# AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

## Ficha de Trabalho Nº 03 – Geometria

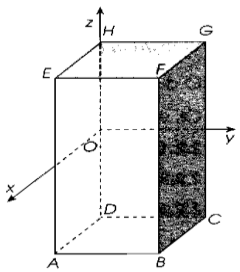
**1** O valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que o ponto $A(3\ ,\ \alpha - 4)$ pertença à recta definida pela equação $2x - y + 3 = 0$ , é:

**A)** 13 ; **B)** 9 ;

**C)** 4 ; **D)** $-13$ .

**2** A figura representa um prisma quadrangular recto.

- A origem do referencial é o ponto médio de $[DH]$
- $G(0\ ,\ 2\ ,\ 4)$




**2.1.** Uma equação do plano $EFB$ é:

**A)** $y = 2$ ; **B)** $x = 2$ ;

**C)** $x = -2$ ; **D)** $x = 0$ .

**2.2.** Uma equação da recta $FC$ , é:

**A)** $(x\ ,\ y\ ,\ z) = (0\ ,\ 2\ ,\ -4) + k(-2\ ,\ 0\ ,\ -8)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**B)** $(x\ ,\ y\ ,\ z) = (0\ ,\ 2\ ,\ -4) + k(-2\ ,\ 4\ ,\ 0)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**C)** $(x\ ,\ y\ ,\ z) = (0\ ,\ 2\ ,\ -4) + k(2\ ,\ -4\ ,\ 0)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**D)** $(x\ ,\ y\ ,\ z) = (4\ ,\ 0\ ,\ 2) + k(2\ ,\ -4\ ,\ 0)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ .

**2.3.** As coordenadas do ponto médio de $[EC]$ são:

**A)** $(-1\ ,\ -1\ ,\ 0)$ ; **B)** $(1\ ,\ 0\ ,\ 1)$ ;

**C)** $(2\ ,\ 0\ ,\ 0)$ ; **D)** $(1\ ,\ 1\ ,\ 0)$ .

**2** Considere, num referencial o.n. do plano, os pontos $A(1\ ,\ 3)$ e $B(-2\ ,\ +4)$ .

**2.1.** Uma equação vectorial da recta $AB$ é:

**A)** $(x\ ,\ y) = (1\ ,\ 3) + k(-1\ ,\ 1)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**B)** $(x\ ,\ y) = (1\ ,\ 3) + k(-3\ ,\ 1)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**C)** $(x\ ,\ y) = (1\ ,\ 3) + k(-3\ ,\ -7)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ ;

**D)** $(x\ ,\ y) = (-2\ ,\ -4) + k(-1\ ,\ 1)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ .

**2.2.** O parâmetro $k \in \mathbb{R}$ de modo que a recta de equação $x - (k+1)\,y = 4$ seja paralela à recta $AB$ é:

**A)** $-4$ ; **B)** 4 ; **C)** $-3$ ; **D)** 1 .

**2.3.** A abcissa do ponto da recta $AB$ que tem ordenada 2 é:

**A)** $-2$ ; **B)** $-4$ ; **C)** 4 ; **D)** $-5$ .

**3** Seja $(x\ ,\ y) = (2\ ,\ 3) + k(1\ ,\ -3)\ ,\ k \in \mathbb{R}$ a equação vectorial da recta $r$ . A equação reduzida da recta que contém a origem do referencial e é paralela à recta $r$ é:

**A)** $y = -3x$ ; **B)** $y = -\frac{1}{3}x$ ; **C)** $y = -3x + 1$ ; **D)** $y = -\frac{1}{3}x - 1$ .

**1** Considere os pontos $A(1\ ,\ 0\ ,\ 2)$ e $B(2\ ,\ 1\ ,\ 4)$ .

A norma do vector $\overrightarrow{AB}$ é:

**A)** $\sqrt{6}$ ; **B)** 2 ; **C)** $\sqrt{14}$ ; **D)** $-2$ .

**2** Num referencial o.n. $(O\ ,\ \vec{e}\ ,\ \vec{f})$ considere os pontos $A(-2\ ,\ 3)$ e $B(2\ ,\ -2)$ e os vectores $\vec{a}(2\ ,\ 1)$ e $\vec{b}(0\ ,\ -1)$ .

