3x=2 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \vee x=\frac{2}{3}$$

$$S=\left\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\right\}$$

2.4.

$$(2x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \vee x-\frac{1}{3}=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \vee x=\frac{1}{3}$$

$$S=\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

2.5. $x\,(x-3)\,(x+4)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-3=0 \vee x+4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3 \vee x=-4$
$S=\{-4,0,3\}$

2.6.

$$3\,(x+7)\left(2x-\frac{1}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x+7=0 \vee 2x-\frac{1}{4}=0 \Leftrightarrow x=-7 \vee 2x=\frac{1}{4}x=-7 \vee x=\frac{1}{8}$$

$$S=\left\{-7,\frac{1}{8}\right\}$$

2.7.

$$-\frac{1}{2}x\,(3x-1)\,(1-2x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x=0 \vee 3x-1=0 \vee 1-2x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 3x=1 \vee -2x=-1$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{1}{3} \vee x=\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{0,\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

2.8.

$$(x-1)\,(x-2)\left(\frac{1}{2}x+4\right)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \vee x-2=0 \vee \frac{1}{2}x+4=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=2 \vee x=-8$$

$$S=\{-8,1,2\}$$

3.1. $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x\,(x-2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0 \vee x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$
$S = \{0,\, 2\}$

3.2.

$$5x^2 = 8x \Leftrightarrow 5x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow x\,(5x-8) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 5x = 8 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{8}{5}$$

$$S = \left\{0, \frac{8}{5}\right\}$$

3.3. $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x \pm \sqrt{25} \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5$
$S = \{-\,5,\, 5\}$

3.4. $-3x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 = 15 \Leftrightarrow x^2 = -5$
Equação impossível. $S = \varnothing$

3.5. $\left(1 - 3x^2\right) = 1 \Leftrightarrow 1 - 3x^2 = 1 \Leftrightarrow -3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$
$S = \{0\}$

3.6.

$$(2-3x)\,(2+3x) = 4 + x \Leftrightarrow 4 - 9x^2 = 4 + x \Leftrightarrow -9x^2 - x = 0 \Leftrightarrow -x\,(9x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 9x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{1}{9}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{9}, 0\right\}$$

3.7.

$$3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x\,(3x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$$

3.8. $2 - 3x^2 = -2x^2 + 1 \Leftrightarrow -3x^2 + 2x^2 = 1 - 2 \Leftrightarrow -x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$
$S = \{-1, 1\}$

4.1. Por exemplo: $(x+2)\,(x-3) = 0$

4.2. Por exemplo: $x\,(x-1) = 0$

4.3. $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x\,(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$
As soluções da equação $x^2 - 4x = 0$ são 0 e 4.
A equação pedida é, por exemplo, $x\,(x-4)\,(x-3) = 0$.

5. A expressão do termo geral da sequência é $u_n = (n+1)^2 - 2$
$(n+1)^2 - 2 = 142 \Leftrightarrow (n+1)^2 = 144 \Leftrightarrow n + 1 = -12 \vee n + 1 = 12 \Leftrightarrow n = -13 \vee n = 11$
Como $n \in \mathbb{N}, n = 11$. Logo, a sequência tem 11 termos.

Pág. 32

6.1.

$$x^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{13}{20}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{16} = \frac{169}{400} \Leftrightarrow x^2 = \frac{169}{400} - \underset{(\times 25)}{\frac{1}{16}} \Leftrightarrow x^2 = \frac{169 - 25}{400} \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{400}$$

Como $x > 0, x = \sqrt{\frac{144}{400}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
Resposta: $x = \frac{3}{5}$

6.2. $x^2 + 3x = 5x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$
Como $x > 0, x = 2$
<u>Resposta</u>: $x = 2$

6.3. $x^2 + x^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4$
Como $x > 0, x = \sqrt{4} = 2$
<u>Resposta</u>: $x = 2$

6.4. $2x^2 = 32 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 4$
<u>Resposta</u>: $x = -4$ ou $x = 4$

7.1. a) $P = 3x + x + 2 + 3x + 2 = 7x + 4$
<u>Resposta</u>: A expressão que representa o perímetro é $7x + 4$.

b)

$$A = \frac{3x(x+2)}{2} = \frac{3x^2 + 6x}{2} = \frac{3}{2}x^2 + 3x$$

<u>Resposta</u>: A expressão que representa a área é $\frac{3}{2}x^2 + 3x$.

7.2. a) $(3x+2)^2 = (3x)^2 + (x+2)^2 \Leftrightarrow 9x^2 + 12x + 4 = 9x^2 + x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow -x^2 + 8x = 0$
$\Leftrightarrow x(-x+8) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 8$
<u>Resposta</u>: $x = 12$

b) Sendo $x = 8$:
$3x = 3 \times 8 = 24$
$x + 2 = 8 + 2 = 10$

$$A = \frac{24 \times 10}{2} = 120$$

<u>Resposta</u>: A área do triângulo é 120 cm^2.

8. $A = A_{\text{quadrado}} + A_{\text{semicírculo}}$

$$A = d^2 + \frac{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2} = d^2 + \frac{\pi \times \frac{d^2}{4}}{2} = d^2 + \frac{\pi d^2}{8} = \frac{8d^2 + \pi d^2}{8} = d^2\left(\frac{8+\pi}{8}\right)$$

Pág. 33

1.1. $a = 5, b = -3$ e $c = -2$ (completa)

1.2. $a = 3, b = 0$ e $c = -55$

1.3. $a = 1, b = -6$ e $c = 0$

1.4. $a = -1, b = 1$ e $x = -1$ (completa)

1.5. $x^2 - 5x + 1 = 0$
$a = 1, b = -5$ e $c = 1$ (completa)

1.6. $3x^2 = x \Leftrightarrow 3x^2 - x = 0$
$a = 3, b = -1$ e $c = 0$

1.7. $(x-1)^2 - 5x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 2 = 0$
$a = 1, b = -7$ e $c = -2$ (completa)

1.8. $4x^2 - (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - \left(x^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 1 = 0$
$a = 3, b = 0$ e $c = 1$

1.9. $a = d, b = e$ e $c = -f$ (completa)

1.10. $gx^2 - hx = i \Leftrightarrow gx^2 - hx - i = 0$
Como $i = 0$, tem-se $gx^2 - hx = 0$
$a = g$, $b = -h$ e $c = 0$.

2.1. $x^2 + 2x - 3 = \left(x^2 + 2x + 1\right) - 1 - 3 = (x+1)^2 - 4$

2.2. $x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$

2.3.

$$x^2 - 5x + 6 = \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) - \frac{25}{4} + 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{24}{4} = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

2.4.

$$x^2 + x = \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

2.5. $2x^2 - 8x + 10 = 2\left(x^2 - 4x\right) + 10 = 2(\underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(x-2)^2} - 4) + 10 = 2(x-2)^2 - 8 + 10 = 2(x-2)^2 + 2$

2.6.

$$3x^2 - 5x + 2 = 3\left(x^2 - \frac{5}{3}x\right) + 2 = 3\left(\underbrace{x - \frac{5}{3}x + \frac{25}{36}}_{\left(x-\frac{5}{6}\right)^2} - \frac{25}{36}\right) + 2 = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - 3 \times \frac{25}{36} + 2$$

$$= 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + \frac{24}{12} = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$$

2.7.

$$3x^2 - 2x + 4 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) + 4 = 3\left(\underbrace{x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}}_{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2} - \frac{1}{9}\right) + 4 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} + \frac{12}{3} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{11}{3}$$

2.8.

$$9x^2 - 4x - 3 = 9\left(x - \frac{4}{9}x\right) - 3 = 9\left(\underbrace{x^2 - \frac{4}{9} + \frac{4}{81}}_{\left(x-\frac{2}{9}\right)^2} - \frac{4}{81}\right) - 3 = 9\left(x - \frac{2}{9}\right)^2 - 9 \times \frac{4}{81} - 3$$

$$= 9\left(x - \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{4}{9} - \frac{27}{9} = 9\left(x - \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{31}{9}$$

3.1. $x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 - 16 + 7 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 9$
$\Leftrightarrow x - 4 = -3 \vee x - 4 = 3 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 7$

3.2.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 1$$

4.1. $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \underbrace{x^2-4x+4}_{(x-2)^2}-4+3=0 \Leftrightarrow (x-2)^2-1=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=1$

$\Leftrightarrow x-2=-1 \vee x-2=1 \Leftrightarrow x=1 \vee x=3$
$S=\{1,3\}$

4.2. $x^2+8x+12=0 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+8x+16}_{(x+4)^2}-16+12=0 \Leftrightarrow (x+4)^2-4=0 \Leftrightarrow (x+4)^2=4$

$\Leftrightarrow x+4=-2 \vee x+4=2 \Leftrightarrow x=-6 \vee x=-2$
$S=\{-6,-2\}$

4.3. $x^2+10x+21=0 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+10x+25}_{(x+5)^2}-25+21=0 \Leftrightarrow (x+5)^2-4=0 \Leftrightarrow (x+5)^2=4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+5=-2 \vee x+5=2 \Leftrightarrow x=-7 \vee x=-3$
$S=\{-7,-3\}$

4.4. $3x^2-6x+3=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$
$S=\{1\}$

4.5.

$$x^2-5x=-4 \Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}=-4 \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{9}{4} \Leftrightarrow x-\frac{5}{2}=-\frac{3}{2} \vee x-\frac{5}{2}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=1 \vee x=4$$

$S=\{1,4\}$

4.6.

$$x^2-1=\frac{3x}{2} \Leftrightarrow x^2-\frac{3x}{2}-1=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{3x}{2}+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}-1=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{16}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{25}{16} \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=\frac{5}{4} \vee x-\frac{3}{4}=-\frac{5}{4} \Leftrightarrow x=\frac{8}{4} \vee x=-\frac{2}{4} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{-\frac{1}{2},2\right\}$$

4.7.

$$5x^2-7x+2=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{7}{5}x+\frac{2}{5}=0 \Leftrightarrow x-\frac{7}{5}x+\frac{49}{100}-\frac{49}{100}+\frac{2}{5}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{10}\right)^2-\frac{49}{100}+\frac{40}{100}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{10}\right)^2=\frac{9}{100} \Leftrightarrow x-\frac{7}{10}=-\frac{3}{10} \vee x-\frac{7}{10}=\frac{3}{10} \Leftrightarrow x=\frac{4}{10} \vee x=1 \Leftrightarrow x=\frac{2}{5} \vee x=1$$

$$S=\left\{\frac{2}{5},1\right\}$$

4.8. $(2x-1)^2-8=(x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2-4x+1-8=x^2-2x+1 \Leftrightarrow 3x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}-\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{9}-\frac{24}{9}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{25}{9} \Leftrightarrow x-\frac{1}{3}=-\frac{5}{3} \vee x-\frac{1}{3}=\frac{5}{3} \Leftrightarrow x=-\frac{4}{3} \vee x=2$$

$$S=\left\{-\frac{4}{3},2\right\}$$

4.9.

$$6x^2-x-1=0\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{144}-\frac{1}{144}-\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{12}\right)^2-\frac{1}{144}-\frac{24}{144}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{12}\right)^2=\frac{25}{144}\Leftrightarrow x-\frac{1}{12}=-\frac{5}{12}\vee x-\frac{1}{12}=\frac{5}{12}\Leftrightarrow x=-\frac{4}{12}\vee x=\frac{6}{12}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}\vee x=\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

4.10. $(x+1)^2=5+2x\,(x-1)\Leftrightarrow x^2+2x+1=5+2x^2-2x\Leftrightarrow -x^2+4x-4=0\Leftrightarrow x^2-4x+4=0\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2)^2=0\Leftrightarrow x-2=0\Leftrightarrow x=2$
$S=\{2\}$

5. $(-2)^2-2\times(-2)-8=4+4-8=0$
$0^2-2\times 0-8=-8\neq 0$
$1^2-2\times 1-8=1-2-8=-9\neq 0$
$4^2-2\times 4-8=16-8-8=0$
Logo, as soluções da equação são −2 e 4.

6.1. $(-3)^2-7\times(-3)-2c=0\Leftrightarrow 9+21-2c=0\Leftrightarrow 30=2c\Leftrightarrow c=15$
Resposta: $c=15$

6.2.

$$x^2-7x-30=0\Leftrightarrow x^2-7x+\frac{49}{4}-\frac{49}{4}-30=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}-\frac{120}{4}=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{169}{4}\Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{13}{2}\vee x-\frac{7}{2}=\frac{13}{2}\Leftrightarrow x=-3\vee x=10$$

A solução da equação pedida é $x=10$.

7.1.

$$(x+1)^2-5x+1=0\Leftrightarrow x^2+2x+1-5x+1=0\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow x-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+2=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow x-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}\vee x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=1\vee x=2$$

$S=\{1,2\}$

7.2.

$$(x-3)\,(2x+1)+5=0\Leftrightarrow 2x^2+x-6x-3+5=0\Leftrightarrow 2x^2-5x+2=0\Leftrightarrow x^2-\frac{5}{2}x+1=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}-\frac{25}{16}+1=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{9}{16}=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}\Leftrightarrow x-\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}\vee x-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}-\frac{3}{4}\vee x=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}\Leftrightarrow x=\frac{2}{4}\vee x=\frac{8}{4}$$

$$S=\left\{\frac{1}{2},2\right\}$$

7.3. $1-(2x-1)^2=-4x\Leftrightarrow 1-\left(4x^2-4x+1\right)+4x=0\Leftrightarrow 1-4x^2+4x-1+4x=0$
$\Leftrightarrow -4x^2+8x=0\Leftrightarrow -4x\,(x-2)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$
$S=\{0,2\}$

7.4.

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-(x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow \left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{4}-x^2+4=0$$

$$\Leftrightarrow -x+\frac{17}{4}=0 \Leftrightarrow x=\frac{17}{4}$$

$$S=\left\{\frac{17}{4}\right\}$$

7.5. $1-\left(1-x^2\right)=2x+2 \Leftrightarrow 1-1+x^2-2x-2=0 \Leftrightarrow x^2-2x-2=0 \Leftrightarrow \left(x^2-2x+1\right)-1-2=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-1)^2-3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=3 \Leftrightarrow x-1=-\sqrt{3} \vee x-1=\sqrt{3} \Leftrightarrow x=1-\sqrt{3} \vee x=1+\sqrt{3}$
$S=\{1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}\}$

7.6.

$$(x-1)^2-2=(2x+3)(2x-3) \Leftrightarrow x^2-2x+1-2=4x^2-9 \Leftrightarrow -3x^2-2x+8=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}-\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{9}-\frac{24}{9}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{25}{9} \Leftrightarrow x+\frac{1}{3}=-\frac{5}{3} \vee x+\frac{1}{3}=\frac{5}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}-\frac{5}{3} \vee x=-\frac{1}{3}+\frac{5}{3} \Leftrightarrow x=\frac{-6}{3} \vee x=\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=-2 \vee x=\frac{4}{3}$$

$$S=\left\{-2, \frac{4}{3}\right\}$$

7.7. $(x-2)^2-4(x-2)=0 \Leftrightarrow x^2-4x+4-4x+8=0 \Leftrightarrow x^2-8x+12=0 \Leftrightarrow x^2-8x+16-16+12=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-4)^2-4=0 \Leftrightarrow (x-4)^2=4 \Leftrightarrow x-4=-2 \vee x-4=2 \Leftrightarrow x=2 \vee x=6$
$S=\{2,6\}$

7.8.

$$-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x-9=2\left(-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x-9=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2-9+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2-\frac{17}{2}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{51}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{51}{2}$$

Equação impossível. $S=\varnothing$

7.9.

$$x^2-\frac{1}{3}(x-3)(x+3)=3 \Leftrightarrow x^2-\frac{1}{3}\left(x^2-9\right)-3=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{1}{3}x^2+3-3=0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2=0 \Leftrightarrow x=4$$

$S=\{0\}$

7.10.

$$\left(\frac{x-\frac{1}{2}}{3}\right)^2=4 \Leftrightarrow \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}{9}=4 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2=36 \Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{4}=36 \Leftrightarrow x^2-x-\frac{1}{4}-36=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-\frac{145}{4} \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2=36 \Leftrightarrow x-\frac{1}{2}=-6 \vee x-\frac{1}{2}=6 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}-6 \vee x=\frac{1}{2}+6 \Leftrightarrow x=-\frac{11}{2} \vee x=\frac{13}{2}$$

$$S=\left\{-\frac{11}{2}, \frac{13}{2}\right\}$$

7.11.

$$(x-2)^2-\frac{1}{3}x(x-2)=0 \Leftrightarrow (x-2)\left[(x-2)-\frac{1}{3}x\right]=0 \Leftrightarrow (x-2)\left(x-\frac{1}{3}x-2\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-2=0 \vee 3x-x=6 \Leftrightarrow x=2 \vee x=3$$

$S=\{2,3\}$

7.12. $(x+1)^2-2(1+x)(x-2)=0 \Leftrightarrow (x+1)[(x+1)-2(x-2)]=0 \Leftrightarrow x+1=0 \vee x+1-2x+4=0$
$\Leftrightarrow x=-1 \vee x=5$
$S=\{-1,5\}$

7.13.

$$\frac{(2x-2)^2-3}{3}=x-2 \Leftrightarrow \frac{4x^2-8x+4-3}{3}=x-2 \Leftrightarrow 4x^2-8x+1=3x-6 \Leftrightarrow 4x^2-11x+7=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{4}x+\frac{7}{4}=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{11}{4}x+\frac{121}{64}-\frac{121}{64}+\frac{7}{4}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{11}{8}\right)^2-\frac{121}{64}+\frac{112}{64}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{11}{8}\right)^2=\frac{9}{64} \Leftrightarrow x-\frac{11}{8}=-\frac{3}{8} \vee x-\frac{11}{8}=\frac{3}{8} \Leftrightarrow x=\frac{8}{8} \vee x=\frac{14}{8} \Leftrightarrow x=1 \vee x=\frac{7}{4}$$

$$S=\left\{1,\frac{7}{4}\right\}$$

7.14.

$$\frac{4-(1+x)^2}{2}=(x+1)(x-1) \Leftrightarrow \frac{4-1-2x-x^2}{2}=x^2-1 \Leftrightarrow \frac{3-2x-x^2}{2}=x^2-1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3-2x-x^2=2x^2-2 \Leftrightarrow -3x^2-2x+5=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}=0 \Leftrightarrow x+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}-\frac{5}{3}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{16}{9} \Leftrightarrow x+\frac{1}{3}=-\frac{4}{3} \vee x+\frac{1}{3}=\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=\frac{-5}{3} \vee x=\frac{3}{3} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3} \vee x=1$$

$$S=\left\{-\frac{5}{3},1\right\}$$

Pág. 35

1.1. $\Delta=(-2)^2-4\times1\times1=4-4=0$. A equação tem uma solução.

1.2. $\Delta=(-1)^2-4\times2\times(-1)=1+8=9>0$. A equação tem duas soluções.

1.3. $\Delta=3^2-4\times1\times4=9-16=-7<0$. A equação não tem soluções.

1.4. $\Delta=(-7)^2-4\times1\times(-18)=49+72=121>0$. A equação tem duas soluções.

1.5. $\Delta=(-4)^2-4\times(-1)\times(-1)=16-4=12>0$. A equação tem duas soluções.

1.6. $\Delta=(-4)^2-4\times2\times2=16-16=0$. A equação tem uma solução.

