

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

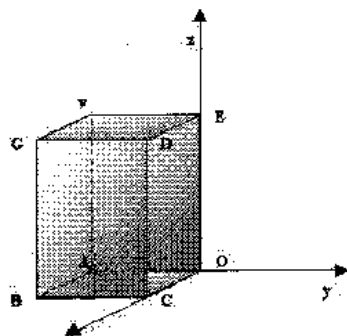
Geometria

Ficha de Trabalho Nº04

10º Ano

1. Observa com atenção a figura que representa um prisma quadrangular recto. Da figura sabe-se que:

$$\overline{AB} = 2\text{cm} \text{ e } \overline{OE} = 3\text{cm}$$



- Escreva as coordenadas dos pontos B, F e D' (sendo D' o simétrico de D relativamente ao plano xOy).
- Diga, justificando, qual a posição da recta BG em relação ao plano ABC.
- Calcule a área da secção produzida no prisma pelo plano BCE.
- Escreva uma condição que defina:

d.1 O plano que contém a face [ABGF].

d.2 O segmento de recta [GD].

- Escreva a equação vectorial da recta BE.
- Defina analiticamente a superfície esférica de diâmetro [GE].

2.

Resolva pelo método de redução cada um dos seguintes sistemas:

$$2.1 \begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$2.2 \begin{cases} y = 3x - 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$2.3 \begin{cases} x = y + 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$2.4 \begin{cases} y = 3x - 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

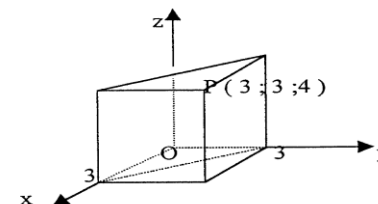
$$2.5 \begin{cases} 8x - 9y = 0 \\ 8x + 6y = 0 \end{cases}$$

$$2.6 \begin{cases} x - y = -5 \\ 3x + 5y = -10 \end{cases}$$

$$2.7 \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

$$2.8 \begin{cases} 5x + 7y = 2 \\ 3x - 9y = -1 \end{cases}$$

5. Num referencial o. n. do espaço está representado um prisma triangular.



Os pontos simétricos de P em relação ao plano YOZ e ao eixo OX respectivamente, são :

(A) (3; 3; -4) e (3; -3; -4)

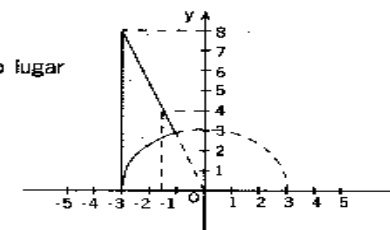
(C) (3; 0; -4) e (3; -3; -4)

(B) (-3; 3; 4) e (3; -3; -4)

(D) (-3; 3; 4) e (-3; 3; 4)

8

Escreva uma equação que caracterize o lugar geométrico representado a cor na figura.



9

Resolva o seguinte sistema e interprete geometricamente a solução.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = -x \end{cases}$$

Soluções : 1.a) B(2, -2, 0) F(0, -2, 3) D'(2, 0, -3) b) perpendicular; $2\sqrt{13}$; d.1) $y = -2$;

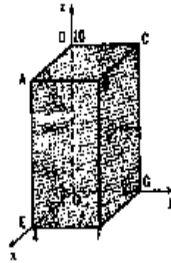
d.2) $x = 2 \wedge z = 3 \wedge -2 \leq y \leq 0$; e) $(x, y, z) = (0, 0, 3) + (k(-2, 2, 3), k \in \mathbb{R})$;

f) $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$; 2.1) (1, 2); 2.2) (2, 4); 2.3) (2, -1) 2.4) $\left(\frac{7}{9}, \frac{1}{3}\right)$;

2.5) (0, 0); 2.6) $\left(-\frac{35}{8}, -\frac{5}{8}\right)$; 2.7) $\left(\frac{2}{7}, -\frac{39}{21}\right)$; 2.8) $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$; 8) $x^2 + y^2 \geq 9 \wedge x \geq -3 \wedge y \leq -\frac{8}{3}x$