**2.1.** Os valores de $x$ e $y$ , tais que:

$$A + x\,\vec{b} - y\,\vec{a} = B\ ,\ \text{são:}$$

**A)** $x = -2$, $y = 7$ ; **B)** $x = 2$, $y = -7$ ;

**C)** $x = -7$, $y = -2$ ; **D)** $x = 7$, $y = -2$ .

**2.2.** A equação reduzida da recta paralela ao vector $\vec{a}$ que passa pelo ponto $A$ é:

**A)** $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ ; **B)** $y = \frac{1}{2}x + 4$ ;

**C)** $y = 2x - 7$ ; **D)** $y = 2x - 8$ .

**2.3.** As coordenadas do vector $\vec{w}$ de norma $2\sqrt{5}$ , colinear a $\vec{a}$ e com sentido oposto a $\vec{a}$ são:

**A)** $\left(2\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2}\right)$ ; **B)** $(4\ ,\ 2)$ ;

**C)** $(-4\ ,\ -2)$ ; **D)** $\left(-2\sqrt{2}\ ,\ -\sqrt{2}\right)$ .

**3** Considere os pontos do espaço, $A(-2\ ,\ 3\ ,\ 1)$ e $B(2\ ,\ -5\ ,\ 0)$ . Uma equação da esfera de diâmetro $[AB]$ é:

**A)** $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 \leqslant \frac{9}{4}$ ; **B)** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + z^2 \leqslant 81$ ;

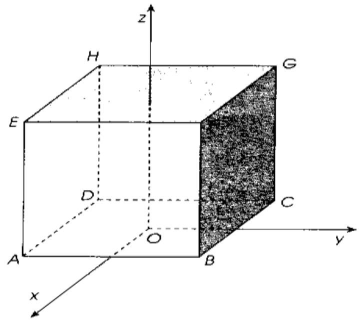
**C)** $x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 \leqslant \frac{81}{4}$ ; **D)** $x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$ .

**4** A área da intersecção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 25$ com o plano de equação $z = 3$ é:

**A)** $4\pi$ ; **B)** $25\pi$ ;

**C)** $9\pi$ ; **D)** $16\pi$ .

**1** O cubo da figura, representado no referencial ortonormado $Oxyz$, tem de volume $216\ cm^3$. A origem do referencial é o ponto médio de $[AC]$.




**1.1.** Indique as coordenadas dos vértices do cubo.

**1.2.** Escreva condições que identifiquem:

**1.2.1.** o plano que contém a face $[ADHE]$;

**1.2.2.** a aresta $[CG]$;

**1.2.3.** o plano mediador do segmento $[AG]$.

**1.3.** Calcule a medida da diagonal espacial do cubo.

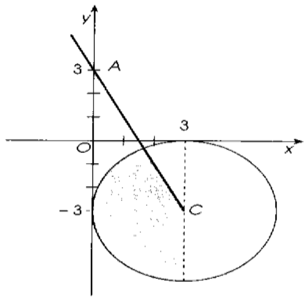
**1.4.** Indique, justificando:

**1.4.1.** um plano perpendicular ao plano $CDH$;

**1.4.2.** uma recta paralela à recta $HF$;

**1.4.3.** uma recta paralela ao plano $ABF$.

**2** Considere a figura representada no referencial ortonormado $Oxy$.




**2.1.** Prove que a recta $AC$ é paralela à recta de equação:

$$(x\ ,\ y) = (1\ ,\ 2) + k\,(1, -2),\ \ k \in IR\ .$$

**2.2.** Mostre que uma equação da circunferência de centro $C$ e tangente aos eixos é:

$$x^2 + y^2 - 6x + 6y = -9$$

**2.3.** Defina, por meio de uma condição, o conjunto de pontos representados a sombreado.

**3.**

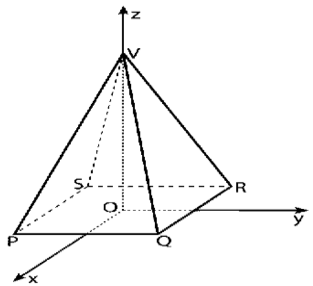
Considere num referencial o.n. Oxyz, uma pirâmide regular de base quadrada.
O vértice da pirâmide pertence ao semieixo positivo Oz;
A base da pirâmide está contida no plano xOy;
A aresta $[PQ]$ é paralela ao eixo Oy;
O ponto Q tem de coordenadas (2, 2, 0).

a) Sabendo que o volume da pirâmide é igual a 32 $cm^3$, calcule as coordenadas do ponto V.

b) Determine a equação vectorial da recta VR.

c) Determine uma equação do plano mediador de $[VS]$.

d) Calcule o perímetro da secção produzida na pirâmide pelo plano VOP, com aproximação ao milímetro.