1.7.

$$\frac{1}{3}x^2-5x-1=0$$

$$\Delta=(-5)^2-4\times\frac{1}{3}\times(-1)=25+\frac{4}{3}=\frac{79}{3}>0$$

A equação tem duas soluções.

1.8.

$$-\frac{1}{2}x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) = 4 - 6 = -2 < 0$$

A equação não tem soluções.

2.1.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (-3k)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 0 \Leftrightarrow 9k^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow 9k^2 = 16 \Leftrightarrow k^2 = \frac{16}{9} \Leftrightarrow k = -\frac{4}{3} \vee k = \frac{4}{3}$$

Resposta:

$$k \in \left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$$

2.2. $\Delta > 0 \Leftrightarrow (-6)^2 - 4 \times 1 \times (k-4) > 0 \Leftrightarrow 36 - 4k + 16 > 0 \Leftrightarrow -4k > -52 \Leftrightarrow 4k < 52 \Leftrightarrow k < 13$
Resposta: $k \in \left]-\infty, 13\right[$

2.3.

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 4(2k+1) \times 1 < 0 \Leftrightarrow 9 - 8k - 4 < 0 \Leftrightarrow -8k < -5 \Leftrightarrow k > \frac{5}{8}$$

Resposta:

$$k \in \left]\frac{5}{8}, +\infty\right[$$

3.1.

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6-2}{2} \vee x = \frac{6+2}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$$

$S = \{2, 4\}$

3.2.

$$-x^2 + 4x + 21 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times 21}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-4-10}{-2} \vee x = \frac{-4+10}{-2}$$

$\Leftrightarrow x = 7 \vee x = -3$
$S = \{-3, 7\}$

3.3.

$$-x^2 + 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7-5}{2} \vee x = \frac{7+5}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 6$$

$S = \{1, 6\}$

3.4.

$$x^2 + 2x = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 0}{2} \Leftrightarrow x = -1$$

$S = \{-1\}$

3.5.

$$x\,(x-2)=63 \Leftrightarrow x^2-2x-63=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 1\times(-63)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{256}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{2-16}{2} \vee x=\frac{2+16}{2} \Leftrightarrow x=-7 \vee x=9$$

$S=\{-\,7,\,9\}$

3.6.

$$-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x-9=0 \Leftrightarrow -2x^2-3x-54=0 \Leftrightarrow 2x^2+3x+54=0 \Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 2\times 54}}{2\times 2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-32\pm\sqrt{-423}}{4}$$

Equação impossível
$S=\varnothing$

3.7.

$$(x-1)^2-3\,(x-1)=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1-3x+3=0 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 1\times 4}}{2\times 1}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{5-3}{2} \vee x=\frac{5+3}{2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=4$$

$S=\{1,\,4\}$

3.8.

$$64\left(x+\frac{1}{8}\right)^2+55=8\,(3x+2)\,(3x-2) \Leftrightarrow 64\left(x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{64}\right)+55=8\left(9x^2-4\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 64x^2+16x+1+55=72x^2-32 \Leftrightarrow 8x^2-16x-88=0 \Leftrightarrow x^2-2x-11=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+44}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{2\pm 4\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=1-2\sqrt{3} \vee x=1+2\sqrt{3}$$

$S=\{1-2\sqrt{3},1+2\sqrt{3}\}$

4.1.

$$(5x+2)\,(5x-2)=1221 \Leftrightarrow 25x^2-4=1221 \Leftrightarrow 25x^2=1225 \Leftrightarrow x^2=\frac{1225}{25} \Leftrightarrow x^2=49 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{49}$$

$\Leftrightarrow x=7, x>0$
Resposta: $x=7$ m.

4.2.

$$\frac{x\times(x-2)}{2}=4 \Leftrightarrow x^2-2x=8 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 1\times(-8)}}{2\times 1}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2-6}{2} \vee \frac{2+6}{2} \Leftrightarrow x=-2 \vee x=4 \Leftrightarrow x=4, x>0$$

Resposta: $x=4$ m.

5.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1-3}{2} \vee x = \frac{-1+3}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$ e $f(1) = 1^2 = 1$
Resposta: $A(-2,4)$ e $B(1,1)$

6.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2-4}{2} \vee x = \frac{2+4}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$ e $f(3) = 3^2 = 9$
Resposta: Os gráficos de f e de g intersetam-se nos pontos de coordenadas $(-1,1)$ e $(3,9)$.

7.1. $f(x) = mx + b$; $\begin{cases} (-2,2) \\ (3,0) \end{cases}$

$$m = \frac{0-2}{3-(-2)} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$0 = -\frac{2}{5} \times 3 + b \Leftrightarrow 0 = -\frac{6}{5} + b \Leftrightarrow \frac{6}{5} = b$$

Logo, $f(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$
$g(x) = ax^2, a > 0$

$$g(-2) = 2 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 = 2 \Leftrightarrow 4a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Logo,

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$f(x) = g(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow -4x + 12 = 5x^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-12)}}{2 \times 5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-4-16}{10} \vee x = \frac{-4+16}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-20}{10} \vee x = \frac{12}{10} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{6}{5}$$

$$g(-2) = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \quad \text{e} \quad g\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{36}{25} = \frac{18}{25}$$

Os gráficos de f e de g intersetam-se nos pontos de coordenadas $(-2,2)$ e $\left(\frac{6}{5}, \frac{18}{25}\right)$.

7.2. $f(x) = mx + b$; $\begin{cases} (-2,-3) \\ (0,-2) \end{cases}$

$$m = \frac{-2-(-3)}{0-(-2)} = \frac{1}{2}$$

Logo,

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$g(x) = ax^2, a < 0$

$$g(-2) = -3 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 = -3 \Leftrightarrow 4a = -3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$$

Logo,

$$g(x) = -\frac{3}{4}x^2$$

$$f(x) = g(x) = \frac{1}{2}x - 2 = -\frac{3}{4}x^2 \Leftrightarrow 2x - 8 = -3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-8)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-2 - 100}{6} \vee x = \frac{-2 + 10}{6} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{4}{3}$$

$$g(-2) = -\frac{3}{4} \times (-2)^2 = -\frac{3}{4} \times 4 = -3 \quad \text{e} \quad g\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{3}{4} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = -\frac{4}{3}$$

Os gráficos de f e de g intersetam-se nos pontos de coordenadas $(-2, -3)$ e $\left(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right)$.

8.1.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 - 3}{2} \vee x = \frac{-1 + 3}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$$

O ponto B tem abcissa positiva

$$f(1) = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2}$$

Logo, $B\left(1, \frac{1}{2}\right)$

8.2.

$$A_{[OAC]} = \frac{b \times h}{2}$$

b = abcissa do ponto A
h = ordenada do ponto C
O ponto C é o ponto de interseção dos gráficos de f e de g e tem abcissa –2.

$$f(-2) = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

O ponto A é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo Ox.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Leftrightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$A_{[OAC]} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

<u>Resposta</u>: A área do triângulo $[OAC]$ é 2.

Pág. 37

1.1. $S = 1 + 4 = 5$; $P = 1 \times 4 = 4$
A equação pedida é, por exemplo, $x^2 - 5x + 4 = 0$

1.2. $S = -2 + 3 = 1$; $P = -2 \times 3 = -6$
A equação pedida é, por exemplo, $x^2 - x - 6 = 0$.

2. $(2x)^2+(2x+2)^2=44+20\times 2x4x^2+4x^2+8x+4=44+40x \Leftrightarrow 8x^2-32x-40=0 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times 1\times(-5)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4+6}{2}\vee\frac{4-6}{2} \Leftrightarrow x=5\vee x=-1$$

Se $x = 5$, $2 \times 5 = 10$ e $2 \times 5 + 2 = 12$
Se $x = -1$, $2 \times (-1) = -2$ e $2 \times (-1) + 2 = 0$
Resposta: Os números são 10 e 12.

3. Idade atual: x
Idade há 3 anos: $x - 3$
Idade daqui a 7 anos: $x + 7$

$$(x-3)^2=5\times(x+7) \Leftrightarrow x^2-6x+9=5x+35 \Leftrightarrow x^2-11x-26=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^2-4\times 1\times(-26)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{11\pm\sqrt{225}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{11-15}{2}\vee\frac{11+15}{2}$$

$\Leftrightarrow x=-2\vee x=13$
Resposta: A Maria tem 13 anos de idade.

4. x – comprimento do lado do quadrado

$$(x-6)(x+10)=420 \Leftrightarrow x^2+10x-6x-60=420 \Leftrightarrow x^2+4x-480=0 \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times 1\times(-480)}}{2\times 1}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{1936}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-4-44}{2}\vee\frac{-4+44}{2} \overset{x\geq 0}{\Leftrightarrow} x=20 \Leftrightarrow x=20\text{ cm},\ x>0$$

$P = 4 \times 20 = 80$ cm.
Resposta: O perímetro do quadrado é 80 cm.

5. $$\begin{cases} V\times t=273 \\ (V+32)\times(t-2)=273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ \left(\frac{273}{t}+32\right)\times(t-2)=273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ 273-\frac{546}{t}+32t-64=273 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ 32t^2-64t-546=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ t=\frac{-(-64)\pm\sqrt{(-64)^2-4\times 32\times(-546)}}{2\times 32} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ t=\frac{64\pm\sqrt{73984}}{64} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ t=\frac{64-272}{64}\vee t=\frac{64+272}{64} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V=\frac{273}{t} \\ t=-3,25\vee t=5,25 \end{cases} \overset{t\geq 0}{\Leftrightarrow} \begin{cases} V=\frac{273}{5,25} \\ t=5,25; \end{cases} \Rightarrow V=524$$

Resposta: A velocidade foi de 52 km/h.

6.1. $s(0)=-0,5\times 0^2+2,95\times 0+0,3$; $s(0)=0,3$
$0,3\times 100=30$
Resposta: A altura da plataforma é 30 m.

6.2.

$$s(t)=0 \Leftrightarrow -0,5t^2+2,95t+0,3=0 \Leftrightarrow t=\frac{-2,95\pm\sqrt{(2,95)^2-4\times(-0,5)\times 0,3}}{-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t=\frac{-2,95\pm\sqrt{9,3025}}{-1} \Leftrightarrow t=\frac{-2,95\pm 3,05}{-1} \Leftrightarrow t=-1\vee t=6$$

Como $t \geq 0$, temos $t = 6$
Resposta: O foguete esteve no ar 6 segundos.

6.3.

$s\,(t) = 420 \Leftrightarrow -0,5t^2 + 2,95t + 0,3 = 4,20 \Leftrightarrow 0,5t^2 - 2,95t + 3,9 = 0 \Leftrightarrow$

$$t = \frac{2,95 \pm \sqrt{(-2,95)^2 - 4 \times 0,5 \times 3,9}}{1} \Leftrightarrow t = 2,95 \pm 0,95 \Leftrightarrow t = 2 \vee t = 3,9$$

Resposta: O foguete esteve a 6 metros de altura nos instantes 2 segundos e 3,9 segundos, após ser lançado.

---

7. $x \longrightarrow$ número de amigos
$y \longrightarrow$ valor do prémio individual

$$\begin{cases} x \times y = 2400 \\ (x-3)\,(y+40) = 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ \left(\frac{2400}{y} - 3\right)(y+40) = 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ 2400 - 3y + \frac{96\ 000}{y} - 120 = 2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ -3y^2 - 120y + 96\ 000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ y^2 + 40y - 32000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ y = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 + 4 \times 32000}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ y = \frac{-40 \pm \sqrt{129600}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2400}{y} \\ y = \frac{-40-360}{2} \vee y = \frac{-40+360}{2} \end{cases} \overset{y>0}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x = \frac{2400}{160} \\ y = 160, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 160 \end{cases}$$

Resposta: O grupo era de 15 elementos. O Pedro jogou com 14 amigos.

8. $A = 33\ \text{m}^2$

$$x\,(x-8) = 33 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 33 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times (-33)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{196}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8-14}{2} \vee x = \frac{8+14}{2} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 11 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} x = 11$$

$A_{\text{terreno}} = 11 \times 11 = 121\ \text{m}^2$

9. $\overline{AD} = \overline{BC}$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MD}^2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = \frac{x^2 + 2x + 1}{4} + x^2$$

$$\Leftrightarrow -4x^2 + 8x + 32 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 14x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{14-16}{2} \vee x = \frac{14+16}{2} \overset{x>0}{\Leftrightarrow} x = 15$$

Área $= 16 \times 15 = 240\ \text{cm}^2$

10.

$$\frac{A_{\text{círculo menor}}}{A_{\text{círculo maior}}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi \times x^2}{\pi (x+1)^2} = \frac{1}{4},\ x > 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}(x+1)^2 \Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{2-4}{6} \vee x = \frac{2+4}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 1 \Leftrightarrow x = 1,\ x > 0$$

Resposta: Raio: 1 metro.

1. $(x-1)(x-1)-(x-1)(x+1)=x^2-2x+1-\left(x^2-1\right)$=x$^2-2x+1-x^2+1=-2x+2$
Resposta: **(C)**

2.

$$f(2)=g(2)\Leftrightarrow a\times 2^2=-2\Leftrightarrow 4a=-2\Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$$

Resposta: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$

3.1.

$$\left(-x^2+1\right)\times\frac{1}{2}x=0\Leftrightarrow -x^2+1=0\vee\frac{1}{2}x=0\Leftrightarrow x^2=1\vee x=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1}\vee x=0$$

$\Leftrightarrow x=-1\vee x=1\vee x=0$
$S=\{-\,1,\,0,\,1\}$

3.2. $(2x+1)(x-2)=-3\Leftrightarrow 2x^2-4x+x-2+3=0\Leftrightarrow 2x^2-3x+1=0$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times(+1)}}{2\times 2}\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{1}}{4}\Leftrightarrow x=\frac{3-1}{4}\vee x=\frac{3+1}{4}\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\vee x=1$$

$$S=\left\{\frac{1}{2},1\right\}$$

3.3.

$$x^2=\frac{7-5x}{2}\Leftrightarrow 2x^2+5x-7=0\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 2\times(-7)}}{2\times 2}\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{81}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-5-9}{4}\vee x=\frac{-5+9}{4}\Leftrightarrow x=-\frac{7}{2}\vee x=1$$

$$S=\left\{-\frac{7}{2},1\right\}$$

4. $5(-3+a)(2+b)=0\Leftrightarrow -3+a\vee 2+b=0\Leftrightarrow a=3\vee b=-2$
Resposta: **(C)**

5. $\Delta=(2k-1)^2-4\times 1\times(-k)=4k^2-4k+1+4k=4k^2+1$
$4k^2+1>0$, qualquer que seja o número real k.
Resposta: Qualquer que seja o número real k a equação é sempre possível e tem 2 soluções.

Pág. 40

6. $A_{\ Total}=20\times 15=300\ \text{m}^2$ Área total do terreno
$A_{\text{retângulo maior}}-A_{\text{retângulo menor}}=174\Leftrightarrow 20\times 15-(20-2x)\times(15-2x)=174$
$\Leftrightarrow 300-(20-2x)(15-2x)=174\Leftrightarrow 300-300+40x+30x-4x^2-174=0\Leftrightarrow -4x^2+70x-174=0$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-70\pm\sqrt{70^2-4\times(-4)\times(-174)}}{2\times(-4)}\Leftrightarrow x=\frac{-7035\pm\sqrt{2116}}{-8}\Leftrightarrow x=14,5\vee x=3$$

Como $0<x<7,5$, então $x=3$.
Resposta: A zona relvada tem 3 m de largura.

7.1. $h(5)=-4,9\times 5^2+40\times 5+3=80{,}5$ m
Resposta: Após 5 segundos o projétil encontrava-se a 80,5 m.

7.2.

$$h(t)=0 \Leftrightarrow -4,9t^2+40t+3=0 \Leftrightarrow t=\frac{-40\pm\sqrt{40^2-4\times(-4,9)\times 3}}{2\times(-4,9)}$$

$$\Leftrightarrow t=\frac{-40-\sqrt{1658,8}}{-9,8} \vee t=\frac{-40+\sqrt{1658,8}}{-9,8} \Leftrightarrow t\approx 8,24 \vee t\approx -0,07 \Leftrightarrow t\approx 8,24, \quad t\geq 0$$

Resposta: Ao fim de 8, 24 segundos.

7.3. O gráfico é uma parábola de vértice na origem e concavidade voltada para baixo.
Resposta: **(D)**

8.

$$\begin{cases} x+y=22 \\ x\times y=105 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22-y \\ (22-y)\times y=105 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22-y \\ 22y-y^2-105=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=7 \end{cases} \vee \begin{cases} x=7 \\ y=15 \end{cases}$$

Cálculo auxiliar

$$y^2-22y+105=0 \Leftrightarrow y=\frac{22\pm\sqrt{22^2-4\times 105}}{2} \Leftrightarrow y=\frac{22\pm 8}{2} \Leftrightarrow y=7 \vee y=15$$

Resposta: Os números são: 7 e 15.

Pág. 41

1.1.

Base (b)	2	4	3,2	1,6	1	16
Altura (h)	4	2	2,5	5	8	0,5

1.2. $k=2\times 4$

$$h=\frac{8}{b}$$

1.3. Ramo de hipérbole.

2. $= 5^2 + 4 \times 2 \times 5 = 65$ ¿0
A equação tem duas soluções.
Resposta: **(A)**

3.1. Pelo Teorema de Pitágoras:
$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2 \Leftrightarrow (x+8)^2=x^2+(x+4)^2 \Leftrightarrow x^2+16x+64=x^2+x^2+8x+16$
$\Leftrightarrow -x^2+8x+48=0 \Leftrightarrow x^2-8x-48=0$

3.2.

$$x^2-8x-48=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times 1\times(-48)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{256}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{8-16}{2} \vee x=\frac{8+16}{2} \overset{x>0}{\Leftrightarrow} x=12$$

S = {12}

3.3. $\overline{AC}=12+4=$ **16** cm; $\overline{BC}=12$ cm ; $\overline{AB}=12+8=20$ cm

$$A_{\Delta}=\frac{\overline{BC}\times\overline{AC}}{2}=\frac{12\times 16}{2}=96\text{ cm}^2$$

$A_{\text{colorida}}=\pi\times 10^2-96=218{,}2\text{ cm}^2$
Resposta: Área colorida $218{,}2\text{ cm}^2$.

4. $4x^2 - 12x + 5 = 0 \Leftrightarrow (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 9 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 4 \Leftrightarrow 2x - 3 = 2 \vee 2x - 3 = -2$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 \vee 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \vee x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right\}$$

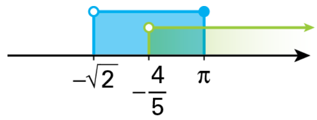
Pág. 42

5.1. Por exemplo, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.2.

$$-1 - \frac{1-x}{3} < 2x \Leftrightarrow -3 - 1 + x < 6x \Leftrightarrow 5x > -4 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{5}$$

$$A \cap B = \left]-\frac{4}{3},\ \pi\right[$$



6. $8x^2 < 5^2 \times 3 < 9^2$

$$\frac{8^2}{5^2} < 3 < \frac{9^2}{5^2} \Leftrightarrow \left(\frac{8}{5}\right)^2 < 3 < \left(\frac{9}{5}\right)^2$$

$$\frac{8}{5} < \sqrt{3} < \frac{9}{5}$$

Resposta:

$$\sqrt{3} \in \left]\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right[$$

7.1. O ponto P é a reflexão de eixo Oy do ponto Q.
Resposta: $P\left(2, \sqrt{2}\right)$.

7.2. a) $f(x) = ax^2, a > 0$

$$f(-2) = \sqrt{2} \Leftrightarrow a \times (-2)^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow a \times 4 = \sqrt{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Resposta:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{4}x$$

b)

$$g(x) = \frac{k}{x}, k > 0$$

$g(2) = \sqrt{2}$
Logo, $k = 2\sqrt{2}$
Resposta:

$$g(x) = \frac{2\sqrt{2}}{x}$$

8.1.

$$h(0) = -\frac{0^2}{2} + \frac{5}{2} \times 0 = 0$$

Resposta: A bola estava pousada no solo: zero metros.

