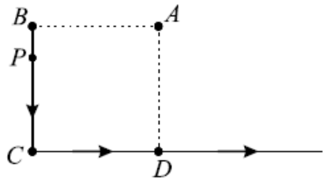
AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA
Ficha de Trabalho de Funções nº 4 – Matemática - 11º Ano
Exercícios dos Testes Intermédios de 2006 a 2014

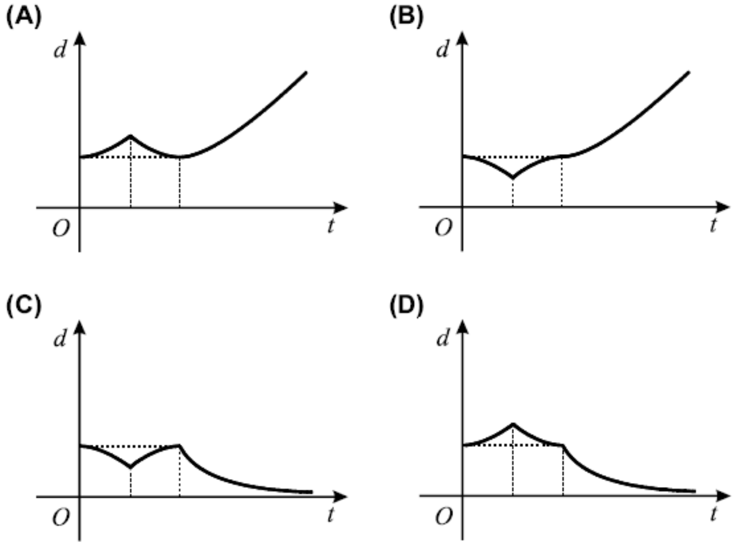
1 Na figura estão representados:

- um quadrado $[ABCD]$
- uma semi-recta $\dot{C}D$



Admita que um ponto P, partindo de B, se desloca, a velocidade constante, ao longo do percurso sugerido pelas setas (primeiro percorre o segmento $[BC]$ e seguidamente a semi-recta $\dot{C}D$).

Qual dos gráficos seguintes dá a distância d, do ponto P ao ponto A, em função do tempo t, contado a partir do instante em que P inicia o seu movimento?

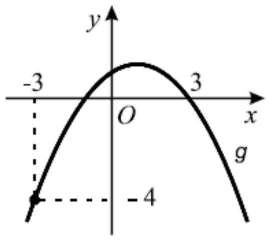


Maio 2006

2 Na figura está representada parte do gráfico de uma função g

Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$

Qual é o valor de $(f \circ g)(-3)$?



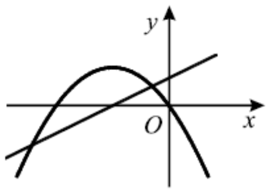
(A) -4 **(B)** 0 **(C)** 3 **(D)** 4

maio 2008

3 Na figura estão representadas:

- parte do gráfico de uma função quadrática f;
- parte do gráfico de uma função afim g.

Qual dos seguintes conjuntos pode ser o conjunto solução da inequação $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$?