**4** Considere os pontos $A\,(2\ ,\ 5)$, $B\,(2\ ,\ 3)$ e a recta $r: y = 2x - 1$.

**4.1.** Verifique se o ponto $B$ pertence ou não à recta $r$.

**4.2.** Escreva uma equação da recta $AB$.

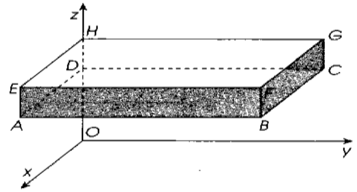
**4.3.** Determine as coordenadas do ponto de intersecção das rectas $r$ e $AB$.

**4.4.** Escreva uma equação da mediatriz do segmento $[AB]$.

**4.5.** Prove que a equação $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$ define a circunferência que passa no ponto médio de $[AB]$ e tem centro no ponto $B$.

**4.6.** Calcule $k$ de modo que o vector $\vec{u}\,(k\ ,\ -1)$ seja colinear com um vector director da recta $r$.

**5** No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um paralelepípedo em que $H\,(0\ ,\ 0\ ,\ 6)$ e $B\,(4\ ,\ 8\ ,\ 4)$.




**5.1.** Calcule o volume do paralelepípedo.

**5.2.** Escreva uma equação dos planos:

**5.2.1.** $ABF$;

**5.2.2.** $ABC$.

**5.3.** Desenhe a secção feita no paralelepípedo pelo:

**5.3.1.** plano mediador do segmento $[EF]$;

**5.3.2.** plano $AEG$. Determine a área desta secção.

**5.4.** Indique:

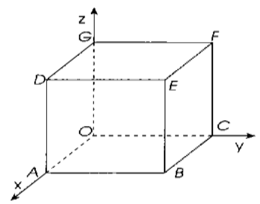
**5.4.1.** duas rectas perpendiculares;

**5.4.2.** uma recta paralela ao plano $AED$.

**5.5.** Calcule a norma do vector $\overrightarrow{AG}$.

**5.6.** Escreva uma equação da recta $BH$.

**6** No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um cubo de duas unidades de aresta e faces paralelas aos planos coordenados.




**6.1.** Determine:

**6.1.1.** $\overline{EG}$ e $\overline{CD}$;

**6.1.2.** o volume do cubo.

**6.2.** Escreva uma equação do plano $DEF$.

**6.3.** Escreva uma condição que defina a recta $EB$.

**6.4.** Defina analiticamente a esfera contida no cubo que é tangente a todas as faces do cubo.

**6.5.** Escreva uma equação do plano mediador de $[AF]$.

**<u>SOLUÇÕES</u>**: 1.2.1) y=-3 1.2.2) $x=-3 \wedge y=3$ 1.2.3) –x+y+z-3=0 1.3) $6\sqrt{3}$ 1.4.1) AEH 1..4.2) DB 1.4.3) CG 2.3) $(x-3)^2+(y+3)^2 \le 9 \wedge x \langle 3 \wedge y \le -2x+3$ 3.a)V(0,0,6) b) $(x,y,z)=(0,0,6)+k(2,-2,6)\,,k \in IR$ c)x+y+3z-7=0 d) $4(\sqrt{11}+\sqrt{2})$ 4.1)Sim 4.2)x=2 4.3)(2,3) 4.4)y=4 4.6) $k=-\frac{1}{2}$ 5.1)64 5.2.1) x=4 5.2.2)z=4 5.3.1)Retângulo 5.3.2)Retângulo; $8\sqrt{5}$ 5.4.1)AE e AB 5.4.2)BC 5.5) $2\sqrt{21}$ 5.6) $(x,y,z)=(o,o,6)+k(4,8,-2)\,,k \in IR$ 6.1.1) $\sqrt{8}$ ; $2\sqrt{3}$ 6.1.2) 8 6.2) z=2 6.3) $x=2 \wedge y=2$ 6.4) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 \le 1$ 6.5)-x+y+z-1=0