8.2.

$$h(t)=0 \Leftrightarrow -\frac{t^2}{2}+\frac{5t}{2}=0 \Leftrightarrow -t^2+5t=0 \Leftrightarrow t(-t+5)=0 \Leftrightarrow t=0 \vee t=5$$

Resposta: A bola caiu no solo passados 5 segundos.

Pág. 43

1. Axioma é uma proposição que se considera verdadeira sem se deduzir de outras.

2. Um teorema é uma afirmação que é verdadeira mas que não é um axioma. Por não se tratar de um axioma, a veracidade de um teorema tem de ser demonstrada a partir de outras afirmações que já se sabem ser verdadeiras.

3. Se duas retas num plano, intersetadas por uma terceira, determinam com esta ângulos internos do mesmo lado da secante cuja soma é inferior a um ângulo raso, então as duas retas intersetam-se no semiplano determinado pela secante que contém esses dois ângulos.

4. Por um ponto P fora de uma reta r não passa mais do que uma reta a ela paralela.

5.1. a) I. Para que uma reta seja secante a um de dois planos paralelos é condição necessária que seja secante ao outro.

II. Para que um plano seja concorrente com um de dois planos paralelos é condição necessária que seja concorrente com o outro.

III. É condição necessária para que em dois planos distintos existam dois pares de retas concorrentes, paralelas duas a duas, que os planos sejam paralelos.

b) I. Para que uma reta r seja secante a um plano α é condição suficiente que seja secante a um plano β paralelo ao plano α.

II. Para que um plano α seja concorrente com um plano β é condição suficiente que seja concorrente com um plano γ paralelo ao plano β.

III. Para que dois planos sejam paralelos é condição suficiente que exista em cada plano um par de retas concorrentes, duas a duas paralelas.

5.2. I. Implicação recíproca:
Se uma reta é secante a um plano é também secante a um plano paralelo ao plano dado.
A implicação recíproca é verdadeira.

II. Implicação recíproca:
Se um plano é concorrente com um plano α, então é concorrente com qualquer plano β paralelo a α.
A implicação recíproca é verdadeira.

III. Implicação recíproca:
Se dois planos são paralelos então em cada um deles existe um par de retas concorrentes, duas a duas paralelas.
A implicação recíproca é verdadeira.

6.1. Necessária

6.2. Necessária e suficiente

6.3. Necessária e suficiente

Pág. 44

7.1. V **7.2.** F **7.3.** F **7.4.** V **7.5.** F

8.1. Hipótese: O binómio discriminante de uma equação do 2.° grau é negativo.
Tese: A equação não tem soluções.

8.2. Hipótese: Um trapézio tem dois pares de lados paralelos.
Tese: O trapézio é um paralelogramo.

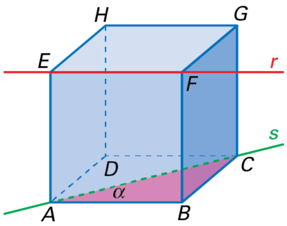
8.3. Hipótese: Dois ângulos internos de um triângulo são iguais a dois ângulos internos do outro.
Tese: Os triângulos são semelhantes.

8.4. Hipótese: Uma reta interseta uma de duas retas paralelas e é com ela complanar.
Tese: A reta interseta a outra reta.

9.

	Teorema	Recíproco
Hipótese	Um plano contém duas retas concorrentes, ambas paralelas a outro plano.	Dois planos são paralelos.
Tese	Os planos são paralelos	Um dos planos contém duas retas concorrentes, ambas paralelas ao outro plano.

10. Dado um plano α, uma reta s contida em α e uma reta r não contida em α, a afirmação recíproca é:
se reta r é paralela ao plano α então a reta r é paralela à reta s.
A afirmação é falsa.
Por exemplo, no cubo $[ABCDEFGH]$, sendo α o plano ABC, s a reta AC e r a reta EF, a reta r é paralela ao plano α e não é paralela à reta s.



Pág. 45

1.1. a) São estritamente paralelas

b) São concorrentes.

c) São não complanares.

1.2. Por exemplo, a reta a.

1.3. A afirmação é falsa. A reta d é paralela ao plano definido pelas retas a e c.

2.1. As retas AD e FG são estritamente paralelas. Logo, são complanares.

2.2. A reta AB é paralela ao plano EFG porque é paralela à reta EF contida nesse plano.

2.3. As retas EC e HB intersetam-se no centro do cubo (ponto de interseção das diagonais $[EC]$ e $[HB]$). Logo, como são concorrentes, são complanares.

2.4. O plano AEH é paralelo ao plano BFG porque as retas concorrentes AE e EM do plano AEM são paralelas às retas concorrentes BF e FG do plano BFG.

2.5. A reta AE é a interseção dos planos DEH e ACG. Logo, estes planos são concorrentes.

3.1. Seis planos: ABC , EFG , EAB , FBC , CGH e HEA.

3.2. Pertence a três planos.

3.3. Podem determinar-se quatro planos.
Por exemplo, com os pontos E, F, G e C definem-se os planos EFG, EFC, EGC e FGC.

Pág. 46

4.1. Definem dois planos.

4.2. Definem dois planos.

5.1. Por exemplo, as retas HA e KD são paralelas porque contêm arestas laterais do prisma.

5.2. Por exemplo, a reta HA é paralela ao plano LKD porque existe no plano LKD uma reta paralela à reta HA (a reta KD).

5.3. Por exemplo, os planos HAB e LKD são paralelas porque as retas concorrentes HA e AB do plano HAB são respetivamente paralelas às retas LE e ED do plano LKD.

5.4. Por exemplo, a reta BC está contida no plano ABC porque os pontos B e C da reta BC são pontos do plano ABC.

6.1. A reta CD é paralela ao plano α porque $[CD]$ e $[AB]$ são os lados paralelos do trapézio pelo que a reta AB, contida no plano α, é paralela à reta CD.

6.2. As retas CD e r são paralelas.

6.3. Como a reta s está contida no ao plano α e é concorrente com AB, então não é paralela à reta CD. Como a reta s também não é concorrente com CD, as retas s e CD são não complanares.

7.1. As retas a e b definem um plano porque são concorrentes.

7.2. O plano definido pelas retas a e b e o plano que contém o paralelogramo são paralelos porque as retas concorrentes a e b são respetivamente paralelas às retas concorrentes AD e AB do plano paralelogramo.

7.3. A reta BC é paralela ao plano definido pelas retas b e AD porque existe nesse plano uma reta paralela à reta BC (por exemplo as retas AD e b).

Pág. 47

1.1. A reta z é perpendicular ao plano α porque é perpendicular às retas concorrentes x e y do plano α.

1.2. Os planos α e β são perpendiculares porque a reta y do plano α é perpendicular ao plano β .

1.3. As retas r e z são perpendiculares porque se a reta z é perpendicular ao plano α no ponto O, é perpendicular a todas as retas de α que passam em O.

2.1. Há uma infinidade de planos que passam por P e são perpendiculares a α.

2.2. Há um único plano que passa por P e é paralelo a α.

3.

GHI e ABI	Planos perpendiculares
IC e BCJ	Reta contida no plano
GH e IJ	Retas concorrentes oblíquas
IJ e JC	Retas perpendiculares
LJ e DEF	Reta paralela ao plano
LE e JC	Retas paralelas
IB e ABC	Reta perpendicular ao plano
DJK e AFG	Planos paralelos
GH e CI	Retas não complanares

Pág. 48

4.1. a) Por exemplo, o ponto J.

b) Por exemplo, as retas AB e GC.

c) Por exemplo, as retas AD e FG.

d) Por exemplo, as retas AB e AE.

e) Por exemplo, a reta EH.

f) Por exemplo, a reta FB.

g) Por exemplo, os planos ABC e EFG.

h) Por exemplo, os planos ABC e GFA.

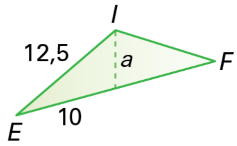
4.2. $V = A_{[ABFIE]} \times \overline{AD}$

$A_{[ABFIE]} = A_{[ABFE]} + A_{[EFI]}$

$A_{[ABFE]} = 20 \times 15 = 300$

$a^2 + 10^2 = 12,5^2 \Leftrightarrow a^2 = 12,5^2 - 10^2 \Leftrightarrow a^2 = 56,25$

Logo, $a = \sqrt{56,25} = 7,5$



$$A_{[EFI]} = \frac{20 \times 7,5}{2} = 75$$

$A_{[ABFIE]} = 300 + 75 = 375$

$V = 375 \times 20 = 7500$

Resposta: A casa das bonecas tem 7500 cm^3 de volume.

5.1. As arestas $[VA]$, $[VB]$ e $[VD]$ são iguais porque os triângulos $[VOA]$, $[VOB]$, $[VOC]$ e $[VOD]$ são iguais pelo critério LAL de igualdade de triângulos.

5.2. As retas VO e AC são perpendiculares uma vez que a reta VO é perpendicular ao plano ABC no ponto O pelo que é perpendicular a todas as retas deste plano que passam em O, em particular à reta AC.

5.3. $\overline{VO}$ é a altura da pirâmide porque o ponto O é a projeção ortogonal de V sobre o plano da base da pirâmide.

Pág. 49

1.1. As retas r e s são paralelas porque um plano interseta planos paralelos segundo retas paralelas.

1.2. a) A reta t é concorrente com a reta r.

b) A reta t é secante aos planos α e s.

2.1. Por exemplo:

a) AB e DE

b) AB e BC

c) AB e CD

2.2. a) A reta AB é paralela ao plano α.

b) A reta AB é secante ao plano CFE.

2.3. a) Os planos ABC e α são paralelas porque contém faces opostas do prisma.

b) Os planos α e CGD são perpendiculares (a reta CG do plano CGD é perpendicular ao plano α).

c) Os planos α e BFE são concorrentes.

2.4. Resposta: **(B)**

2.5. $\overline{CG} < \overline{CF}$ porque G e F pertencem ao plano α e G é a projeção ortogonal do ponto C sobre o plano α.

3.1. A reta FD é perpendicular ao plano ACH.
A opção correta é **(A)**.

3.2. Os planos ABC e ACG são perpendiculares porque, por exemplo, o plano ACG contém a reta CG que é perpendicular ao plano ABC.

Pág. 50

4.1. a) Por exemplo: ABC e EFG;

b) Por exemplo: ABF e EFV;

c) Por exemplo: AB e CG;

d) Por exemplo: AB e EF;

e) Por exemplo: AB e BF;

f) Por exemplo: FG;

g) Por exemplo: HG.

4.2. $[VF]$ não é altura da pirâmide $[EFGHV]$ porque VF não é perpendicular ao plano EFG.

4.3. a) Ponto B **b)** Ponto C **c)** Ponto A

4.4. Seja O a projeção ortogonal do ponto V no plano EFG.
$\overline{OF}^2 + \overline{OG}^2 = \overline{FG}^2$
$\overline{OF}^2 + \overline{OF}^2 = 20^2 \Leftrightarrow 2\overline{OF}^2 = 400 \Leftrightarrow \overline{OF}^2 = 200$
$\overline{OV}^2 + \overline{OF}^2 = 27^2 \Leftrightarrow \overline{OV}^2 + 200 = 729 \Leftrightarrow \overline{OV}^2 = 529 \Leftrightarrow \overline{OV} = 23$

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{pirâmide}} = \left(20 \times 20 \times 10 + \frac{20 \times 20 \times 23}{3}\right) \text{ cm}^3 = \left(4000 + \frac{9200}{3}\right) \text{ cm}^3 = \frac{21200}{3} \text{ cm}^3$$

Pág. 51

1.1. A opção correta é **(C)**

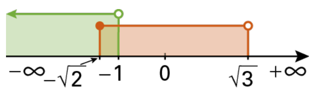
1.2. a) A reta AH é paralela ao plano BCG porque é paralela à reta BG do plano BCG.

b) Os planos ADC e EGC são perpendiculares porque, por exemplo, a reta GC do plano EGC é perpendicular ao plano ADC.

2.1.

$$1 - \frac{3(x-1)}{2} > 3 - x \Leftrightarrow 1 - \frac{3x-3}{2} > 3 - x \Leftrightarrow 2 - 3x + 3 > 6 - 2x \Leftrightarrow\Leftrightarrow -x > 1 \Leftrightarrow x < -1$$

$A = \left[-\sqrt{2}, \sqrt{3}\right[\cap \left]-\infty, -1\right[= \left[-\sqrt{2}, -1\right[$



Resposta: $A = \left[-\sqrt{2}, -1\right[$

2.2. Resposta: Por exemplo: $\sqrt{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{2}$

3. A – Parábola – III
B – Reta com declive positivo - I
C – Hipérbole – IV
D – Reta com declive negativo - II
Resposta: A – III ; B – I; C – IV; D – II.

4.1. x : idade da Maria; $x - 3$: idade da Maria há 3 anos
x + 7 : idade da Maria daqui a 7 anos
$(x-3)^2 = 5(x+7) \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 5x + 35 \Leftrightarrow x^2 - 11x - 26 = 0$

4.2.

$$x^2 - 11x - 26 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \times 1 \times (-26)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{225}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{11-15}{2} \vee x = \frac{11+15}{2}$$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 13$

Resposta: A Maria tem 13 anos de idade.

Pág. 52

5.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$f(-1) = 1$; $f(2) = 4$
$A(-1, 1)$ e $B(2, 4)$

6.1.

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$$

A equação é impossível. $S = \varnothing$

6.2. $\Delta = 0 \Leftrightarrow [-(k-1)]^2 - 4(k-1) = 0 \Leftrightarrow (k-1)^2 - 4(k-1) = 0 \Leftrightarrow (k-1)[(k-1)-4] = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow k-1=0 \vee k-5=0 \Leftrightarrow k=1 \vee k=5$

7.1. a) Para que um quadrilátero seja um quadrado é condição necessária que tenha os quatro lados iguais.

b) Para que um quadrilátero tenha quatro lados iguais é condição suficiente que seja um quadrado.

7.2. Implicação recíproca:
Se um quadrilátero tem quatro lados iguais então é um quadrado.
A implicação recíproca é não verdadeira porque há quadriláteros com quatro lados iguais que não são quadrados (losangos não quadrados).

8. $26^2 < 10^2 \times 7 < 27^2$

$$\frac{26^2}{10^2} < 7 < \frac{27^2}{10^2}$$

$$\left(\frac{26}{10}\right)^2 < 7 < \left(\frac{27}{10}\right)^2$$

$2,6 < \sqrt{7} < 2,7$
Resposta: O valor pedido é 2,6, por exemplo.

9. $2,2 < x < 2,4$
$1,3 < y < 1,7$
$3,5 < x+y < 4,1$
Cálculos auxiliares

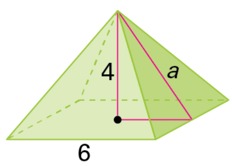
$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$0,1 + 0,2 = 0,3$
Resposta: Um valor aproximado por excesso de $x+y$ é 4,1 e o erro máximo cometido ao efetuar esta operação é 0,3 (soma dos erros cometidos ao obter valores aproximados das parcelas)

Pág. 53

1.1.



$$V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 4 = 48$$

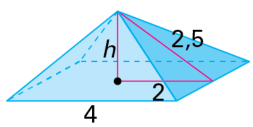
$V = 48 \text{ m}^3$

1.2. $a^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 25$
$a = 5$ cm

$$A_{\text{total}} = 6^2 + 4 \times \frac{6 \times 5}{2} = 36 + 60 = 96$$

$A = 96 \text{ cm}^2$

2.1. $A_{\text{base}} = 4^2 = 16$
$A_{\text{base}} = 16 \text{ cm}^2$



2.2.

$$A_{\text{lateral}} = 4 \times \frac{4 \times 2,5}{2} = 20$$

$A_{\text{lateral}} = 20 \text{ cm}^2$

2.3. $A_{\text{total}} = (16+20) \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$

2.4. Altura da pirâmide:

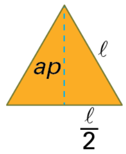
$h^2 + 2^2 = (2,5)^2 \Leftrightarrow h^2 = 6,25 - 4 \Leftrightarrow h^2 = 2,25$

Como $h > 0, h = \sqrt{2,25} = 1,5$.

$$V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 1,5 = 8$$

$V = 8 \text{ cm}^3$

3 $A_{\text{base}} = 288\sqrt{3} \text{ m}^2$



A base da pirâmide pode ser decomposta em seis triângulos equiláteros.

Cada um tem $\frac{288\sqrt{3}}{6}$ cm^2 $= 48\sqrt{3}$ cm^2 de área.

$$(ap)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2 \Leftrightarrow (ap)^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} \Leftrightarrow (ap)^2 = \frac{3l^2}{4} \Leftrightarrow (ap)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{l \times \frac{\sqrt{3}}{2}l}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$$

$h^2 + 144 = 13^2 \Leftrightarrow h^2 = 25$

$h = 5$

$$V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura}$$

$$V = \frac{1}{3} \times 288\sqrt{3} \times 5 = 480\sqrt{3}$$

$V = 480\sqrt{3} \text{ m}^3$

4.1. $g^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{5}$

$$A_{\text{lateral}} = 4 \times \frac{2\sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{5}$$

$A_{\text{lateral}} = 4\sqrt{5} \text{ cm}^2$

4.2. $A_{\text{total}} = \left(2^2 + 4\sqrt{5}\right) \text{ cm}^2 = 4 + 4\sqrt{5} \text{ cm}^2$

4.3.

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura}$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{cubo}}$$

$$\frac{V_{\text{pirâmide}}}{V_{\text{cubo}}} = \frac{1}{3}$$

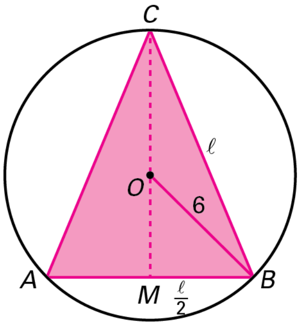
4.4. $A_{\text{cubo}} = 6 \times 2^2 = 24$

$$\frac{V_{\text{pirâmide}}}{V_{\text{cubo}}} = \frac{4 + 4\sqrt{5}}{24} = \frac{1 + \sqrt{5}}{6}$$

5. $\pi r^2 = 36\pi \Leftrightarrow r^2 = 36$

Como $r > 0$, $r = 6$ cm.

