AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho N.º 01 **TRIGONOMETRIA - 11º ANO**

1) Sem o uso da calculadora calcule o valor **exato** de cada uma das expressões:

$a) \sin\pi + \cos 3\pi + 2 tg\, 8\pi + \cos 5\pi$ $b) \sin 270º - \cos 90º + tg\, 180º - \sin 90º$

$c) 2\sin 630º - 3\cos 180º + 5 tg\, 720º - \cot g(-90º)$ $d) \sin 210º + \cos 60º + tg\, 45º$

$e) tg\, 225º + \cos 240º + tg\, 330º - 2\cot g 315º$ $f) \dfrac{\cos 1080º - 2\sin 1530º}{\sin(-270º) + tg\, 0º}$

$g) 2\sin\dfrac{\pi}{3} - 3\cos\dfrac{7\pi}{6} - \sin\dfrac{11\pi}{6} + tg\,\dfrac{5\pi}{3}$ $h) \cos\dfrac{13\pi}{2} - tg\,\dfrac{3\pi}{4} + \cot g\,\dfrac{7\pi}{6} - \sin(-\dfrac{5\pi}{3})$

2)Mostre que, para os valores em que têm significado, se tem:

$a) 2 + 3\sin^2 x = 5 - 3\cos^2 x$ $b) \left(1 + \dfrac{1}{tg^2 x}\right)\left(1 - \cos^2 x\right) = 1$ $c) \dfrac{\cos x}{1 + \sin x} = \dfrac{1 - \sin x}{\cos x}$

$d) 1 - \sin^4 x = \cos^2 x + \cos^2 \times \sin^2 x$ $e) \left(\sin x + \cos x\right)^2 - \left(\sin x - \cos x\right)^2 = 4\sin x\cos x$

$f) \dfrac{1}{\cos x} = \sin x\left(tgx + \dfrac{1}{tgx}\right)$ $g) \left(1 + tg^2 x\right)\left(-\sin^2 x + 1\right) = 1$

3)Simplifique cada uma das expressões:

$a) \cos^2\alpha - \sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha$ $b) \dfrac{1}{\cos\alpha\sin\alpha} - \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$c) \cos^3\alpha + \cos\alpha\sin^2\alpha$ $d) \left(1 + tg^2\alpha\right)\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

4) Calcule o(s) valor(es) real(ais) de m que verifica(m) cada uma das condições:

$a) \sin\beta = \dfrac{m+1}{5} \wedge \cos\beta = \dfrac{2m}{5}$ $b) tg\,\alpha = \dfrac{m+1}{2} \wedge \cot g\alpha = 5$

$c) \sin x = \dfrac{1}{3} \wedge tgx = -2m$ $d) \sin x = \dfrac{m+1}{2} \wedge x \in]0º, 90º[$

5) Simplifique cada uma das seguintes expressões:

$a) \sin(180º + \alpha) + \cos(180º - \alpha) + tg(360º + \alpha)$ $b) \cos(270º - \alpha) - tg(-\alpha) + \sin(90º + \alpha)$

$c) \cos(2\pi + \alpha) + \sin(\pi - \alpha) - 2\sin(2\pi - \alpha)$ $d) \cos(7\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha) - 2\sin(6\pi + \alpha) - \sin(\alpha - \pi)$

$e) \cos(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\dfrac{7}{2}\pi + \alpha)$ $f) \cos(\dfrac{\pi}{2} - \alpha) + 3\sin(\alpha - \dfrac{7\pi}{2})$

6) Sabendo que $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$, determine o valor de:

$a) \sin(180º + \alpha) + \cos(180º - \alpha) + tg(360º + \alpha)$, sendo $\alpha \in 1º Q$

$b) \cos(270º - \alpha) - tg(-\alpha) + \sin(90º + \alpha)$, sendo $\alpha \in 4º Q$

$c) \dfrac{\cos(\pi - \alpha) - \sin(-\alpha - \pi)}{\sin(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha) - \cos(\dfrac{\pi}{2} - \alpha)}$, sendo $\alpha \in 1º Q$

7) Determine em cada caso as restantes razões trigonométricas:

$a) \sin\alpha = 0{,}2 \wedge \alpha \in 1º Q$ $b) \cos\beta = 0{,}8 \wedge \beta \in 4º Q$ $c) tg\delta = 3 \wedge \pi \langle \delta \langle \dfrac{3\pi}{2}$ $d) tg\lambda = -\dfrac{1}{4} \wedge \lambda \in]0, \pi[$

8) Sabendo que $\sin\left(\pi + \alpha\right) = -\dfrac{3}{4} \wedge \alpha \in 2º Q$, calcule :

$a) \sin\alpha$, $\cos\alpha$, $tg\alpha$ $b) \dfrac{\sin(\pi - \alpha)}{1 - \cos\alpha}$

9) Resolva cada uma das seguintes equações trigonométricas:

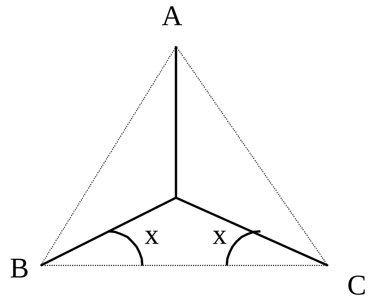
$a)\ \sin x = \frac{1}{2}$ $\quad b)\ 2\sin(3x) + \sqrt{3} = 0$ $\quad c)\ -5\sin(\frac{x}{2}) = 0$

$d)\ \sin(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad e)\ \sin^2 x - 1 = 0$ $\quad f)\ \sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$