9) intersecção duma elipse com uma circunferência $\left(\frac{6}{\sqrt{13}}, -\frac{6}{\sqrt{13}}\right), \left(-\frac{6}{\sqrt{13}}, \frac{6}{\sqrt{13}}\right)$

1. Na figura está representado um referencial tridimensional e um prisma quadrangular regular.
1. Obtém:
- As coordenadas dos pontos A, B, C, F e G.
 - Duas rectas não coplanares.
 - O simétrico do ponto B relativamente ao plano XOY.
 - As coordenadas do vector $\overrightarrow{EC}$.
 - Uma equação da recta AB.
 - Uma equação do plano ABF.
2. Pretende-se fazer um aquário. Para isso é colocada uma bola cheia de ar no centro do prisma tangente às faces laterais.
- Determina o centro da bola.
 - Escreve uma equação dessa esfera (bola).
 - Determina a quantidade de água máxima que o aquário pode levar (unidades em dm^3).



3. A circunferência da figura 1 tem centro no ponto $(1, 1)$ e passa no ponto $(-1, 0)$.

- 3.1. Defina analiticamente o domínio tracejado, incluindo o contorno.

- 3.2. Verifique que

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$$

é uma equação da circunferência representada na figura 1.

- 3.3. Escreva as equações reduzidas das tangentes à circunferência dada que são paralelas ao eixo dos xx .

- 3.4. Determine os pontos da circunferência que pertencem à bissetriz dos quadrantes pares.

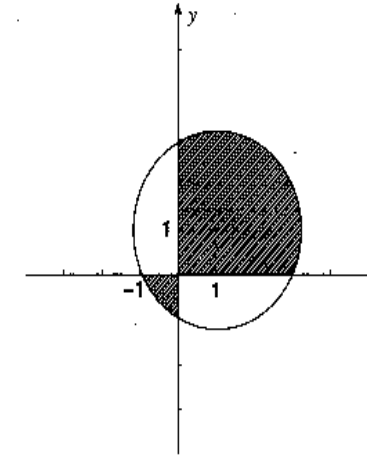


Fig. 1

2. Na figura 1, tem-se que:

- AB é uma recta de equação $y = -x + 1$.
- C é o ponto de coordenadas $(2, 3)$;
- O arco BC pertence a uma circunferência de centro no ponto $(6, 1)$;
- O triângulo $[ABC]$ é isósceles.

- 2.1. Prove que:

2.1.1. O triângulo $[ABC]$ é rectângulo em A.

2.1.2. A medida do raio da circunferência a que pertence o arco BC é $\sqrt{20}$.

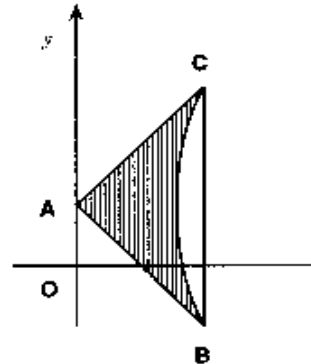


Fig. 1

- 2.2. Determine as coordenadas do ponto B.

- 2.3. Escreva uma condição que defina o domínio plano tracejado.

- 4) Escreva a condição que caracteriza a região plana sombreada.

Sol: 1.1.a) A(4,0,10) B(4,4,10)

C(0,4,10) F(4,4,0) G(0,4,0);

1.1.b) recta AB e CG por exemplo;

1.1.c) $B'(4,4,-10)$; 1.1.d) $(-4,4,10)$

1.1.e) $(x,y,z) = (4,0,10) + k(0,4,0)$, $k \in \mathbb{R}$

1.1.f) $x=4$; 1.2.a) $(2,2,5)$;

1.2.b) $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 \leq 4$; 1.2.c) 126,5; 2.2) B(2,-1);

2.3) $(x-6)^2 + (y-1)^2 \geq 20 \wedge y \geq -x+1 \wedge y \leq x+1$;

3.1) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 5 \wedge ((x \geq 0 \wedge y \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge y \leq 0))$;

3.3) $y = 1 + \sqrt{5}$ e $y = 1 - \sqrt{5}$; 3.4) $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ e $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$;

4) $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \leq -2x+4 \wedge y \leq x+4$