$\frac{2}{3}\overline{CM} = 6 \Leftrightarrow \overline{CM} = \frac{3}{2} \times 6 \Leftrightarrow \overline{CM} = 9$



$$9^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2 \Leftrightarrow \frac{3l^2}{4} = 81 \Leftrightarrow l^2 = \frac{4 \times 81}{3}$$

$$\overset{l>0}{\Leftrightarrow} l = \frac{2 \times 9}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow l = \frac{18\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow l = 6\sqrt{3}$$

$$A_{\text{base}} = \frac{\frac{18\sqrt{3}}{3} \times 9}{2} = \frac{3 \times 18\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Altura da pirâmide h:

$h^2 + 6^2 = (15,6)^2 \Leftrightarrow h^2 = 243,36 - 36 \Leftrightarrow h^2 = 207,36$

Como $h > 0, h = \sqrt{207,36} = 14,4$.

$V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 27\sqrt{3} \times 14,4 = 129,6\sqrt{3}$

$V = 129,6\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

---

6. $V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \overline{AB}$

$V_{\text{tetraedro}} = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \overline{\text{BM}}$

$$V_{\text{sólido 2}} = V_{\text{prisma}} - V_{\text{tetraedro}} = A_{\text{base}} \times \overline{AB} - \frac{1}{3}A_{\text{base}} \times \overline{BM}$$

$$V_{\text{tetraedro}} = \frac{1}{3}V_{\text{s ó lido2}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \overline{BM} = \frac{1}{3}\left[A_{\text{base}} \times \overline{AB} - \frac{1}{3}A_{\text{base}} \times \overline{BM}\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \overline{BM} = \frac{1}{3}A_{\text{base}} \times \overline{AB} - \frac{1}{9}A_{\text{base}} \times \overline{BM} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\overline{BM} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{1}{9}\overline{BM} \Leftrightarrow 3\overline{BM} + \overline{BM} = 3\overline{AB}$$

$$\Leftrightarrow 4\overline{BM} = 3\overline{AB} \Leftrightarrow \overline{BM} = \frac{3}{4}\overline{AB}$$

Resposta: **(A)**

7. Seja $\overline{OQ} = \overline{AB} = y$. Então $\overline{OM} = \frac{y}{2}\ (y > 0)$.

$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times y^2 \times y = \frac{y^3}{3}$

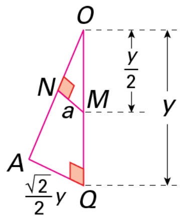
$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

$\overline{AC}^2 = y^2 + y^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2y^2$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = \sqrt{2}y$.

$\overline{AQ} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}y$

Os triângulo $[AQO]$ e $[NMO]$ são semelhantes.



$$\frac{\overline{MN}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{ON}}{\overline{OQ}} \Leftrightarrow \frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}y} = \frac{\frac{1}{2}y}{y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}y \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{4}y \Leftrightarrow 4a = \sqrt{2}y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{\sqrt{2}}a \Leftrightarrow y = \frac{4\sqrt{2}}{2}a \Leftrightarrow y = 2\sqrt{2}a$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times y^3 = \frac{1}{3} \times \left(2\sqrt{2}a\right)^3 = \frac{1}{3} \times 8 \times 2\sqrt{2} \times a^3$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$$

8.1. As pirâmides $[ABCDE]$ e $[A'B'C'D'E']$ são semelhantes sendo a razão de semelhança da redução dada por:

$$r = \frac{\overline{A'E}}{\overline{AE}} = \frac{6-4}{6} = \frac{1}{3}$$

Seja: V_1 o volume da pirâmide $[ABCDE]$ e V_2 o volume da pirâmide $[A'B'C'D'E']$.

$$V_1 = \frac{1}{3} \times 6 \times 3 \times 6 = 36$$

$V_1 = 36 \text{ cm}^3$

$$\frac{V_2}{V_1} = r^3 \Leftrightarrow \frac{V_2}{36} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow V_2 = 36 \times \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_2 = \frac{4}{3}$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \text{ cm}^3$$

8.2.

$$V_{\text{tronco}} = V_1 - V_2 = \left(36 - \frac{4}{3}\right) \text{ cm}^3 = \frac{104}{3} \text{ cm}^3$$

9.1.

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{2 \times 2}{2} \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$V = \frac{4}{3} \text{ cm}^3$$

9.2. A distância do vértice A ao plano BCH é a altura, h, da pirâmide $[ABCH]$ relativa ao vértice A, ou seja, tomando para base da pirâmide o triângulo $[BCH]$.

O triângulo $[BCH]$ é retângulo em C. $\overline{BC} = 2$

$\overline{CH}^2 = \overline{CG}^2 + \overline{GH}^2 \Leftrightarrow \overline{CH}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{CH}^2 = 8$

Como $\overline{CH} > 0$, $\overline{CH} = \sqrt{8}$.

$$A_{[BCH]} \frac{\overline{BC} \times \overline{CH}}{2} = \frac{2 \times \sqrt{8}}{2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$V_{[ABCH]} = \frac{1}{3} \times A_{[BCH]} \times h$$

$$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times h \Leftrightarrow 2\sqrt{2}h = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow h = \sqrt{2}$$

$h = \sqrt{2}$ cm

Pág. 55

1. Comprimento da circunferência: $12\ \pi$ cm

Perímetro da base de cada copo: $\frac{12\pi}{3}$ cm $= 4\ \pi$ cm

Raio da base: r

$2\pi r = 4\pi \Leftrightarrow r = 2$ cm

Geratriz do cone

$$g = \frac{12}{2} \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Resposta: **(A)**

2.1.

Arco		Área
360°	———	$4\ \pi$
30°	———	A

$$A = \frac{30 \times 4\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

Arco		Comprimento
360°	———	$4\ \pi$
30°	———	C

$$C = \frac{30 \times 4\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

$$A = \frac{\pi}{3} \text{ cm}^2; C = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$$

2.2.

Arco		Área
360°	————	$9\ \pi$
90°	————	A

$$A = \frac{90 \times 9\pi}{360} = \frac{9\ \pi}{4}$$

Arco		Comprimento
360°	————	$6\ \pi$
90°	————	C

$$C = \frac{90 \times 6\pi}{360} = \frac{3\ \pi}{2}$$

$$A = \frac{9\ \pi}{4}\ \text{cm}^2; C = \frac{3\ \pi}{2}\ \text{cm}$$

2.3.

Arco		Área
360°	————	$16\ \pi$
220°	————	A

$$A = \frac{220 \times 16\pi}{360} = \frac{88\ \pi}{9}$$

Arco		Comprimento
360°	————	$8\ \pi$
220°	————	C

$$C = \frac{220° \times 8\pi}{360°} = \frac{44\pi}{9}$$

$$A = \frac{88\ \pi}{9}\ \text{cm}^2; C = \frac{44\ \pi}{9}\ \text{cm}$$

2.4.

$$A = \frac{3}{4} \times 25\pi = \frac{75\ \pi}{4}$$

$$C = \frac{3}{4} \times 10\pi = \frac{15\ \pi}{2}$$

$$A = \frac{75\ \pi}{4}\ \text{cm}^2; C = \frac{15\ \pi}{2}\ \text{cm}$$

3.

$$A_{\text{face}} = \frac{54}{6} = 9$$

Aresta do cubo: $a = 3$
Raio da base do cone: $r = \frac{3}{2}$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 \approx 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$$

Resposta: **(D)**

Pág. 56

4.1.

Arco		Comprimento
360°	————	$2\pi r$
α	————	r

$$\alpha = \frac{360° r}{2\pi r} \Leftrightarrow \alpha = \frac{180°}{\pi}$$

4.2. Seja R o raio da base do cone: $R = \frac{1}{\pi}$
Perímetro da base do cone: r
Logo,

$$2\pi r = r \Leftrightarrow 2\pi \times \frac{1}{\pi} = r \Leftrightarrow r = 2$$

Geratriz do cone: $g = 2$.

a)

$$A_g = \pi r g = \pi \times \frac{1}{\pi} \times 2 = 2$$

$A_g = 2$ u. a.

b)

$$A_b = \pi R^2 = \pi \times \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{\pi}$$

$A_b = \dfrac{1}{\pi}$ u. a.

5. Seja C o comprimento da base do cone:

Arco		Comprimento
$360°$	———	$18\ \pi$
$120°$	———	C

$C = \dfrac{120 \times 18\pi}{360} = 6\pi$

Seja r o raio da base:
$2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3$
Seja h a altura do cone: $h^2 + 3^2 = 9^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{72} \Leftrightarrow h = 6\sqrt{2}$
$V = \dfrac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times h = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2} = 18\pi\sqrt{2}$

$V = 18\pi\sqrt{2}$ cm^3

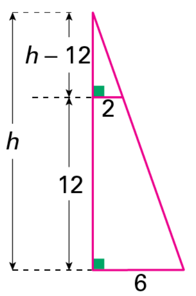
6. Seja h a altura do cone:

$$\frac{h}{h-12} = 3 \Leftrightarrow h = 3h - 36 \Leftrightarrow 2h = 36 \Leftrightarrow h = 18$$

$$V_{\text{cone grande}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 18 = 216\pi$$

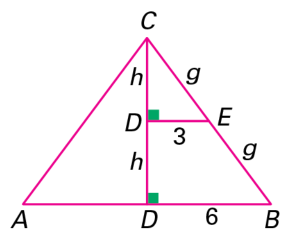
$$V_{\text{cone pequeno}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 6 = 8\pi$$

$V_{\text{tronco de cone}} = 216\pi - 8\pi = 208\pi$
$V_{\text{tronco de cone}} = 208\pi$ cm^3



7. Atendendo à semelhança dos triângulos $[CDE]$ e $[COB]$, como $r = \frac{6}{3} = 2$ vem:

Se $\overline{CE} = g$, $\overline{CB} = 2g$
Se $\overline{CD} = h$, $\overline{CO} = 2h$
Cone de vértice C e base de centro O
Área da base: $\pi \times 6^2 = 36\pi$
Área da lateral: $\pi \times 6 \times (2g) = 12\pi g$
Cone de vértice C e base de centro D
Área da base: $\pi \times 3^2 = 9\pi$
Área da lateral: $\pi \times 3 \times g = 3\pi g$



Temos, portanto, $12\ \pi g - 3\pi g = 36\pi + 9\pi \Leftrightarrow 9\pi g = 45\pi \Leftrightarrow g = 5$

7.1. Logo, $h^2 + 3^2 = 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow h = 4$
A altura do tronco do cone é 4 cm.

7.2.

$$V = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8 - \frac{1}{3} \times 9\pi \times 4 = 96\pi - -12\pi = 84\pi$$

$V = 84\ \pi$ cm^3

Pág. 57

1.1.
$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 10^3 = \frac{4000\pi}{3}$$
$$V = \frac{4000\pi}{3}\ \text{cm}^3$$

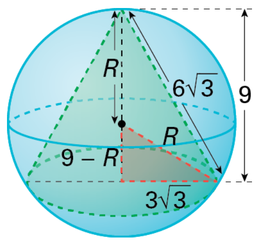
1.2. $A = 4\pi \times 10^2 = 400\pi$
$A = 400\pi\ \text{cm}^2$

1.3. $r^2 + 6^2 = 10^2 \Leftrightarrow r^2 = 100 - 36 \Leftrightarrow r = 8$
$A = \pi \times 8^2 = 64\pi$
$A = 64\pi\ \text{cm}^2$

2.1. $4\pi r^2 = 12\pi \Leftrightarrow r^2 = 3 \Leftrightarrow r = \sqrt{3}$
$r = \sqrt{3}$ cm

2.2.
$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\sqrt{3}\right)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3}$$
$$V = 4\pi\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

3. Raio da base: $3\sqrt{3}$
Geratriz: $g = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
Altura do cone: $h^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2 = \left(6\sqrt{3}\right)^2 = 108 - 27 = 8 \Rightarrow h = 91$
$$(9 - R)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2 = R^2 \Leftrightarrow 81 - 18R + R^2 + 27 = R^2 \Leftrightarrow 18R = 108 \Leftrightarrow R = 6$$
$$V = \frac{4}{3} \times \pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi\ \text{cm}^3$$



4.1.

Ângulo		Volume
360°	———	$\frac{4}{3} \times \pi \times 12^3$
60°	———	V

$$V = \frac{60 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 12^3}{360} = 384\pi \Leftrightarrow V = 384\pi\ \text{cm}^3$$

4.2.

Ângulo		Área
360°	———	$4\pi \times 12^2$
60°	———	A_1

$$A_1 = \frac{60 \times 4\pi \times 12^2}{360} = 96\pi$$
$A = \pi \times 12^2 + 96\pi$
$A = 240\pi\ \text{cm}^2$

Pág. 58

5.1.
$$A_{\text{face}} = \frac{216}{6}\ \text{cm}^2 = 36\ \text{cm}^2$$
Aresta do cubo: $a = 6$ cm
Raio da esfera: $R = \frac{6}{2}$ cm $= 3$ cm
$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi$$
$V_{\text{esfera}} = 36\pi\ \text{cm}^3$

6. $a = \frac{24\sqrt{3}}{12}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3 \times \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{3 \times 4 \times 3} = 6$$

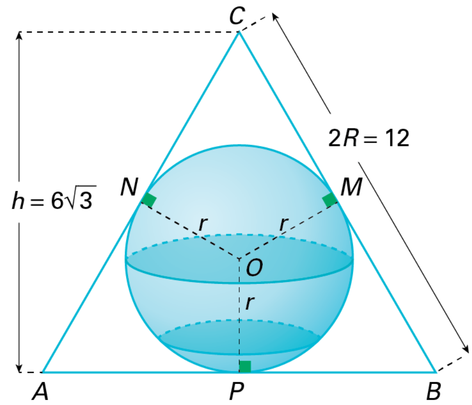
Raio da superfície esférica: $r = \frac{6}{2}$ cm $= 3$ cm.
$A = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 36\pi$
$A = 36\pi$ cm^2

7.1.
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 9^3 = 972\pi$$
$V = 972\pi$ cm^3

7.2. $A = 4\pi r^2 = 4\pi \times 9^2 = 324\pi$
$A = 324\pi$ cm^2

7.3. A secção é um círculo de raio a: $a^2 + 6^2 = 9^2 \Leftrightarrow a^2 = 81 - 36 \Leftrightarrow a^2 = 45$
$A = \pi \times a^2 = 45\pi$
$A = 45\pi$ cm^2

8. $g = 2R$
$h^2 + R^2 = (2R)^2 \Leftrightarrow h^2 = 3R^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{3}R$
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times \sqrt{3}R$$
$$72\pi\sqrt{3} = \frac{1}{3} \times \pi \times \sqrt{3} \times R^3 \Leftrightarrow 72 = \frac{1}{3}R^3 \Leftrightarrow R^3 = 216 \Leftrightarrow R = 6$$



Os triângulos $[PBC]$ e $[OMB]$ são semelhantes.
Como $[ABC]$ é um triângulo equilátero, M é o ponto médio de $[BC]$.
Logo, $\overline{MC} = 6$.

$$\frac{\overline{OM}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{PC}}$$

$$\frac{r}{6} = \frac{6}{6\sqrt{3}} \Leftrightarrow r = \frac{6}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow r = \frac{6\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow r = 2\sqrt{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 8 \times 3\sqrt{3} = 32\pi\sqrt{3}$$

$V = 72\pi\sqrt{3} - 32\pi\sqrt{3} = 40\pi\sqrt{3}$
$V = 40\pi\sqrt{3}$ cm^3

Pág. 59

1.
$$V \approx \frac{1}{3} \times 230^2 \times 140 \approx \frac{1}{3} \times 7\ 406\ 000 \approx \frac{1}{3} \times 7,406 \times 10^6 \approx 2,5 \times 10^6$$

Resposta: **(B)**

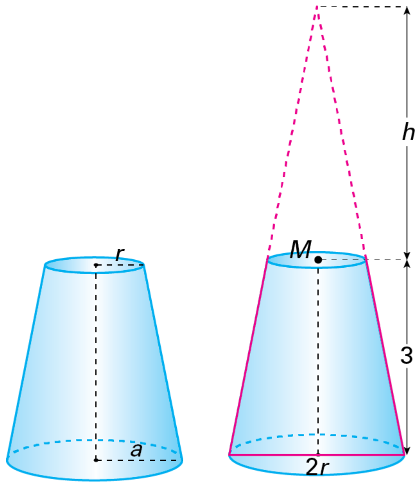
2.
$$V_{S_1} = V_{S_2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}h + \frac{2}{3}r = h - \frac{2}{3}r \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow h + 2r = 3h - 2r \Leftrightarrow 2h = 4r \Leftrightarrow h = 2r$
Resposta: **(A)**

3.
$$V = V_{\text{cone}} - \frac{1}{2}V_{\text{esfera}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi - 18\pi = 18\pi$$

$V = 18\pi$ cm^3

4. Área da base menor: πr^2



Área da base maior: πa^2

$\pi a^2 = 4\pi r^2 \Leftrightarrow a^2 = 4\pi r^2$

Como $a > 0$ e $r > 0$, vem $a = 2r$

Pela semelhança de triângulos,

$\frac{h+3}{h} = \frac{2r}{r} \Leftrightarrow h + 3 = 2h \Leftrightarrow h = 3$

4.1.

$$V_{\text{cone menor}} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{\pi \times r^2 \times 3}{3} = \pi r^2$$

$$V_{\text{cone maior}} = \frac{1}{3} \times \pi \times (2r)^2 \times (h+3) = \frac{\pi \times 4r^2 \times 6}{3} = 8\pi r^2$$

$$V_{\text{tronco}} = 8\pi r^2 - \pi r^2 \Leftrightarrow 112\pi = 7\pi r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{112}{7} \Leftrightarrow r^2 = 16$$

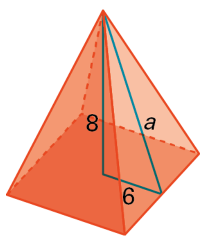
Como $r > 0$, temos $r = 4$ e $2\ r = 8$. As bases têm 8 cm e 4 cm de raio.

4.2. Cone menor
$g^2 = r^2 + h^2$
$g^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow g^2 = 25$
Como $g > 0$, $g = 5$.
$A_{\text{lateral}} = \pi r g = \pi \times 4 \times 5 = 20\pi \text{ cm}^2$

Cone maior
$g^2 = (2r)^2 + (h+3)^2$
$g^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow g^2 = 100$
Como g ¿0, $g = 10$.
$A_{\text{lateral}} = \pi \times (2r) \times g = \pi \times 8 \times 10 = 80\pi \text{ cm}^2$

Área lateral do tronco do cone = $(80\ \pi - 20\ \pi)\text{ cm}^2 = 60\ \pi \text{ cm}^2$

5. Aresta$_{base}$ $= \sqrt{144}$ cm = 12 cm. Altura: $h = 8$ cm



5.1. $a^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow a^2 = 100$
Como $a > 0$, $a = 10$.

$$A_{\text{lateral}} = 4 \times \frac{12 \times 10}{2} = 240$$

$A_{\text{lateral}} = 240 \text{ cm}^2$

5.2. $A_{\text{total}} = (240 + 144)\text{ cm}^2 = 384 \text{ cm}^2$

5.3.

$$V = \frac{1}{3} \times 144 \times 8 = 384$$

$V = 384 \text{ cm}^3$

6.