(A) $]-\infty, -4[\cup [-2, 0[$ **(B)** $]-\infty, -4] \cup]-2, 0]$

(C) $]-4, -2] \cup]0, +\infty[$ **(D)** $[-4, -2[\cup [0, +\infty[$

maio 2006

4 Na figura 1 está representada graficamente a função f.
Na figura 2 está representada graficamente a função g.

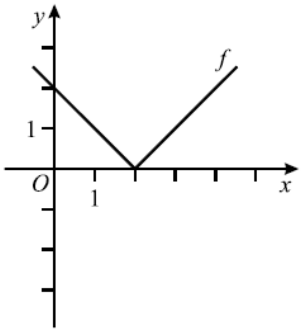


Figura 1

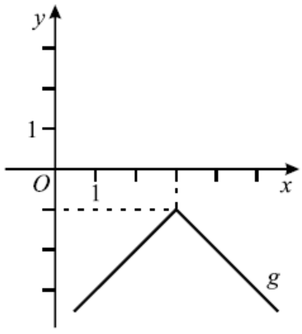


Figura 2

Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

(A) $g(x) = -f(x+1) - 1$ **(B)** $g(x) = f(x-1) + 1$

(C) $g(x) = f(x+1) - 1$ **(D)** $g(x) = -f(x-1) - 1$

maio 2006

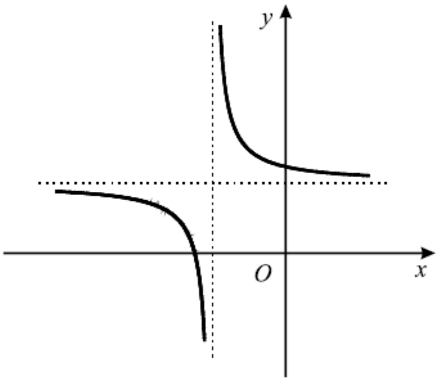
5 De uma função quadrática f sabe-se que o conjunto solução da inequação $f(x) \geq 0$ é o intervalo $[1, 5]$.
Qual é o contradomínio de f ?

(A) $]-\infty, f(1)]$ **(B)** $[f(5), +\infty[$

(C) $[f(3), +\infty[$ **(D)** $]-\infty, f(3)]$

maio 2006

6 Para um certo valor de a e para um certo valor de b, a expressão $f(x) = a + \dfrac{1}{x-b}$ define a função f cujo gráfico está parcialmente representado na figura.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

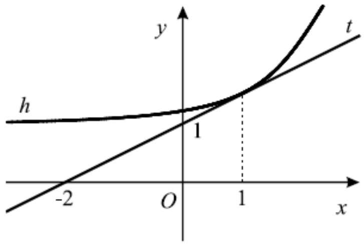
(A) $a > 0 \;\wedge\; b > 0$ **(B)** $a > 0 \;\wedge\; b < 0$

(C) $a < 0 \;\wedge\; b > 0$ **(D)** $a < 0 \;\wedge\; b < 0$

maio 2007

7 Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy:

- parte do gráfico de uma função h
- uma recta t, tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 1



Tal como a figura sugere, a recta t intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa -2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 1.

Indique o valor de $h'(1)$, derivada da função h no ponto 1

(A) -2 **(B)** $-\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 2

maio 2008

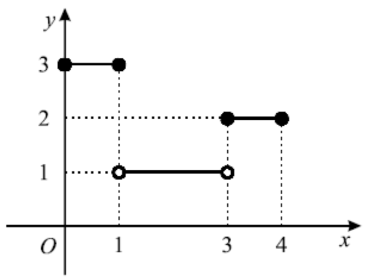
8 Considere as seguintes funções:

$f : \{1,2,3\} \rightarrow \{1,2,3\}$ definida pela tabela

x	1	2	3
$f(x)$	3	1	2

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = 2x + 1$

$h : [0,4] \rightarrow \{1,2,3\}$ cujo gráfico é



Indique o valor de $f^{-1}(2) + (g \circ h)(\sqrt{2})$

(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7

maio 2007

9 Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo dos primeiros oito minutos da experiência, de acordo com a função

$$v(t) = t^3 - 15\,t^2 + 63\,t$$

onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do início da experiência, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em **centenas** de rotações por minuto).

a) **Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, determine qual foi a velocidade máxima atingida, nos primeiros oito minutos da experiência. Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto.

b) Recorrendo às **capacidades gráficas da calculadora**, determine durante quanto tempo é que, nos primeiros oito minutos da experiência, a velocidade de rotação do eixo do motor foi superior a $6\,000$ rotações por minuto. Escreva o **resultado final em minutos e segundos** (com o número de segundos arredondado às unidades).
Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtidos, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema (apresente as **abcissas com duas casas decimais**).