$g)\ \sin x + \sin(\frac{\pi}{3}) = 0$ $\quad h)\ \cos x = \cos\frac{\pi}{3}$ $\quad i)\ \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$j)\ \cos(3x) = -\cos\frac{\pi}{6}$ $\quad k)\ 3\cos(x + \frac{\pi}{5}) = 3$ $\quad l)\ 5 - 5\cos^2 x = 0$

10) Três aldeias A, B e C situam-se nos três vértices de um triângulo equilátero de lado 1 Km.
A Companhia dos Telefones vai fazer uma nova instalação de cabos ligando as três aldeias.
A solução mais económica é do tipo da figura.



a) Mostre que o comprimento da instalação, em função do ângulo x, é dado por $C(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\tan x, 0 \le x \le 60^{\circ}$

b) Calcule C(60º) e interprete o resultado obtido, referindo a forma da ligação e o respetivo comprimento.

c) Utilize a calculadora para obter a solução ótima para o problema, isto é, o valor de ***x*** que corresponde ao menor comprimento do cabo. Indique qual é esse comprimento.
Explique como procedeu com a máquina.

11) Num determinado quadrante o seno é decrescente e a tangente é negativa.
Relativamente a esse quadrante , qual das afirmações é verdadeira ?

(A) O cosseno é positivo e crescente. (B) O cosseno é positivo e decrescente.
(C) O cosseno é negativo e crescente. (D) O cosseno é negativo e decrescente.

12) Considere a função real de variável real definida por $g(x) = \sin(2x)$.
Então o período de ***g*** é :

$(A)\ 2\pi$ $\quad (B)\ \pi$ $\quad (C)\ \frac{\pi}{2}$ $\quad (D)\ \frac{3\pi}{2}$

13) No intervalo $[0, 2\pi]$, quais os zeros da função $f(x) = 2\cos x + 1$?

(A) $\left\{-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$ **(B)** $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ **(C)** $\left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$ **(D)** $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

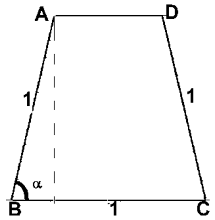
14) A expressão geral das soluções da equação $2\sin x = 1$, com $k \in Z$, é :

$(A)\ x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ $\quad (B)\ x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$(C)\ x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ $\quad (D)\ x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

15) Sendo $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\frac{5}{13}, 0 \langle x \langle \pi$, calcule o valor de $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \mathrm{tg}(5\pi + x)$.

16) Observe o trapézio isósceles ao lado onde $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 1$.



a) Mostre que a sua área é dada por $A(\alpha) = \sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha$

b) Calcule a área do trapézio para $\alpha = 60^{\circ}$.

$$\text{Área do Trapézio} = \frac{\text{Base Maior} + \text{Base Menor}}{2} \times \text{Altura}$$

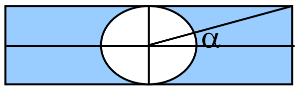
17) Considere as funções $f(x)=4\cos(x) - 2$ e $g(x) = -2 + 4\text{sen}(2x)$. Calcule:

a) $f\left(\frac{4\pi}{3}\right) + g\left(\frac{\pi}{3}\right)$ b) os zeros de g. c) o contradomínio de f.

d) as soluções da equação $f(x)=g(x)$ no intervalo $[-\pi, \pi]$.

18) A figura abaixo representa um canteiro de forma retangular cuja diagonal mede 20 m. O canteiro tem uma zona circular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado na figura. Mostre que a área (em m^2) da zona relvada é dada, em função de α, por

$g(\alpha) = 100\text{sen}\,\alpha(4\cos\alpha - \pi.\text{sen}\,\alpha)$



Soluções: 1.a) -2 b) -2 c) 1 d) 1 e) $\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$ f) -1 g) $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$ h) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ 3.a) -1 b) $tg\alpha$ c) $\cos\alpha$ d) $\cos^2\alpha$
4.a) $2; -2{,}4$ b) $-\frac{3}{5}$ c) $\pm\frac{1}{4\sqrt{2}}$ d) $]-1;1[$ 5.a) $-\sin\alpha - \cos\alpha + tg\alpha$ b) $-\sin\alpha + tg\alpha + \cos\alpha$ c) $\cos\alpha + 3\sin\alpha$
d) $-2\cos\alpha - \sin\alpha$ e) 0 f) $\sin\alpha + 3\cos\alpha$ 6.a) $\frac{2\sqrt{8}-1}{3}$ b) $\frac{-2\sqrt{8}+1}{3}$ c) 1 7.a) $\cos\alpha \cong 0{,}98; tg\alpha \cong 0{,}2$
b) $\sin\beta = -0{,}6; tg\beta = -0{,}75$ c) $\sin\delta \cong -0{,}96; \cos\delta \cong -0{,}32$ d) $\sin\lambda \cong 0{,}24; \cos\lambda \cong -0{,}97$ 8.a) $0{,}75; -0{,}66; -1{,}14$
b) $0{,}45$ 9.a) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z$ b) $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \vee x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in Z$ c) $x = 2k\pi, k \in Z$
d) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ e) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ f) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$ g) $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee$
$\vee\, x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$ h) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$ i) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \vee x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ j) $x = \pm\frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in Z$
k) $x = -\frac{\pi}{5} + 2k\pi, k \in Z$ l) $x = k\pi, k \in Z$ 10.b) 2 c) 30º; 1732 m 11) D 12) B 13) B 14) D 15) $-\frac{131}{65}$ 16.b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
17.a) $2\sqrt{3} - 6$ b) $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in Z$ c) $[-6;2]$ d) $\left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

joseladeira@gmail.com
jose.santos@aemrt.pt