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times \frac{\overline{BC} \times \overline{CD}}{2} \times \overline{CG} = \frac{1}{6} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \overline{CG} = \frac{1}{6} \times V_{\text{prisma}} = \frac{1}{6} \times 12 = 2$$

$V_{\text{pirâmide}} = 2 \text{ cm}^3$

7. Raio da semiesfera = raio da base do cone = r

$$V_{\text{cone}} = V_{\text{semiesfera}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 6 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow \frac{6\pi r^2}{3} = \frac{4\pi r^3}{6} \Leftrightarrow 12\pi r^2 - 4\pi r^3 = 0$$

$\Leftrightarrow 4\pi r^2 (3 - r) = 0 \Leftrightarrow 4\pi r^2 = 0 \vee 3 - r = 0$

Como $r > 0$, temos $r = 3$.

$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi$

$V_{\text{cone}} = 18\pi \text{ cm}^3$

Pág. 61

1. $V_{\text{cubo}} = 10^3$

$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 10 = \frac{250\pi}{3}$

$V_{\text{sólido}} = 10^3 - \frac{250\pi}{3} \approx 738,2$

$V_{\text{sólido}} \approx 738,2 \text{ cm}^3$

2.1.

$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{128}{3}\pi + \frac{16}{3}\pi = 48\pi$

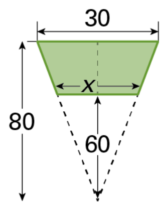
$V = 48\pi \text{ cm}^3$

2.2.

$A = \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 2^2 + \pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 32\pi + 8\pi + 16\pi - 4\pi = 52\pi$

$A = 52\pi \text{ cm}^2$

3. A base da floreira é um quadrado de lado x.



Pela semelhança de triângulos temos:

$\frac{x}{30} = \frac{60}{80} \Leftrightarrow x = 30 \times \frac{6}{8} \Leftrightarrow x = 22,5$

O volume V da floreira é a diferença de volumes das duas pirâmides.

$V = \frac{1}{3} \times 30^2 \times 80 - \frac{1}{3} \times (22,5)^2 \times 60 = 24\ 000 - 10\ 125 = 13\ 875$

$V = 13\ 875 \text{ cm}^3$

4.1. A reta EL é paralela ao plano FGH (os planos ELI e FGH são paralelos)

4.2. A reta CG é concorrente com os planos das bases (nos pontos C e G).

4.3. a) Os planos ABC e HIJ são paralelos (os planos das bases são paralelos).

b) Os planos GLB e AKJ são concorrentes (o ponto B pertence aos dois planos.

5. $\overline{CM} = x + 3$

$\overline{MB} = x + 2$

$\overline{CB} = x + 4$

$(x+3)^2 + (x+2)^2 = (x+4)^2 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8x + 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$

Como $x + 4 > 0 \wedge x + 3 > 0 \wedge 2x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -2$, vem $x = 1$.

Perímetro de $[ABC] = 4x + 12 \overset{x=1}{=} 4 + 12 = 16$

$P = 16$ cm

Pág. 62

6.1.

$$\frac{6\times a}{2}=12 \Leftrightarrow 6a=24 \Leftrightarrow a=4$$

$$\frac{b\times 8}{2}=12 \Leftrightarrow 8b=24 \Leftrightarrow b=3$$

Por exemplo, $a=2$ e $b=12$.

Por exemplo:

	Triângulo 1	Triângulo 2	Triângulo 3
Base	6	3	12
Altura	4	8	2

6.2. Tem-se $a\times b=24$

Resposta: **(C)**

7. Resposta: **(C)**

8. Resposta: **(B)**

9.

$$1-\frac{3(x-2)}{4}\geq -2 \wedge 1-\frac{3(x-2)}{4}<1 \Leftrightarrow 4-3x+6\geq -8 \wedge 4-3x+6<4 \Leftrightarrow -3x\geq -18 \wedge -3x<-6$$

$$\Leftrightarrow x\leq 6 \wedge x>2 \Leftrightarrow x\in \left]2,6\right]$$

Pág. 63

1.1.

$$\sin\alpha=\frac{12,5}{32,5}=\frac{5}{13} \qquad \cos\alpha=\frac{30}{32,5}=\frac{12}{13} \qquad \tan\alpha=\frac{12,5}{30}=\frac{5}{12}$$

1.2.

$$\sin\alpha=\frac{15}{17} \qquad \cos\alpha=\frac{8}{17} \qquad \tan\alpha=\frac{15}{8}$$

1.3. $\sqrt{7^2+2,4^2}=\sqrt{54,76}=7,4$

$$\sin\alpha=\frac{7}{7,4}=\frac{35}{37} \qquad \cos\alpha=\frac{2,4}{7,4}=\frac{12}{37} \qquad \tan\alpha=\frac{7}{2,4}=\frac{35}{12}$$

1.4. $\sqrt{25,5^2-12,5^2}=\sqrt{144}=12$

$$\sin\alpha=\frac{12}{25,5}=\frac{8}{17} \qquad \cos\alpha=\frac{22,5}{25,5}=\frac{15}{17} \qquad \tan\alpha=\frac{12}{22,5}=\frac{8}{15}$$

2. $\overline{CE}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

2.1.

$$\sin\left(D\hat{C}E\right)=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

2.2.

$$\cos\left(D\hat{C}E\right)=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

2.3.

$$\tan\left(D\hat{C}E\right)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

2.4.

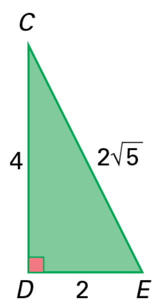
$$\sin\left(C\hat{E}D\right)=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

2.5.

$$\cos\left(C\hat{E}D\right)=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

2.6.

$$\tan\left(C\hat{E}D\right)=\frac{4}{2}=2$$

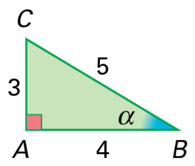


3. $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$

$\overline{AC}^2 = 5^2 - 4^2 \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{9} \Leftrightarrow \overline{AC} = 3$

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$

$\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$



4.1.

$\tan\alpha = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = 1$

4.2. a) Seja $\overline{AB} = \overline{BC} = x$

$x^2 + x^2 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{2}$

Como $x > 0$,

$x = \sqrt{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $\overline{AC} = 1$

$\sin\alpha = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b)

$\cos\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

5.1. a) $[AB]$

b) $[AC]$

c) $[BC]$

5.2.

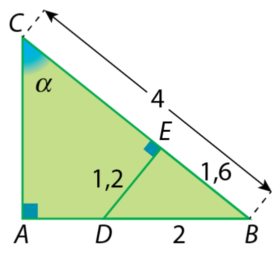
$\dfrac{6}{5} = 1,2$

$\overline{EB}^2 + 1,2^2 = 2^2$

$\overline{EB} = \sqrt{4 - 1,44}$

$\overline{EB} = 1,6$

Os triângulos $[ABC]$ e $[BED]$ são semelhantes (são triângulos retângulos em um ângulo agudo comum – critério AA).



A razão de semelhança que transforma $[BED]$ em $[ABC]$ é $\frac{\overline{BC}}{\overline{DB}} = \frac{4}{2} = 2$.

Logo, $\overline{AC} = \overline{DE} \times 2 = 1,2 \times 2 = 2,4$

$\overline{AB} = \overline{EB} \times 2 = 1,6 \times 2 = 3,2$

a)

$\sin\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{3,2}{4} = \dfrac{4}{5}$

b)

$$\cos\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2,4}{4} = \frac{3}{5}$$

c)

$$\tan\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3,2}{2,4} = \frac{4}{3}$$

6.

$$0 < \frac{9}{10} < 1$$

$$\frac{\sqrt{10}}{4} = \sqrt{\frac{10}{16}} = \sqrt{\frac{5}{8}}; 0 < \frac{\sqrt{10}}{4} < 1$$

$$\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \qquad 0 < \frac{-2}{-3} < 1 \qquad \frac{7}{6} > 1$$

Resposta: **(D)**

7. $\overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 100 \Leftrightarrow \overline{BC} = 10$

7.1.

$$\sin\left(C\hat{B}A\right) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

7.2.

$$\cos\left(E\hat{D}F\right) = \cos\left(A\hat{C}B\right) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Pág. 65

1.1. $\sin 35° = \cos(90° - 35°) = \cos 55°$

1.2. $\cos(40°) = \sin(90° - 40°) = \sin 50°$

1.3. $\cos x = \sin(90° - x)$

1.4. $\sin(2x + 30°) = \cos(90° - (2x + 30°)) = \cos(60° - 2x)$

2.

$$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2.1.

$$\cos 30° = \sin(90° - 30°) = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2.2.

$$\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sin 30°}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow \sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 30° = \frac{3}{3 \times 2} \Leftrightarrow \sin 30° = \frac{1}{2}$$

2.3.

$$\cos 60° = \sin(90° - 60°) = \sin 30° = \frac{1}{2}$$

2.4.

$$\tan 60° = \frac{\sin 60°}{\cos 60°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

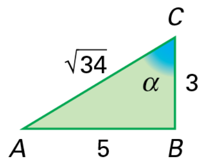
3.

$$\tan\alpha = \frac{5}{3}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2+3^2} \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{34}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$$



$$1-2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha = 1-2\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)^2+\left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)^2 = 1-2\times\frac{9}{34}+\frac{25}{34} = \frac{34}{34}-\frac{18}{34}+\frac{25}{34} = \frac{41}{34}$$

4.

$$\frac{-1+(\cos x+\sin x)^2}{\cos x} = \frac{-1+\cos^2 x+2\sin x\cos x+\sin^2 x}{\cos x} = \frac{-1+\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)+2\sin x\cos x}{\cos x} =$$

$$= \frac{-1+1+2\sin x\cos x}{\cos x} = \frac{2\sin x\cos x}{\cos x} = 2\sin x$$

5.1. $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)+(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha) = 1-\sin^2\alpha+1-\cos^2\alpha$
$= 1+1-\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right) = 1+1-1 = 1$

5.2.

$$\frac{1-\cos^2\alpha}{\tan^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha}{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \cos^2\alpha$$

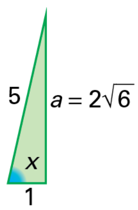
5.3. $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha\right)$
$= 1+2\sin\alpha\cos\alpha-1+2\sin\alpha\cos\alpha = 4\sin\alpha\cos\alpha$

6.

$$\cos x = 0,2 = \frac{1}{5}$$

$a^2+1^2 = 5^2$
$a^2 = 24$
$a = \sqrt{24}$
$a = 2\sqrt{6}$

$$\sin x = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$



$$\tan x = \frac{2\sqrt{6}}{1} = 2\sqrt{6}$$

$$\sin x - 2\tan x = \frac{2\sqrt{6}}{5}-2\times 2\sqrt{6} = \frac{2\sqrt{6}-20\sqrt{6}}{5} = -\frac{18\sqrt{6}}{5}$$

7.

$$\sin x = \frac{2}{5}$$

7.1. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2+\cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2\alpha = 1-\frac{4}{25} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{21}{25}$$

Logo,

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

7.2.

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$\frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

8. $\cos\alpha = 3 - x$

$$2\sin\alpha = x - 1 \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{x-1}{2}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + (3-x)^2 = 1 \wedge 0 < 3 - x < 1 \wedge 0 < \frac{x-1}{2} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-2x+1}{4} + 9 - 6x + x^2 = 1 \wedge 2 < x < 3 \wedge 1 < x < 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 36 - 24x + 4x^2 - 4 = 0 \wedge 2 < x < 3 \Leftrightarrow 5x^2 - 26x + 33 = 0 \wedge 2 < x < 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4\times 5\times 33}}{10} \wedge 2 < x < 3 \Leftrightarrow \left(x = 3 \vee x = \frac{11}{5}\right) \wedge (2 < x < 3) \Leftrightarrow x = \frac{11}{5}$$

$$\cos\alpha = 3 - x = 3 - \frac{11}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin\alpha = \frac{x-1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{11}{5} - 1\right) = \frac{1}{2}\times\frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

9.

$$\tan 45^\circ = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1 \Leftrightarrow \sin 45^\circ = \cos 45^\circ$$

$$\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = 1 \Leftrightarrow \cos^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = 1 \qquad (\sin 45^\circ = cos 45^\circ)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 45^\circ = 1 \Leftrightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} \qquad (\cos 45^\circ > 0)$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Resposta: **(B)**

10.

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$\sin 60^\circ = \cos(90^\circ - 60^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Pág. 67

1.1.

$$\cos 30^\circ \times 2\sin 60^\circ + \tan^2 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{9} = \underset{(3)}{\frac{3}{2}} + \underset{2}{\frac{1}{3}} = \frac{9}{6} + \frac{2}{6} = \frac{11}{6}$$

1.2.
$$(\tan 30^\circ - 1)^2 + \frac{3}{2}\tan 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - 1\right)^2 + \frac{2}{3} \times \sqrt{3} = \frac{3}{9} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

1.3. $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - \tan 45^\circ = 1 - 1 = 0$

2.1.
$$\frac{x}{20} = \cos 18^\circ \Leftrightarrow x = 20\cos^2 18^\circ \Rightarrow x \approx 19,0 \text{ cm}$$

2.2.
$$\frac{10}{x} = \sin 55^\circ \Leftrightarrow x = \frac{10}{\sin 55^\circ} \Rightarrow x \approx 12,2 \text{ cm}$$

2.3.
$$\frac{x}{8} = \tan 40^\circ \Leftrightarrow x = 8\tan 40^\circ \Rightarrow x \approx 6,7 \text{ cm}$$

2.4.
$$\frac{5}{x} = \tan 25^\circ \Leftrightarrow x = \frac{5}{\tan 25^\circ} \Rightarrow x \approx 10,7 \text{ cm}$$

2.5.
$$\cos x = \frac{6}{8}$$

Logo, $x \approx 41,4^\circ$.

2.6.
$$\tan x = \frac{7}{3}$$

Logo, $x \approx 66,8^\circ$.

3.1.

Como $\overline{BR} = \overline{QA}$ temos:
$$\overline{QR} = \overline{QA} + \overline{AB} + \overline{BR} = 2\overline{QA} + \overline{AB} = 2 \times \frac{10}{\tan x} + 10 = \frac{20}{\tan x} + 10$$

$F\hat{D}E = x$ e $\overline{DF} = 5$
$$\frac{\overline{PF}}{\overline{DF}} = \tan x \Leftrightarrow \frac{\overline{PF}}{5} = \tan x \Leftrightarrow \overline{PF} = 5\tan x$$

$\overline{EP} = 10 + \overline{PF} = 10 + 5\tan x$
$$\text{Área de } [PQR] = \frac{\overline{QR} \times \overline{EP}}{2} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{20}{\tan x} + 10\right)(10 + 5\tan x) = \left(\frac{10}{\tan x} + 5\right)(10 + 5\tan x)$$
$$= \frac{100}{\tan x} + 50 + 50 + 25\tan x = 100 + \frac{100}{\tan x} + 25\tan x$$

3.2.
$$A = \left(100 + \frac{100}{\tan 45^\circ} + 25\tan 45^\circ\right) - 10^2 = \frac{100}{1} + 25 \times 1 = 125$$

$A = 125 \text{ m}^2$

Pág. 68

4.1. $\sin^{-1}(\sin 30^\circ) = 30^\circ$

4.2. $\cos^{-1}(\sin 60^\circ) = \cos^{-1}(\cos 30^\circ) = 30^\circ$

5.1. $M\hat{R}A = 180° - 90° - 42° = 48°$

$$\frac{\overline{MR}}{30} = \tan 42 \Leftrightarrow \overline{MR} = 30 \tan 42 \Leftrightarrow \overline{MR} \approx 27,0 \text{ cm}$$

$$\frac{30}{\overline{RA}} = \cos 42° \Leftrightarrow \overline{RA} = \frac{30}{\cos 42°} \Leftrightarrow \overline{RA} \approx 40,4 \text{ cm}$$

$M\hat{R}A = 48°$; $\overline{MR} \approx 27,0$ cm; $\overline{RA} \approx 40,4$ cm.

5.2. $R\hat{O}I = 180° - 90° - 27° = 63°$

$$\frac{\overline{RI}}{10} = \cos 27° \Leftrightarrow \overline{RI} = 10 \cos 27° \Leftrightarrow \overline{RI} \approx 8,9 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{OI}}{10} = \sin 27° \Leftrightarrow \overline{OI} = 10 \sin 27° \Leftrightarrow \overline{OI} \approx 4,5 \text{ cm}$$

$R\hat{O}I = 63°$; $\overline{RI} \approx 8,9$ cm; $\overline{OI} \approx 4,5$ cm.

5.3. $\overline{RU}^2 = 7^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{RU} = \sqrt{49+36} \Leftrightarrow \overline{RU} = \sqrt{85} \Leftrightarrow \overline{RU} \approx 9,2$ cm

$$\tan\left(U\hat{R}A\right) = \frac{6}{7}$$

$U\hat{R}A \approx 40,6°$

$\tan\left(A\hat{U}R\right) = \frac{7}{6}$

$A\hat{U}R \approx 49,4°$

$\overline{RU} \approx 9,2$ cm; $U\hat{R}A \approx 40,6°$; $A\hat{U}R = 49,4°$.

5.4. $18^2 = 15^2 + \overline{IA}^2 \Leftrightarrow \overline{IA}^2 = 18^2 - 15^2 \Leftrightarrow \overline{IA} = \sqrt{99}$

$\overline{IA} \approx 9,9$ cm

$$\cos\left(I\hat{T}A\right) = \frac{15}{18}$$

$I\hat{T}A \approx 33,6°$

$$\sin\left(T\hat{A}I\right) = \frac{15}{18}$$

$T\hat{A}I \approx 56,4°$

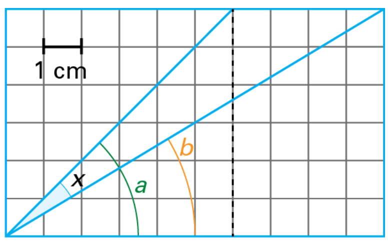
$\overline{IA} \approx 9,9$ cm; $I\hat{T}A \approx 33,6°$; $T\hat{A}I \approx 56,4°$.

5.5.

$$\tan a = \frac{6}{6} \Leftrightarrow \tan a = 1. \text{ Logo, } a = 45°$$

$$\tan b = \frac{6}{10}. \text{ Logo, } b \approx 30,96°$$

$x = a - b \approx 45° - 30,96° \approx 14,0°$



7.1.

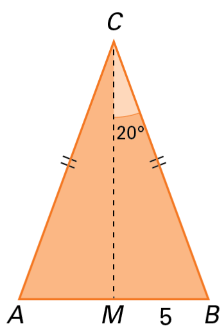
$$\frac{5}{\overline{CB}} = \sin(20°) \Leftrightarrow \overline{CB} = \frac{5}{\sin(20°)}$$

$$\frac{5}{\overline{MC}} = \tan(20°) \Leftrightarrow \overline{MC} = \frac{5}{\tan(20°)}$$

$$\text{Perímetro} = 10 + 2 \times \frac{5}{\sin(20°)} \approx 39,24$$

$$\text{Área} = \frac{10 \times \frac{5}{\tan(20°)}}{2} = \frac{25}{\tan(20°)} \approx 68,69$$

Perímetro 39,24 cm; Área 68,69 cm^2.