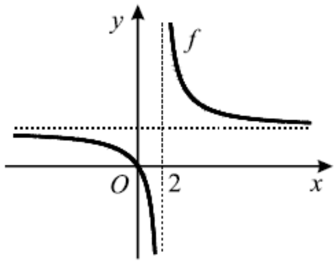
maio 2007

10 Indique o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $\frac{x^2+1}{2-x} < 0$

(A) $]-1,2[$ **(B)** $]1,2[$ **(C)** $]-\infty,2[$ **(D)** $]2,+\infty[$

maio 2007

11 Na figura está representada, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, bem como as duas assimptotas deste gráfico.



Tal como a figura sugere,

- a origem do referencial pertence ao gráfico de f
- uma das assimptotas é paralela ao eixo Ox
- a outra assimptota é paralela ao eixo Oy e intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 2

a) Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = 3x + 9$

Tendo em conta o gráfico de f e a expressão analítica de g, **resolva** a inequação $f(x) \times g(x) \leq 0$, **completando** a seguinte tabela de variação de sinal, que deve **transcrever** para a sua folha de prova:

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	
$g(x)$	
$f(x) \times g(x)$	

Apresente o **conjunto solução** da inequação utilizando a notação de intervalos de números reais.

b) Admita agora que:

- a assimptota do gráfico de f paralela ao eixo das abcissas tem equação $y = 3$
- f é definida por uma expressão do tipo $f(x) = a + \dfrac{b}{x-c}$ onde a, b e c designam números reais.

Indique os valores de a e de c e determine o valor de b.

Maio 2008

12 Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, definida por $f(x) = 2 + \dfrac{1}{1-x}$

a) **Sem recorrer à calculadora**, determine o conjunto dos números reais x tais que

$$f(x) \leq -1$$

Apresente a resposta final na forma de intervalo (ou união de intervalos).

b) O gráfico da função f tem duas assimptotas. Escreva as suas equações.

Maio 2006

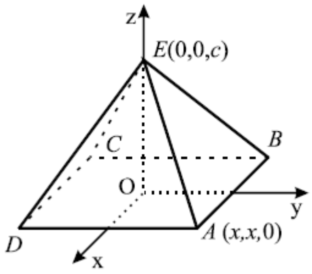
13 Na figura está representada, em referencial o.n. Oxyz, uma pirâmide quadrangular.

Admita que o vértice E se desloca no semieixo positivo Oz, entre a origem e o ponto de cota 6, nunca coincidindo com qualquer um destes dois pontos.

Com o movimento do vértice E, os outros quatro vértices da pirâmide deslocam-se no plano xOy, de tal forma que:

- a pirâmide permanece sempre regular
- o vértice A tem sempre abcissa igual à ordenada
- sendo x a abcissa de A e sendo c a cota de E, tem-se sempre

$$x + c = 6$$



a) Seja $V(x)$ o volume da pirâmide, em função de x $\left(x \in \left]0, 6\right[\right)$.

Mostre que $V(x) = 8\,x^2 - \dfrac{4}{3}\,x^3$

b) Utilizando a função derivada de V e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função V quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide e determine esse volume máximo.

c) Admita agora que $x = 1$. Indique, para este caso, as coordenadas dos pontos A, B e E e determine uma equação cartesiana do plano ABE.

maio 2008

14 A Maria vai sempre de carro, com o pai, para a escola, saindo de casa entre as sete e meia e as oito horas da manhã.
Admita que, quando a Maria sai de casa t minutos **depois das sete e meia**, a duração da viagem, em **minutos**, é dada por

$$d(t) = 45 - \frac{5600}{t^2 + 300} \qquad (t \in [0, 30])$$

As aulas da Maria começam sempre às oito e meia.

a) Mostre que, se a Maria sair de casa às 7 h 40 m, chega à escola às 8 h 11 m, mas, se sair de casa às 7 h 55 m, já chega atrasada às aulas.

b) Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolva o seguinte problema: *Até que horas pode a Maria sair de casa, de modo a não chegar atrasada às aulas?*

A sua resolução deve incluir:

- uma explicação de que, para que a Maria não chegue atrasada às aulas, é necessário que $t + d(t) \leq 60$
- o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora
- a resposta ao problema em horas e minutos (minutos arredondados às unidades)

maio 2008

15 Seja f a função cujo gráfico está representado na figura 2.

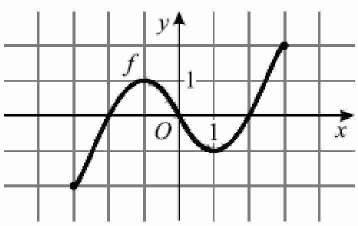


Figura 2

Seja g a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $g(x) = -2x + 1$

Qual é o valor de $(f \circ g)(2)$? (o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)

(A) -2 **(B)** -1 **(C)** 1 **(D)** 2

maio 2009

16 Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$, definida por $f(x)=4-\dfrac{4}{x+2}$

Sem recorrer à calculadora, resolva os itens seguintes:

a) Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $f(x)\geq 3$
Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

b) Na figura 3 estão representados, em referencial o.n. xOy:

- parte do gráfico da função f
- as rectas r e s, assimptotas do gráfico de f
- o quadrilátero $[ABCD]$

A e B são os pontos de intersecção do gráfico da função f com os eixos coordenados.

C é o ponto de intersecção das rectas r e s.

D é o ponto de intersecção da recta r com o eixo Oy.

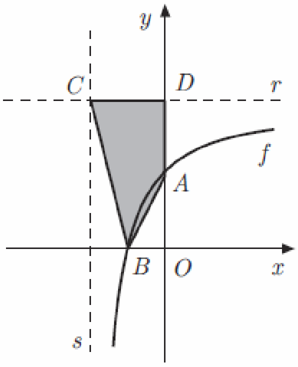


Figura 3

Determine a área do quadrilátero $[ABCD]$

maio 2009

17 O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto $(3,2)$. Seja f' a função derivada da função f.

Qual dos valores seguintes é negativo ?

(A) $f'(1)$ **(B)** $f'(2)$ **(C)** $f'(3)$ **(D)** $f'(4)$

maio 2009

18 Na figura 4 está representado um referencial o.n. $Oxyz$.

Cada um dos pontos A, B e C pertence a um eixo coordenado.

O ponto P pertence ao plano ABC.

O ponto P desloca-se no plano ABC, de tal modo que é sempre vértice de um prisma **quadrangular regular**, em que os restantes vértices pertencem aos planos coordenados.

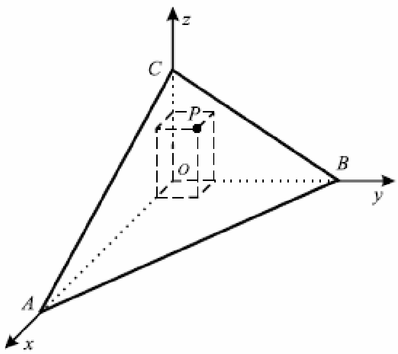


Figura 4

O plano ABC é definido pela equação $x+2y+3z=9$

a) Seja a a abcissa do ponto P $(a\in\,]0,3[)$
Mostre que o volume do prisma é dado, em função de a, por $V(a)=3a^2-a^3$

b) Estude a função V quanto à monotonia, **sem recorrer à calculadora**, e conclua qual é o valor de a para o qual o volume do prisma é máximo.

c) Seja r a recta que contém o ponto A e é perpendicular ao plano ABC.
Determine uma equação vectorial da recta r.

maio 2009

19 Na empresa onde o Manuel trabalha, o cumprimento do horário é controlado por relógio electrónico. De acordo com o contrato de trabalho, qualquer trabalhador deve entrar às oito horas e sair ao meio-dia. Porém, se o trabalhador chegar atrasado, terá de continuar a trabalhar depois do meio-dia.