7.2.

$$\frac{\overline{CM}}{2} = \tan(70°) \Leftrightarrow \overline{CM} = 2\tan(70°)$$

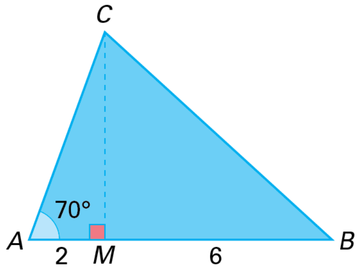
$$\frac{2}{\overline{AC}} = \cos(70°) \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{2}{\cos 70°}$$

$$\overline{CB}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{MB}^2 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = (2\tan(70))^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB} = \sqrt{4\tan^2(70°)^2 + 36}$$

$$\text{Perímetro} = 8 + \frac{2}{\cos(70°)} + \sqrt{4\tan^2(70°) + 36} \approx 21,98$$

$$\text{Área} = \frac{8 \times 2\tan(70°)}{2} = 8\tan(70°) \approx 21,98$$



Perímetro 21,98 cm
Área 21,98 cm^2

Pág. 69

1.

$$\frac{a}{10} = \sin(75°) \Leftrightarrow a = 10\sin(75°) \Leftrightarrow a \approx 9,7$$

$$\frac{b}{10} = \sin(50°) \Leftrightarrow b = 10\sin(50°) \Leftrightarrow b \approx 7,7$$

Altura mínima: 7,7 cm; altura máxima: 9,7 cm.

2.1.

$$\frac{h}{8,5} = \tan(42°) \Leftrightarrow h = 8,5\tan(42°) \Leftrightarrow h \approx 7,7$$

2.2.

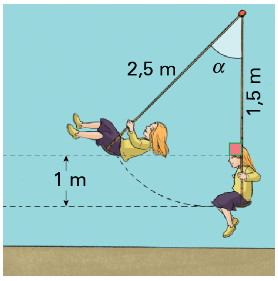
$$\frac{3,2}{s} = \tan(42°) \Leftrightarrow s = \frac{3,2}{\tan(42°)} \Leftrightarrow a \approx 3,6 \text{ m}$$

3.

2,5 – 1 = 1,5

$$\cos\alpha = \frac{1,5}{2,5} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$$

Logo, $\alpha = 53,1°$.



4.1. $\overline{OA} = \overline{OB}$

360° : 5 = 72° ; 72° : 2 = 36° ; $A\hat{O}M = 36°$

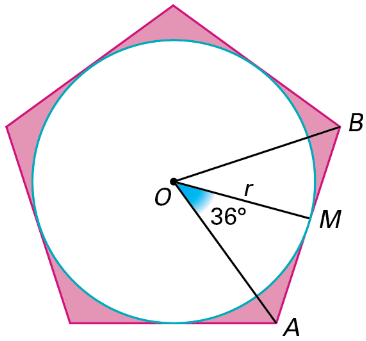
$$\frac{\overline{MA}}{r} = \tan(36°) \Leftrightarrow \overline{MA} = r\tan(36°)$$

$$\text{Perímetro} = 5 \times \overline{BA} = 5 \times 2r\tan(36°) = 10r\tan(36°)$$

$$A = A_{\text{pentágono}} - A_{\text{círculo}} = 5 \times \frac{\overline{AB} \times r}{2} - \pi r^2 = \qquad (r = 1)$$

$$= \frac{5}{2} \times 2\tan(36°) - \pi \times 1^2 = 5\tan(36°) - \pi$$

$A \approx 0,5$ cm^2



Pág. 70

5.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{NC}} = \sin(28°) \Leftrightarrow \frac{5}{\overline{NC}} = \sin(28°) \Leftrightarrow \overline{NC} = \frac{5}{\sin(28°)}$$

$$\overline{ND} = \overline{NC} - \overline{DC} = \frac{5}{\sin(28°)} - 5 \approx 5,7$$

6.

$$\tan\alpha = \frac{41,5}{55,5}$$

Logo, $\alpha \approx 36,8^\circ$.

7.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \tan(72^\circ) \\ \frac{x}{y+30} = \tan(60^\circ) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y\tan(72^\circ) \\ y\tan(72^\circ) = (y+30)\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y\tan(72^\circ) \\ y\tan(72^\circ) = \sqrt{3}y + 30\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y\tan(72^\circ) \\ y\left(\tan 72^\circ - \sqrt{3}\right) = 30\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y\tan(72^\circ) \\ y = \frac{30\sqrt{3}}{\tan 72^\circ - \sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{30\sqrt{3}}{\tan 72^\circ - \sqrt{3}} \times \tan(72^\circ) \Rightarrow x \approx 119$$

Logo, $x \approx 119$ m.

Pág. 71

1.1. Seja h o comprimento da hipotenusa do triângulo dado:
$h^2 = 10^2 + 7,5^2 \Leftrightarrow h^2 = 156,25 \Leftrightarrow h = \sqrt{156,25} \Leftrightarrow h = 12,5$

$$\cos\alpha = \frac{10}{12,5} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$$

Resposta: **(D)**

1.2. Se $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ então $\alpha \approx 36,9^\circ$.

2.1. Se $\sin\left(B\hat{A}C\right) = \frac{1}{2}$ então $B\hat{A}C = 30^\circ$.
$C\hat{E}D = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

2.2.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \cos(30^\circ) \Leftrightarrow \frac{2}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 4 = \sqrt{3}\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\overline{AC} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

2.3. $\overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{BD}$ e $\overline{AB} = 2$

$$\frac{2}{3}\overline{BD} = 2 \Leftrightarrow \overline{BD} = 2 \times \frac{3}{2} \Leftrightarrow \overline{BD} = 3$$

$\overline{AD} = 2 + 3 = 5$

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \tan 30^\circ \Leftrightarrow \frac{\overline{DE}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{DE} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

3.

$$\frac{x}{10} = \tan 37^\circ \Leftrightarrow x = 10\tan(37^\circ)$$

$x \approx 7,5$ cm

4.

$$\frac{4}{x} = \cos(41^\circ) \Leftrightarrow x = \frac{4}{\cos(41^\circ)}$$

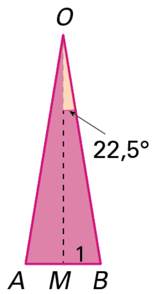
Resposta: **(B)**

Pág. 72

5.1.

$$A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

5.2.



$$\overline{AB} = \frac{16}{8}\ \text{cm} \ = 2\ \text{cm}$$

$$\frac{1}{\overline{OM}} = \tan(22,5°)$$

$$\overline{OM} = \frac{1}{\tan(22,5°)}$$

$$A_{\text{base}} = \frac{\overline{AB} \times \overline{OM}}{2} \times 8 = \frac{2 \times \overline{OM}}{2} \times 8 = 8\overline{OM} = \frac{8}{\tan(22,5°)}$$

$$V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times \frac{8}{\tan(22,5°)} \times 6 = \frac{16}{\tan(22,5°)}$$

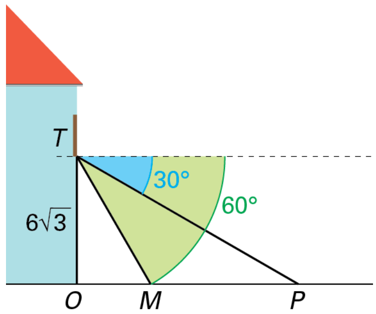
$$V \approx 38,6\ \text{cm}^3$$

6.

$$\frac{x}{100} = \tan 5° \Leftrightarrow x = 100 \tan 5°$$

$$x \approx 8,7\ \text{m}$$

7. $90° - 30° = 60°$



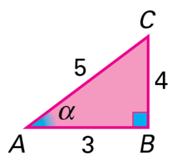
$$\frac{\overline{OM}}{6\sqrt{3}} = \tan 30° \Leftrightarrow \overline{OM} = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{6 \times 3}{3} \Leftrightarrow \overline{OM} = 6$$

$$\frac{\overline{OP}}{6\sqrt{3}} = \tan 60° \Leftrightarrow \overline{OP} = 6\sqrt{3} \times \sqrt{3} \Leftrightarrow \overline{OP} = 18$$

Maria: 6 m; Pedro: 18 m.

8. $5^2 = \overline{AB}^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{25 - 16} \Leftrightarrow \overline{AB} = 3$



$$\sin\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{4}{3}$$

$$5\sin\alpha - 3\tan\alpha = 5 \times \frac{4}{5} - 3 \times \frac{4}{3} = 0$$

9. $(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha) + 2\cos^2\alpha = \left[(a-b)(a+b) = a^2 - b^2\right] = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha + 2\cos^2\alpha =$
$= \sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha = 1$

Pág. 73

1.1.

$$\frac{\overline{OC}}{r} = \cos\alpha \Leftrightarrow \overline{OC} = r\cos\alpha$$

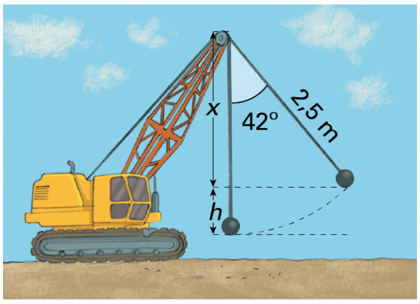
$$\frac{\overline{BC}}{r} = \sin\alpha \Leftrightarrow \overline{BC} = r\sin\alpha$$

$$\text{Área de } [OAB] = 2 \times \ \text{Área de } [OCB] = 2 \times \frac{\overline{OC} \times \overline{BC}}{2} = \overline{OC} \times \overline{BC} = r\cos\alpha \times r\cos\alpha = r^2 \sin\alpha\cos\alpha$$

1.2. $r = 1$ e $\alpha = 45°$

$$A_{[OAB]} = 1^2 \times \sin 45° \times \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2. $\dfrac{x}{2,5} = \cos(42°) \Leftrightarrow x = 2,5\cos(42°)$

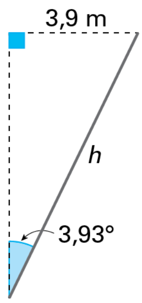


$h = 2,5 - x = 2,5 - 2,5\cos(42°)$
$h \approx 0,64$ m

3.1. Seja a o afastamento do topo da torre:
$\dfrac{a}{56} = \sin(5,5°) \Leftrightarrow a = 56 \times \sin(5,5°)$

$a \approx 5,37$
$56 \times \sin(5,5°) \neq 5,2$

3.2.
$\dfrac{3,9}{h} = \sin(3,93°)$



$$h = \frac{3,9}{\sin(3,93°)}$$

$h \approx 56,9$ m

Pág. 74

4. $\pi r^2 = 72\pi \Leftrightarrow r^2 = 72$
$R^2 = 3^2 + r^2 \Leftrightarrow R^2 = 9 + 72 \Leftrightarrow R = 9$
$V = \dfrac{4}{3}\pi \times 9^3 = 972\pi$

$V = 972\pi$ cm^3

5.1. $120 \times 30 = 60 \times 60 = 80 \times 45$

5.2. $120 \times 30 = 3600$. Representa o número de unidades de ração que o Sr. Joaquim tem em armazém (uma unidade é a quantidade de ração que uma vaca consome num dia).

5.3. $3600 : 90 = 40$
A ração daria para 40 dias.

5.4.
$$xy = 3600 \Leftrightarrow y = \frac{3600}{x}$$

6.
$$\underset{(1)}{\frac{x-1}{4}} - \underset{(2)}{\frac{1}{2}}(3x-1) < \underset{(4)}{2} \land 2x - \frac{1-x}{2} \geq 2 \Leftrightarrow x - 1 - 2(3x-1) < 8 \land 4x - 1 + x \geq 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 1 - 6x + 2 < 8 \land 5x \geq 5 \Leftrightarrow -5x < 7 \land x \geq 1 \Leftrightarrow x > -\frac{7}{5} \land x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$S = [1, +\infty[$

7.1. O sistema define o conjunto de pontos de interseção da reta de equação $y = x + 1$ com a parábola de equação $y = 2x^2$.

7.2.

$$2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x^2 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), (1, 2) \right\}$$

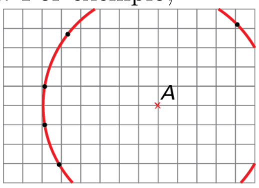
8. $7 \times 10^2 = 700$

$$26^2 < 7 \times 10^2 < 27^2 \Leftrightarrow \left(\frac{26}{10}\right)^2 < 7 < \left(\frac{27}{10}\right)^2 \Leftrightarrow 2,6 < \sqrt{7} < 2,7$$

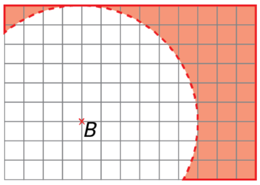
Por exemplo, $\sqrt{7} \approx 2,6$.

Pág. 75

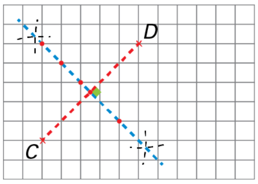
1.1. Por exemplo,



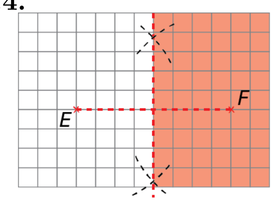
1.2.



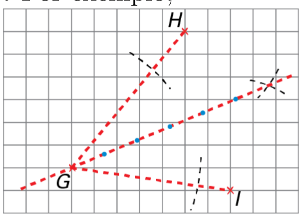
1.3. Por exemplo,



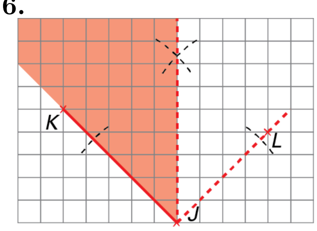
1.4.



1.5. Por exemplo,

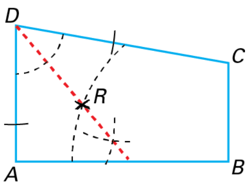


1.6.

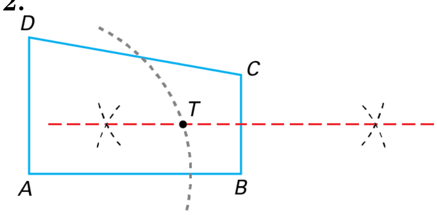


Pág. 76

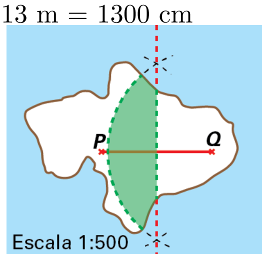
2.1.



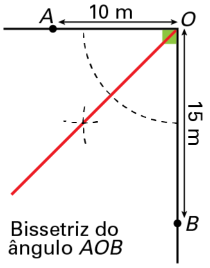
2.2.



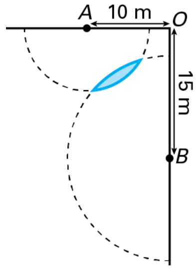
3. 13 m = 1300 cm



4.1.



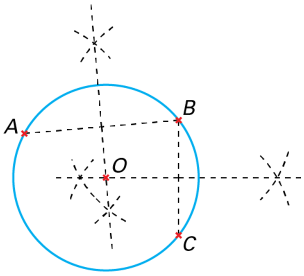
4.2.



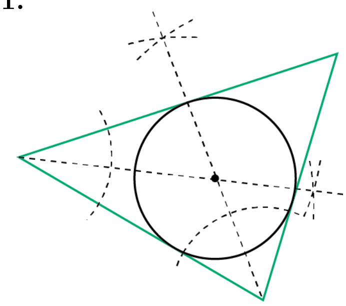
Pág. 77

1.1. B **1.2.** C **1.3.** I **1.4.** O **1.5.** I **1.6.** C

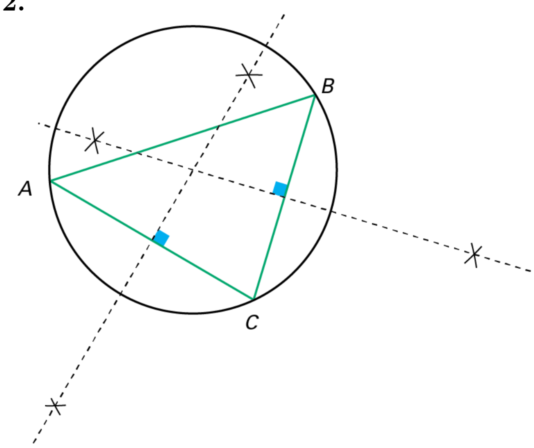
2.



3.1.



3.2.



4.1. Baricentro do triângulo.

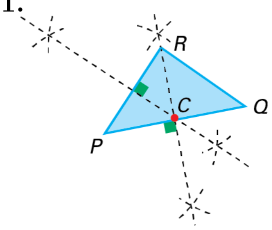
4.2. Incentro do triângulo.

4.3. Ortocentro do triângulo.

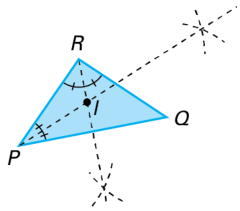
4.4. Circuncentro do triângulo.

Pág. 78

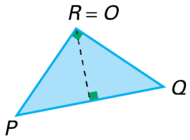
5.1.



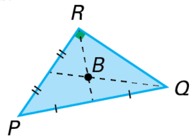
5.2.



5.3.



5.4.



6.1. O ponto O é o baricentro, centro de massa ou centróide.

6.2. A reta que passa nos pontos médios de dois lados de um triângulo é paralela ao terceiro lado.

6.3. Se $[MC]$ é uma mediana e O é o baricentro então
$\overline{OC} = \frac{2}{3}\overline{MC}$

Então,
$\overline{OC} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$

$\overline{MO} = 9 - 6 = 3$
$\overline{MO} = 3$ cm

7. Num triângulo $[ABC]$, retângulo em A, o ortocentro é o vértice A.
Resposta: **(D)**

Pág. 79

1.1. Os arcos compreendidos entre retas paralelas são iguais.
$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB} = A\hat{O}B = 100°$
$\overset{\frown}{CD} = 100°$

1.2. Como $\overline{OA} = \overline{OB}$ vem $O\hat{B}A = B\hat{A}O$.
Logo $2 \times O\hat{B}A = 180° - 100° \Leftrightarrow O\hat{B}A = 40°$.

1.3. $\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{DA} = 360° - 100° - 100°$
$\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{DA} = 160°$
Como

$\overset{\frown}{BC} = \frac{3}{2}\overset{\frown}{DA}$

vem:

$\frac{3}{2}\overset{\frown}{DA} + \overset{\frown}{DA} + = 160° \Leftrightarrow \frac{5}{2}\overset{\frown}{DA} = 160° \Leftrightarrow \overset{\frown}{DA} = \frac{2}{5} \times 160° \Leftrightarrow \overset{\frown}{DA} = 64°$

1.4. $\overset{\frown}{BC} = 160° - 64° \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} = 96°$

2.1. $BC \perp OB$ e $O\hat{C}B = 64°$
Logo, $B\hat{O}C = 180° - 90° - 64° \Leftrightarrow B\hat{O}C = 26°$.

2.2. $\overset{\frown}{DB} = D\hat{O}B = 180° - 2 \times 26° = 128°$

3.1. Como BA é tangente à circunferência em A, $B\hat{A}O = 90°$.

3.2. $2x + x = 90° \Leftrightarrow 3x = 90° \Leftrightarrow x = 30°$
$A\hat{O}B = 2 \times 30° = 60°$

4.1. $\overline{OA} = \overline{OB}$ (raio da circunferência)
Logo, o triângulo $[ABO]$ é isósceles.

4.2. $B\hat{A}O = \frac{1}{2}\,(180° - 80°) = 50°$
$C\hat{A}O = 90°\ (CA \perp AO)$
$C\hat{A}B = 90° - 50° = 40°$

4.3. $D\hat{O}E = A\hat{O}B$
Logo, $\overline{DE} = \overline{AB} = 5$ cm.

5.1. $\overset{\frown}{AB} = A\hat{O}B = 80°$

5.2.

$$O\hat{B}A = \frac{1}{2}\,(180° - 80°) = 50°$$

5.3. $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD}$ porque $[AB]\,//\,[DC]$

$$\overset{\frown}{BC} = \frac{1}{2}\,(360° - 80° - 120°) = 80°$$

5.4. $\overset{\frown}{DA} = \overset{\frown}{BC} = 80°$

6.1. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = 120°$ porque $[CD]\,//\,[AB]$
$\overset{\frown}{AD} = 180° - 120° = 60°$

6.2. $\overline{DB} = 2 \times 5 = 10$
$\overline{AD} = \overline{BC} = 5$
$\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{DB}^2$
$\overline{AB}^2 + 5^2 = 10^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 75 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{75} \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{25 \times 3} \Leftrightarrow \overline{AB} = 5\sqrt{3}$
$\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ cm

6.3. $E\hat{A}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ (ângulo de um segmento)
Como $\overset{\frown}{AB} = 120°, E\hat{A}B = 60°$.

1.1. I e V

1.2. III

2.1. $a = A\hat{C}B = 20°$
$b = C\hat{A}O = 31°$

2.2. $c = 82° : 2 = 41°$

2.3. $A\hat{O}B = 82°$ e $\overline{OA} = \overline{OB}$

$$e = d = \frac{180° - 82°}{2} = 49°$$

$d = e = 49°$

2.4. $\overset{\frown}{CB} = 2 \times 15° = 30°$; $\overset{\frown}{AB} = 180° - 30° = 150°$

$$f = \frac{150°}{2} = 75°$$

2.5. $A\hat{C}B = 90°$
$g + 4g = 180° - 90° \Leftrightarrow 5g = 90° \Leftrightarrow g = 18°$
Como $\overline{OC} = \overline{OB}$, $h = 4g = 4 \times 18° = 72°$.
$g = 18°$ e $h = 72°$

2.6. $\overline{AO} = \overline{BO}$
$A\hat{O}B = 180° - 2 \times 53° = 74°$
$i = 74°$
$A\hat{D}B = 90°$
$B\hat{A}D = 180° - 90° - 53° = 37°$
$j = B\hat{A}O - B\hat{A}D = 53° - 37° = 16°$
$i = 74°$ e $j = 16°$

Pág. 82

3.1. $\overline{OE} = \overline{OD}$
$x = 180° - 2 \times 35° = 110°$

3.2.

$$y = \frac{\overset{\frown}{BE}}{2} = 90°$$

3.3. $A\hat{E}B = 90° - 35° = 55°$
$z = B\hat{A}E + A\hat{E}B = 90° + 55° = 145°$ (ângulo externo)
$z = 145°$

4.1. a) $A\hat{C}D = A\hat{B}D = 43°$

b) $D\hat{E}C = B\hat{E}A = 180° - 43° - 32° = 105°$

4.2. Como $A\hat{B}E \neq E\hat{A}B, \overline{EA} \neq \overline{EB}$. Logo, o ponto E não é o centro da circunferência.

5.1. $A\hat{O}C = \overset{\frown}{AC} = 66°$

5.2. $\overset{\frown}{BC} = 2 \times B\hat{D}C = 2 \times 22° = 44°$
$\overset{\frown}{AB} = 66° - 44° = 22°$

5.3. $\overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{AB} = 22°$ $(AE//BD)$
$\overset{\frown}{CD} = 180° - \overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{ED} = 180° - 66° - 22° = 92°$
$overset \frown CD = 92°$

Pág. 83

1.1. I – ângulo inscrito
II - ângulo de segmento
III – ângulo ao centro
IV – ângulo ex-inscrito
V - ângulo com vértice no exterior do círculo
VI – ângulo com vértice no interior do círculo.

1.2.

$$a = \frac{160°}{2} = 80° \qquad b = \frac{360° - 240°}{2} = 60° \qquad c = 360° - 240° = 120° \qquad d = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AC}}{2}$$

$\overset{\frown}{AB} = 80°$
$\overset{\frown}{AC} = 360° - 210° - 80° = 70°$

$$d = \frac{80° + 70°}{2} = 75° \qquad e = \frac{90° - 10°}{2} = 40° \qquad f = \frac{80° + 30°}{2} = 55°$$

2.1.

$$x = \frac{92° - 20°}{2} = 36°$$

2.2.

$$\frac{90° + x}{2} = 70° \Leftrightarrow 90° + x = 140° \Leftrightarrow x = 50°$$

2.3.

$$x = \frac{360° - 280°}{2} = 40°$$

2.4.

$$x = 180° - \frac{100°}{2} = 130° \qquad \textbf{ou} \qquad x = \frac{120° + (360° - 100° - 120°)}{2} = 130°$$

Pág. 84

3.1.

$$x = 180° - \frac{110°}{2} = 125°$$

3.2. $x = 2 \times 20° = 40°$

3.3. $360° - 120° - 50° - 100° = 90°$

$$x = \frac{90° - 50°}{2} = 20°$$

3.4. x é complementar de um ângulo de amplitude
$180° - 90° - 46° = 44°$
Logo $x = 90° - 44° = 46°$

3.5.

$$x = \frac{90° - 30°}{2} = 30°$$

3.6. $180° - 120° = 60°$
$x + 2 \times 60° + 140° = 360° \Leftrightarrow x = 360° - 260° \Leftrightarrow x = 100°$

4.1. $51° = E\hat{A}C + 32° \Leftrightarrow E\hat{A}C = 51° - 32° \Leftrightarrow E\hat{A}C = 19°$
(AEB é um ângulo externo de $[AEC]$)

4.2. $\overset{\frown}{DE} = 2 \times A\hat{E}C = 2 \times 19° = 38°$

$$A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{DE}}{2} \Leftrightarrow 32° = \frac{\overset{\frown}{AB} - 38°}{2} \Leftrightarrow 64° = \overset{\frown}{AB} - 38° \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = 64° + 38° \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = 102°$$

$$A\hat{F}B = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{DE}}{2} = \frac{102° + 38°}{2} = 70°$$

5.1. a) Por exemplo, o ângulo FDC

b) Por exemplo, o ângulo DEC

5.2.

$$A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2}$$

$$A\hat{E}D = \frac{360° - 2 \times 84°}{2} = 96°$$

$$A\hat{E}D = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} \Leftrightarrow 96° = \frac{\overset{\frown}{AD} + 124°}{2} \Leftrightarrow 192° = \overset{\frown}{AD} + 124° \Leftrightarrow \overset{\frown}{AD} = 68°$$

$$A\hat{B}D = \frac{68°}{2} = 34°$$

Pág. 85

1.1.

$$\frac{360°}{12} = 30°$$

1.2. $180° - 30° = 150°$

2.

$$\frac{360°}{n} = 20° \Leftrightarrow n = \frac{360°}{20°} \Leftrightarrow n = 18$$

O polígono tem 18 lados

3.

$$180° - \frac{360°}{n} = 150° \Leftrightarrow \frac{360°}{n} = 30° \Leftrightarrow n = \frac{360}{30} \Leftrightarrow n = 12$$

O polígono tem 12 lados

4. $(12 - 2) \times 180° = 10 \times 180° = 1800°$

5.1. $(n - 2) \times 180° = 2160° \Leftrightarrow n - 2 = 12 \Leftrightarrow n = 14$
O polígono tem 14 lados

5.2. $(n - 2) \times 180° = 2700° \Leftrightarrow n - 2 = 15 \Leftrightarrow n = 17$
O polígono tem 17 lados

5.3. $(n - 2) \times 180° = 2340° \Leftrightarrow n - 2 = 13 \Leftrightarrow n = 15$
O polígono tem 15 lados

6.1. $x + 170° + 93° + 65° = (4 - 2) \times 180° \Leftrightarrow x + 328° = 360° \Leftrightarrow x = 32°$

6.2. $2x + x + 5° + 3x + 40° + 75° = (4 - 2) \times 180° 6x + 120° = 360° \Leftrightarrow 6x = 240° \Leftrightarrow x = 40°$

Pág. 86

7.1. $100° + 110° + 130° + 80° + y = (5 - 2) \times 180° \Leftrightarrow 420° + y = 540° \Leftrightarrow y = 120°$

7.2. $2 \times 90° + 110° + 2y + 10° + 3y - 20° = (5 - 2) \times 180° \Leftrightarrow 280° + 5y = 540° \Leftrightarrow 5y = 260° \Leftrightarrow y = 52°$

7.3. $y + y + 20° + y + 10° + y + 8° + y + 12° = (5 - 2) \times 180° \Leftrightarrow 5y + 50° = 540° \Leftrightarrow 5y = 490° \Leftrightarrow y = 98°$

7.4. $120° + 130° + y + 30° + y + 20° + y + 150° = (6 - 2) \times 180° \Leftrightarrow 450° + 3y = 720° \Leftrightarrow 3y = 270 \Leftrightarrow y = 90°$

8.1.

$$I\hat{J}A = \frac{180°}{3} = 60°$$

8.2.

$$E\hat{I}A = \frac{(6-2)\times 180°}{6} = 120°$$

$$H\hat{I}E = \frac{(5-2)\times 180°}{5} = 108°$$

$J\hat{I}H = 360° - 60° - 120° - 108° = 72°$

8.3. $F\hat{E}D = 360° - 108° - 120° = 132°$

9.

$$\frac{360°}{n} = 15° \Leftrightarrow n = \frac{360}{15} \Leftrightarrow n = 24$$

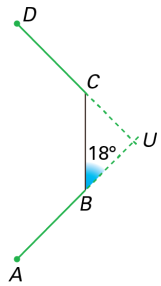
Resposta: **(C)**

10. Seja x a amplitude de um ângulo externo:
$3x + x = 180° \Leftrightarrow 4x = 180° \Leftrightarrow x = 45°$

$$\frac{360°}{n} = 45° \Leftrightarrow n = \frac{360°}{45°} \Leftrightarrow n = 8$$

Resposta: **(B)**

11.
$360° : 20 = 18°$
$B\hat{U}C = 180° - 2 \times 18° = 144°$



Pág. 87

1.1. $360° - 250° = 110°$
$x = 110° : 2 = 55°$
$y = 250° : 2 = 125°$
$x = 55°$ e $y = 125°$

1.2. $360° - 120° = 240°$
$x = 240° : 2 = 120°$

1.3. $x + 22° = 90° \Leftrightarrow x = 68°$
$y = 180° - 68° - 62° = 50°$
$x = 68°$ e $y = 50°$

1.4. $x = 180° - 80° \Leftrightarrow y = 100°$
$y + 85° = 180° \Leftrightarrow y = 95°$
$z + 100° = 180° \Leftrightarrow z = 80°$
$x = 100°, y = 95°$ e $z = 80°$

1.5.

$$x = \frac{50° + 80°}{2} = 65°$$

$$y = \frac{360° - 80° - 50°}{2} = 115°$$

$x = 65°$ e $y = 115°$

1.6. Seja a amplitude do menor arco compreendido entre os lados do ângulo de 30°

$$\frac{100° - a}{2} = 30° \Leftrightarrow 100° - a = 60° \Leftrightarrow a = 40°$$

$$x = \frac{120° + 40°}{2} = 80°; \qquad y = \frac{100° + 120°}{2} = 110°$$

$z + x = 180° \Leftrightarrow z + 80° = 180° \Leftrightarrow z = 100°$
$y + t = 180° \Leftrightarrow 110° + t = 180° \Leftrightarrow t = 70°$
$x = 80°$, $y = 110°$, $z = 100°$ e $t = 70°$

2.1. $B\hat{A}D = 180° - 120° = 60°$

2.2. $D\hat{B}A = 90°$ (ângulo inscrito numa circunferência)

2.3. $A\hat{D}B = 180° - 60° - 90° = 30°$

2.4. $\overset{\frown}{AB} = 30° \times 2 = 60°$

$$D\hat{C}B = \frac{180° + 60°}{2} = 120°$$

Pág. 88

4.1. $D\hat{A}O = O\hat{B}D = 90°$
$A\hat{O}B + 40° + 2 \times 90° = 360° \Leftrightarrow A\hat{O}B = 140°$

4.2. O quadrilátero $[ADBO]$ é inscritível numa circunferência porque a soma das amplitudes de dois ângulos opostos é 180°.

5.1. $a + 85° = 180° \Leftrightarrow a = 95°$; $b + 75° = 180° \Leftrightarrow b = 105°$
$a = 95°$ e $b = 105°$

5.2. $c + 93° = 180° \Leftrightarrow c = 87°$
$d + (180° - 89°) = 180° \Leftrightarrow d = 89°$
$c = 87°$ e $d = 89°$

5.3. $e + 80° = 180° \Leftrightarrow e = 100°$

$$C\hat{A}D = D\hat{C}A = \frac{180° - 100°}{2} = 40°$$

$A\hat{C}B = 90°$
$D\hat{C}B = 40° + 90° = 130°$
$f + 130° = 180° \Leftrightarrow f = 50°$
$\hat{e} = 100°$ e $f = 50°$

5.4. $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$ e $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC}$. Logo $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC} = \overset{\frown}{CB}$
$360° - 144° = 216°$ e $216° : 3 = 72°$ e
$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC} = \overset{\frown}{CB} = 72°$

$$g = \frac{144° + 72°}{2} = 108°$$

$$\frac{180° - 144°}{2} = 18°$$

$$h + 18° = \frac{2 \times 72°}{2} \Leftrightarrow h = 54°$$

$g = 108°$ e $h = 54°$

6. $\overset{\frown}{AEC} = 80° + 180° = 260°$
$\overset{\frown}{AC} = 360° - 260° = 100°$; $\overset{\frown}{BC} = 100° : 2 = 50°$; $\overset{\frown}{ECB} = 180° + 50° = 230°$
$B\hat{A}E = 230° : 2 = 115°$
Resposta: **(C)**

1.1. a) $A\hat{C}B = 144° : 2 = 72°$

b)

$$A\hat{B}O = \frac{180° - 144°}{2} = 18°$$

$C\hat{B}A = 35° + 18° = 53°$
$B\hat{A}C = 180° - 72° - 53° = 55°$
$O\hat{A}C = 55° - 18° = 37°$

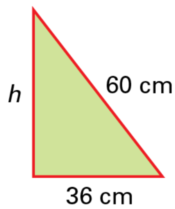
$$C\hat{A}T = 90° - 37° = 53 \textbf{ ou } C\hat{A}T = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{2 \times C\hat{B}A}{2} = C\hat{B}A = 53°$$

1.2. $360° - 144° = 216°$
Perímetro da base

$360°$	——	$2\pi \times 60$
$216°$	——	P

$$P = \frac{216 \times 120\pi}{360} = 72\pi$$

Raio da base: $2\pi r = 72\pi \Leftrightarrow r = 36$ (cm)
Altura do cone: h
$h^2 + 36^2 = 60^2$
$h^2 = 3600 - 2196$
$h = \sqrt{2304}$
$h = 48$ cm



$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 36^2 \times 48 = 20736\pi$$

$V = 20\ 736\pi\ \text{cm}^3$

1.3. $A = \pi r g = \pi \times 36 \times 60 = 2160\pi$
$A = 2160\pi\ \text{cm}^2$

2.1.

$$B\hat{A}D = \frac{34° + 58°}{2} = 46°$$

$D\hat{C}B + B\hat{A}D = 180°$
$x + 46° = 180° \Leftrightarrow x = 134°$

2.2.

$$x = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{180° - 100°}{2} = 40°$$

2.3.

$$x = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{ED}}{2} = \frac{2 \times 60° - 20°}{2} = 50°$$

2.4. $B\hat{A}C = 172° : 2 = 86°$
$x = 180° - 86° \Leftrightarrow x = 94°$

2.5.

$$x = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{360° - (160° + 30°)}{2} \Leftrightarrow x = 85°$$

2.6. $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{ED}$ e $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AE}$

Logo, $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{AE}$

$$x = \frac{180°}{3} = 60°$$

Pág. 90

3.1.

$$x = 180° - \frac{360°}{5} = 108°$$

<u>Resposta</u>: **(B)**

3.2. $y = 180° - 108° = 72°$

<u>Resposta</u>: **(A)**

3.3.

$$z = 180° - \frac{360°}{10} = 144°$$

3.4. $(5 - 2) \times 180° = 540°$

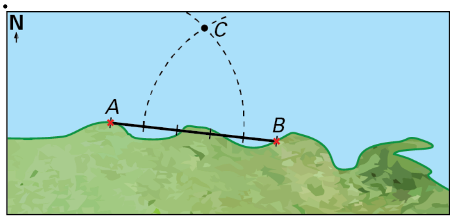
4.1.

$$180° - \frac{360°}{n} = 165° \Leftrightarrow \frac{360}{n} = 15 \Leftrightarrow 15n = 360 \Leftrightarrow n = 24$$

O polígono tem 24 lados

4.2. $(24 - 2) \times 180° = 3960°$

4.3.



Pág. 91

1. $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$ e $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD}$

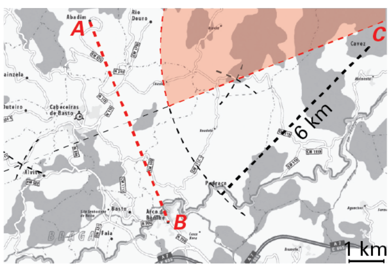
$$\overset{\frown}{BC} = \frac{3}{2}\overset{\frown}{DA} \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} = \frac{3}{2}\overset{\frown}{AB} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \frac{2}{3}\overset{\frown}{BC}$$

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} = 180° \Leftrightarrow \frac{2}{3}\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{BC} = 180° \Leftrightarrow \frac{5}{3}\overset{\frown}{BC} = 180° \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} = \frac{3}{5} \times 180° \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} = 108°$$

2. $(5 - 2) \times 180° = 540°$

$2x + 140° + 3x + 3x + 5° + 75° = 540° \Leftrightarrow 8x = 540° - 220° \Leftrightarrow 8x = 320° \Leftrightarrow x = 40°$

3.



4.1. $[ABC]$ é um triângulo retângulo em C porque o ângulo BCA está inscrito numa semicircunferência.

4.2.

$$A = \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \sin\alpha \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{10} = \sin\alpha \Leftrightarrow \overline{AC} = 10\sin\alpha$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \cos\alpha \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{10} = \cos\alpha \Leftrightarrow \overline{BC} = 10\cos\alpha$$

$$A = \frac{10\sin\alpha \times 10\cos\alpha}{2} = 50\sin\alpha\cos\alpha$$

4.3.

$$A = 50 \times \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 12,5\sqrt{3} \approx 21,7$$

$A \approx 21,7 \text{ cm}^2$

5.1. a) A reta BF é perpendicular ao plano da base HEF.
Logo, é perpendicular a todas as retas deste plano que passam em F. Em particular, BF é perpendicular a HF.

b) A reta IE é secante ao plano HEF. Como o plano HEF é paralelo ao plano ABC, a reta IE também é secante ao plano ABC.