Sempre que um trabalhador chega t minutos atrasado, o número de minutos, depois do meio-dia, que ele tem de permanecer na empresa é dado por

$$c(t) = \frac{t^2 + 25\,t}{t+1} \qquad (t \geq 0)$$

a) Na segunda-feira, o Manuel entrou na empresa às nove horas e um quarto.

A que horas deveria ter saído, de modo a cumprir o estipulado no contrato?

Apresente a sua resposta em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

b) Ontem, o Manuel saiu da empresa às 12 horas e 25 minutos.

Com quantos minutos de atraso é que ele chegou à empresa?

c) Ao sair ontem da empresa, o Manuel pensou: «*Então eu atrasei-me tão pouco e tive de ficar a trabalhar quase meia hora depois do meio-dia?! Não é justo.*»

Depois de ter conversado com os seus colegas de trabalho, o Manuel decidiu propor à administração da empresa que o tempo de permanência de um trabalhador na empresa, após o meio-dia, passasse a ser igual ao tempo de atraso, acrescido de 40% desse tempo (por exemplo, um atraso de 10 minutos deve ser compensado com 14 minutos de trabalho depois do meio-dia).

Numa pequena composição, compare a proposta do Manuel com o contrato em vigor, contemplando os seguintes tópicos:

- justifique que, de acordo com a proposta do Manuel, o número de minutos depois do meio-dia que um trabalhador terá de permanecer na empresa, quando se atrasa t minutos, é dado por $p(t) = 1{,}4\,t$;
- refira se a proposta do Manuel é, ou não, sempre mais favorável ao trabalhador do que o contrato em vigor;
- considerando que, para um certo atraso, a proposta do Manuel e o contrato em vigor determinam o mesmo tempo de permanência na empresa, após o meio-dia, refira:
  - o atraso;
  - o tempo de permanência, depois do meio-dia, que esse atraso determina.

Utilize a calculadora *para comparar os gráficos das duas funções* $(c$ *e* $p)$*; transcreva para a sua folha de prova esses gráficos e assinale o ponto relevante que lhe permite responder a algumas das questões colocadas, bem como as suas coordenadas, arredondadas às unidades.*

Maio 2009

20 Seja f a função cujo gráfico está representado na figura 1.

Seja f^{-1} a função inversa da função f

Qual é o valor de $f(-4) + f^{-1}(2)$?

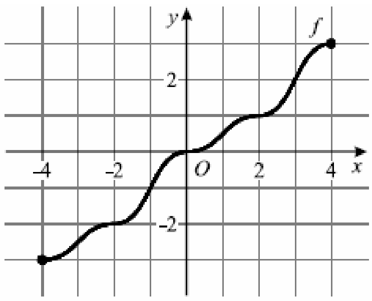


Figura 1

(A) -2 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

maio 2010

21 Considere:

- a função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, definida por $f(x) = 3 + \dfrac{6}{x}$
- a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 3$

Resolva os itens **4.1.**, **4.2.** e **4.3.**, **usando exclusivamente métodos analíticos**.

Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

a) Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $f(x) \leq 5$

Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

b) Seja P o ponto do gráfico da função f que tem abcissa igual a 2

Seja r a recta tangente ao gráfico da função f no ponto P

Determine a equação reduzida da recta r

c) Na figura 6, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função g

Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g, sendo as suas ordenadas, respectivamente, o máximo relativo e o mínimo relativo desta função.

Os pontos C e D pertencem ao eixo Ox. A abcissa do ponto C é igual à do ponto B e a abcissa do ponto D é igual à do ponto A

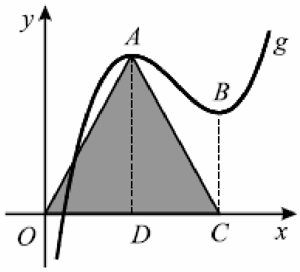


Figura 6

Determine a área do triângulo $[OAC]$

d) A equação $f(x) = g(x)$ tem exactamente duas soluções, sendo uma delas positiva e a outra negativa.