5.2. a) É o próprio ponto D. **b)** É o ponto J

6.1. 8 cm
6.2. Com o tomate do tipo B

6.3.

$$a = \frac{2}{3}d$$

Resposta: **(C)**

1. $80 - 55 = 25$
$25 : 6 \approx 4,2 \approx 5$

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
[55 , 60[	5	0,125
[60 , 65[	10	0,250
[65 , 70[	14	0,350
[70 , 75[	4	0,100
[75 , 80[	5	0,125
[80 , 85[	2	0,050
Total	40	1

2.1. Cinco classes

2.2. A amplitude de cada classe é 15.

2.3. A classe com maior frequência é [0 , 15[.

2.4.

Tempo (minutos)	Frequência absoluta	Frequência relativa
[0 , 15[	8	0,27
[15 , 30[	7	0,23
[30 , 45[	6	0,20
[45 , 60[	7	0,23
[60 , 75[	2	0,07
Total	30	1

2.5. $0,20 + 0,23 + 0,07 = 0,50$
50 % dos alunos estudam pelo menos durante 30 minutos.

Pág. 94

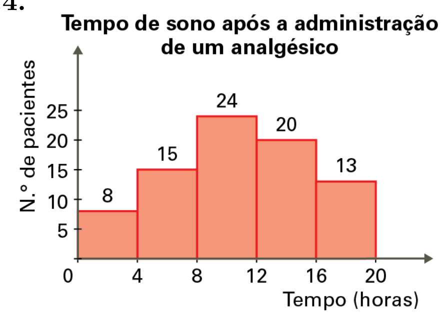
3.1.

Tempo (horas)	Frequência relativa
[0 , 4[	0,10
[4 , 8[	0,19
[8 , 12[	0,30
[12 , 16[	0,25
[16 , 20[	0,16

3.2. 24 + 20 = 44. 44 pacientes

3.3. Não. Apenas se sabe que 24 doentes dormiram entre 8 e 12 horas.

3.4.



4.1. a) 9 + 8 + 6 + 5 +2 = 30. O mês tem 30 dias.

b) 2 + 4 + 6 + 9 + 10 = 31. O mês tem 31 dias

4.2. A pluviosidade foi mais acentuada no mês B.

4.3. O histograma não fornece qualquer informação sobre os dias em que houve maior ou menor pluviosidade.

Pág. 95

1. As duas expressões são aleatórias.
Resposta: **(D)**

2.1. $X = (3, 2)$ e $Y = (1, 4)$
Resposta: **(C)**

2.2. $4 \times 4 = 16$
O espaço amostral tem 16 elementos.

Pág. 96

3. O acontecimento contrário é "sair duas vezes face europeia": (E , E)
Resposta: **(C)**

4.1. $S = \{1, 2, 3, 4,\ 5\ , 6\}$

4.2. $A = \{1, 3, 5\}; B = \{5, 6\}$

a) $C = \{2, 4\}$, por exemplo

b) $C = \{1, 2, 3, 4\}$

c) $C = \{1, 2, 4, 6\}$, por exemplo

5.1. $S = \{1, 2, 3, 4,\ 5\ , 6, 7,\ 8\ , 9, 10\}$

5.2. a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; acontecimento possível

b) $B = \{2, 3, 5, 7\}$; acontecimento possível

c) $C = \{1, 2, 4, 8\}$; acontecimento possível

d) $D = \{1, 4, 9\}$; acontecimento possível

e) $E = \varnothing$; acontecimento impossível

f) $F = S$; acontecimento certo

g) $G = \{6\}$; acontecimento possível

Pág. 97

1.1.

$$P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

1.2.

$$P = \frac{1}{8}$$

1.3.

$$P = \frac{3}{8}$$

1.4.

$$P = \frac{1}{8}$$

1.5.

$$P = \frac{5}{8}$$

1.6.

$$P = \frac{5}{8}$$

2.1. Seja n o número de frutos

$$\frac{n}{3} = 12 \Leftrightarrow n = 36$$

$8 + 12 + p = 36 \Leftrightarrow p = 36 - 20 \Leftrightarrow p = 16$
O cesto tem 16 peras.

2.2. Número de casos possíveis: 36
Número de casos favoráveis: $8 + 12 = 20$

$$P = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

3.

	Só uma sande	Só um sumo	Uma sande e um sumo	Totais
Rapaz	16	58	48	122
Rapariga	49	30	25	104
Totais	65	88	73	226

3.1.

$$P = \frac{104}{226} = \frac{52}{113}$$

3.2.

$$P = \frac{65}{226}$$

3.3.

$$P = \frac{58 + 48}{122} = \frac{106}{122} = \frac{53}{61}$$

3.4.

$$P = \frac{49}{65}$$

Pág. 98

4.

$$1\frac{1}{2} > 1$$

Resposta: **(C)**

5.1 Sejam A, B, C e D os 4 amigos.

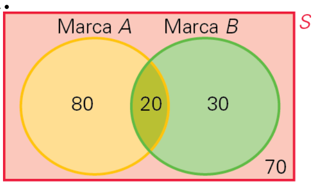
Lugares			
1	**2**	**3**	**4**
A	B	C	D
		D	C
	C	B	D
		D	B
	D	B	C
		C	B
B	A	C	D
		D	C
	C	A	D
		D	A
	D	A	C
		C	A
C	A	B	D
		D	B
	B	A	D
		D	A
	D	A	B
		B	A
D	A	B	C
		C	B
	B	A	C
		C	A
	C	A	B
		B	A

Podem sentar-se de 24 maneiras diferentes.

5.2. Seja C a Carla e D o seu irmão João.
Número de casos favoráveis: 12

$$P = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

6.1.



6.2. a)

$$P = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}$$

b)

$$P = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$$

7. O ramo tem n flores
Número de rosas: 6
Número de tulipas: $n - 6$

$$\frac{n-6}{n} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3n - 18 = 2n \Leftrightarrow n = 18$$

$n - 6 = 18 - 6 = 12$
O ramo tem 12 tulipas.

1.

$$1 - 0,3 - \frac{2}{5} = 0,7 - 0,4 = 0,3$$

A probabilidade de o jogo terminar empatado é 0,3.

2.1. a)

$$P = \frac{1}{10}$$

b)

$$P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

c)

$$P = \frac{3}{10}$$

2.2.

$$\frac{1}{10} + \frac{6}{10} + \frac{3}{10} = 1$$

A probabilidade do acontecimento certo é igual a 1.

2.3.

$$P(\text{Eduarda ganhar}) = P\left(\{2, 3, 4, 5, 7\}\right) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Juliana ganhar}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

O jogo não é justo.

2.4. Por exemplo: "Se sair um número par ganha a Eduarda e se sair um númeo ímpar ganha a Juliana".

3.1.

$$P = \frac{6}{38} = \frac{3}{19}$$

3.2.

$$P = \frac{10 + 14}{38} = \frac{24}{38} = \frac{12}{19}$$

3.3.

$$P = \frac{38 - 8}{38} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19}$$

4.

$$1 - \frac{1}{116\ 531\ 800} = \frac{116\ 531\ 799}{116\ 531\ 800}$$

5. $S = \{A, B, C\}$

5.1. $P(A) + P(B) + P(C) = P(S) = 1$
Resposta: **(C)**

5.2. $P(A \cap B) = P(\varnothing) = 0$
Resposta: **(A)**

5.3. $P\overline{(A \cup B)} = P(C)$
Resposta: **(D)**

6.1. a) $A = \{2, 4\}$

b) $B = \{2, 3, 5\}$

c) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$

d) $\overline{A \cup B} = \{1\}$

6.2. Número de casos possíveis: 4 + 3 + 2 + 2 + 1 = 12

a) $A = 2\ ,\ 4$
Número de casos favoráveis: 3 + 2 = 5

$$P(A) = \frac{5}{12}$$

b) $B = 2\ ,\ 3\ ,\ 5$
Número de casos favoráveis: 3 + 2 + 1 = 6

$$P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

c)

$$P\left(\bar{A}\right) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

d) $A \cap B = \{2\}$
Número de casos favoráveis: 3

$$P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

e) $\overline{A \cup B} = \{1\}$
Número de casos favoráveis: 4

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

f) $\bar{A} \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5\} = \{3, 5\}$
Número de casos favoráveis: 2 + 1 = 3

$$P\left(\bar{A} \cap B\right) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

7. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$0{,}6 = \frac{1}{5} + P(B) \Leftrightarrow P(B) = 0{,}6 - 0{,}2 \Leftrightarrow P(B) = 0{,}4$$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$
Resposta: **(C)**

Pág. 101

1.

	+	2.ª carta K ♠	Q ♠	J ♠	K ♡	Q ♡	J ♡
1.ª carta	K ♠		X	X	X	X	X
	Q ♠	X		X	X	X	X
	J ♠	X	X		X	X	X
	K ♡	X	X	X		X	X
	Q ♡	X	X	X	X		X
	J ♡	X	X	X	X	X	

1.1. Número de casos possíveis: $2 \times 15 = 30$

1.2. a) Número de casos possíveis: 6

$$P = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

b) Número de casos possíveis: 2

$$P = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

c) Número de casos possíveis: $2 \times 9 = 18$

$$P = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

d) Número de casos possíveis: 8

$$P = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

2.1.

×	0	1	2	3	4
0		0	0	0	0
1	0		2	3	4
2	0	2		6	8
3	0	3	6		12
4	0	4	8	12	

a) Produtos possíveis: 0, 2, 3, 4, 6, 8, 12
Pode obter 7 produtos diferentes.

b) Número de casos possíveis: 20
Número de casos favoráveis: 2

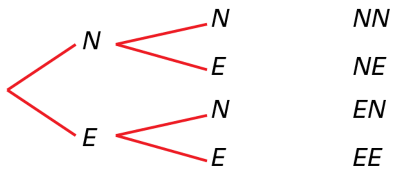
$$P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

2.2. Depois de tirar um bola roxa ficaram no saco 4 bolas sendo 2 verdes:

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3.

1.º lançamento 2.º lançamento Casos possíveis



Número de casos possíveis: 4
Número de casos favoráveis: 3 (NE, EN e EE)

$$P = \frac{3}{4}$$

4.

		Roda					
	$+$	0	0	0	1	1	5
Pião	-1	-1	-1	-1	0	0	4
	-1	-1	-1	-1	0	0	4
	-1	-1	-1	-1	0	0	4
	1	1	1	1	2	2	6

Número de casos possíveis: $4 \times 6 = 24$

4.1. Número de casos favoráveis: 6

$$P = \frac{6}{24} = \frac{1}{6}$$

4.2. Número de casos favoráveis: 9

$$P = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

4.3. O acontecimento é impossível ; $P = 0$

Pág. 102

5.

$+$	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

Número de casos possíveis: 9

5.1. Número de casos favoráveis: 2

$$P = \frac{2}{9}$$

5.2. Número de casos favoráveis: 8

$$P = \frac{8}{9}$$

5.3. Número de casos favoráveis: 3

$$P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

5.4. O acontecimento é impossível ; $P = 0$

6. Número de casos possíveis: 100 000 (0 a 99 999)

6.1. Número de casos favoráveis: 1

$$P = \frac{1}{100\ 000} = 0,000\ 01$$

6.2. Metade dos casos possíveis são números pares.

$$P = \frac{1}{2} = 0,5$$

6.3. Os casos favoráveis são os números 90 000 a 99 999.
Número de casos favoráveis: 99 999 − 90 000 + 1 = 10 000

$$P = \frac{10\ 000}{100\ 000} = 0,1$$

7.

	R	R	B	B	B
1					1
2	R	R	B	B	B
3					
4	R	R	B	B	B
5					
6	R	R	B	B	B
7					
9					

Número de casos possíveis: $8 \times 5 = 40$

7.1. Número de casos favoráveis: $5 \times 5 = 25$

$$P = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

7.2. Número de casos favoráveis: 9

$$P = \frac{9}{40}$$

Pág. 103

1.1. Primeiro jogo: G ; Segundo jogo: P ; Terceiro jogo: P

1.2. $(9 : 20) \times 100 = 45$. Ganhou 45 % dos jogos.

1.3. 0,6. A frequência relativa dos jogos ganhos pela Maria tende a estabilizar em 0,6.

1.4.

$$\frac{100 \times 0,6 + 20 \times 0}{120} = 0,5$$

Pág. 104

2.1. a) Número de vezes que saiu 5 ou 6: n
96 + 156 + 84 + 96 = 432 ; 1 − 0,64 = 0,36
432 lançamentos corresponde a 36 %

Lançamentos		Percentagem
432	——	36
x	——	100

$$x = \frac{432 \times 100}{36} = 1200$$

A Filipa realizou 1200 lançamentos.

b) 0,64 : 4 = 0,16 ; $P(5) = 0{,}16$
A probabilidade de sair 5 é 16 %.

c) $P(\{6\}) = 3 \times 0,16 = 0,48$
A probabilidade de sair 6 é 48 %.

2.2. Casos possíveis

		2.° lançamento					
		1	2	3	4	5	6
1.° lançamento	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Número de casos possíveis: 36

a) $\bar{A}$: não sair 3 em qualquer dos lançamentos
Número de casos favoráveis: 36 − 11 = 25

$$P(\bar{A}) = \frac{25}{36}$$

b) B: sair par em pelo menos um dos lançamentos
Número de casos favoráveis: $3 \times 6 + 3 \times 3 = 27$

$$P = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

c) $A \cap B$: sair 3 e sair par em pelo menos um dos lançamentos.
Número de casos favoráveis: 6

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

d) $A \cap \bar{B}$: sair 3 em pelo menos um dos lançamentos e sair ímpar nos dois lançamentos.
Número de casos favoráveis: 1 + 3 + 1 = 5

$$P = \frac{5}{36}$$

e) $A \cup B$**:** sair 3 ou sair par em pelo menos um dos lançamentos.
Número de casos favoráveis: $4 \times 6 + 2 \times 4 = 32$

$$P = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

f)

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

3.1.

$$\begin{cases} 1 \times 0,2 + 2a + 3 \times 0,2 + 4b + 5 \times 0,1 + 6 \times 0,3 = 3,74 \\ 0,2 + a + 0,2 + b + 0,1 + 0,3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b + 0,2 + 0,6 + 0,5 + 1,8 = 3,74 \\ a + b + 0,8 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 3,74 - 3,1 \\ a + b = 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 0,64 \\ a + b = 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 0,32 \\ a = 0,2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2 - b + 2b = 0,32 \\ a = 0,2 - b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0,12 \\ a = 0,08 \end{cases}$$

a = 0,08 e b = 0,12

3.2. a) $A \cap B = \{5\}$
Os acontecimentos A e B não são disjuntos porque $A \cap B = \{5\} \neq \varnothing$

b) $A \cap \bar{B} = \{1, 3\}$
$P\left(A \cap \bar{B}\right) = 0,2 + 0,2 = 0,4$

Pág. 105

1.1.

$$\frac{20}{160} = 0,125 = 12,5\,\%$$

1.2

$$\frac{76}{160} \times 2000 = 950$$

950 votos

2.1.

$$120 \times \frac{1}{5} = 24$$

Seria de esperar que o número 5 saísse aproximadamente 24 vezes.

2.2.

$$\frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

2.3. O reduzido número de lançamentos não permite ainda tirar essa conclusão. No entanto, o facto de o número 5 ter saído cerca de o dobro das vezes de qualquer um dos outros poderá sugerir que o pião é viciado.

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ porque $A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow 0,7 = P(A) + 0,1 \Leftrightarrow P(A) = 0,6$
Resposta: **(B)**

Pág. 106

4.1. $0,05 + x + 0,45 + 0,2 = 1 \Leftrightarrow x + 0,7 = 1 \Leftrightarrow x = 0,3$
P (vermelha) = 0,3

4.2. Seja n o número de etiquetas existentes no saco

$$\frac{15}{n} = 0,2 \Leftrightarrow n = \frac{15}{0,2} \Leftrightarrow n = 75$$

$75 \times 0,05 = 3,75$
Se estivessem 15 etiquetas amarelas no saco o total de etiquetas seria 75. O número de etiquetas cinzentas seria $0,05 \times 75 = 3,75$, o que não é possível porque os valores apresentados são exatos e $3,75 \notin \mathbb{N}$

4.3.

$$0,05 = \frac{1}{20}\ ;\ 0,3 = \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$0,45 = \frac{9}{20}\ ;\ 0,2 = \frac{2}{10} = \frac{4}{20}$$

Cinzenta	**Vermelha**	**Azul**	**Amarela**
1	6	9	4

5.1. $4 \times 6 = 24$. Há 24 resultados possíveis.

5.2. (1, 6) , (2 , 5) , (3 , 4) e (4 , 3)
A soma é 7 em 4 casos.

5.3. Casos em que a soma é 9: (3 , 6) e (4 , 5)

$$P\,(\text{soma } 7) = \frac{4}{24} \text{ e } P\,(\text{soma } 9) = \frac{2}{24}$$

O jogo não é justo pois P (soma 7) $= \frac{2}{12}$ e P (soma 9) $= \frac{1}{12}$

6.1. É um histograma.

6.2. 17 + 28 + 21 + 10 = 76. 76 alunos.

6.3.

$$\left(\frac{28+21+10}{5+9+17+28+21+10} \times 100\right)\% = \left(\frac{59}{90} \times 100\right)\% \approx 65,6\,\%$$

Pág. 107

1. Resposta: **(C)**

2.1. a)

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

b)

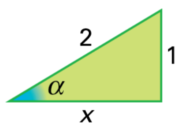
$$P = 1 - \frac{5}{15} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

2.2. O Tiago comprou n *T-shirts* pretas

$$\frac{5+n}{15+10} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow 25 + 5n = 50 \Leftrightarrow 5n = 25 \Leftrightarrow n = 5$$

O Tiago comprou 5 *T-shirts* pretas.

3.



$$\sin\alpha = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 1^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 3 \overset{x\geq 0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{3}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Resposta: **(A)**

4.

$$3 - \frac{x}{2} > \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 3 - \frac{x}{2} > \frac{3x}{2} - \frac{3}{4} \Leftrightarrow 12 - 2x > 6x - 3 \Leftrightarrow 8x < 15 \Leftrightarrow x < \frac{15}{8}$$

$$x < \frac{15}{8} \wedge x \in \mathbb{N} \Leftrightarrow x = 1$$

$A = \{1\}$

5.

$$f\,(x) = g\,(x) \Leftrightarrow x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$f\,(-1) = 1$ e $f\,(2) = 4$
$A\,(-1\ ,\ 1)$ e $B\,(2\ ,\ 4)$

6.1. $A\overset{\frown}{BC} = 360° - 120° - 80°$; $A\overset{\frown}{BC} = 160°$

$$\begin{cases} \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} = 160° \\ \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} + 60° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{BC} + 60° + \overset{\frown}{BC} = 160° \\ \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} + 60° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\overset{\frown}{BC} = 100° \\ \overset{\frown}{AB} = BC + 60° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{BC} = 50° \\ \overset{\frown}{AB} = 110° \end{cases}$$

a) $\overset{\frown}{CB} = 50°$

b) $\overset{\frown}{BA} = 110°$

c)

$$A\hat{F}D = \frac{120° + 50°}{2} = 85°$$

d)

$$A\hat{E}D = \frac{120° - 50°}{2} = 35°$$

6.2. $B\hat{E}C = A\hat{E}D = 35°$
$C\hat{F}B = A\hat{F}D = 85°$
$85° + 35° = 120° \neq 180°$
O quadrilátero $[CEBF]$ não é inscritível numa circunferência porque $C\hat{F}B + A\hat{F}D = 120° \neq 180°$

7.