Determine a solução positiva, **utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora**.

Apresente essa solução arredondada às centésimas.

Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinale o ponto relevante para a resolução do problema.

maio 2010

22 Sejam f e g duas funções reais de variável real.

Sabe-se que:

- a função f tem domínio $\mathbb{R}$ e tem cinco zeros;
- a função g tem domínio $\mathbb{R}$ e tem três zeros;
- um, e só um, dos zeros da função f também é zero da função g

Quantos zeros tem a função $\dfrac{f}{g}$?

(A) 7 **(B)** 5 **(C)** 4 **(D)** 2

maio 2010

23 Seja f a função cujo gráfico está representado na figura 2.

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = -x + 3$$

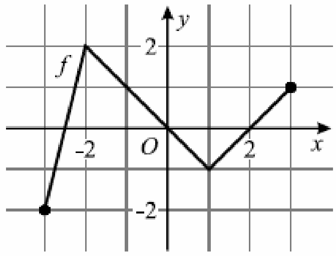


Figura 2

Qual é o valor de $(g \circ f)(3)$?

(o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

maio 2010

24 Num certo ecossistema habitam as espécies animais A e B.

Admita que, t anos após o início do ano 2009, o número de animais, em **milhares**, da espécie A é dado aproximadamente por

$$a(t) = \frac{11t+6}{t+1} \qquad (t \geq 0)$$

e que o número de animais, em **milhares**, da espécie B é dado aproximadamente por

$$b(t) = \frac{t+9}{t+3} \qquad (t \geq 0)$$

Resolva os dois itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.

a) Desde o início do ano 2009 até ao início do ano 2010, morreram 500 animais da espécie A.

Determine quantos animais dessa espécie nasceram nesse intervalo de tempo.

b) Na figura 5, estão representadas graficamente as funções a e b

Tal como estes gráficos sugerem, a **diferença** entre o número de animais da espécie A e o número de animais da espécie B vai aumentando, com o decorrer do tempo, e tende para um certo valor.

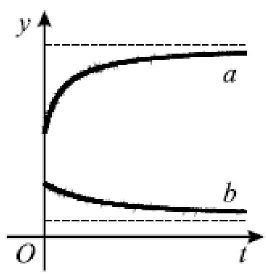


Figura 5

Determine esse valor, recorrendo às assimptotas horizontais dos gráficos das funções a e b, cujas equações deve apresentar.

maio 2010

25 Na figura 3, está representado um triângulo rectângulo $[ABC]$ cujos lados medem 3, 4 e 5

Considere que um ponto D se desloca ao longo do cateto $[AB]$, nunca coincidindo com o ponto A

Para cada posição do ponto D, seja x o comprimento do segmento de recta $[AD]$

Qual das expressões seguintes dá o perímetro do triângulo $[ACD]$, em função de x?

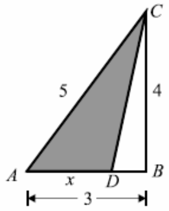


Figura 3

(A) $x+4+\sqrt{25-x^2}$ **(B)** $x+5+\sqrt{25-x^2}$

(C) $x+4+\sqrt{x^2-6x+25}$ **(D)** $x+5+\sqrt{x^2-6x+25}$

maio 2010

26 Considere:

- a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x^3+3x^2-9x-11$
- a função g, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, definida por $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

Utilize métodos exclusivamente analíticos na resolução dos três itens seguintes.

a) Estude a função f quanto à monotonia e quanto aos extremos relativos.

Na sua resposta deve apresentar:

- o(s) intervalo(s) em que a função é crescente;
- o(s) intervalo(s) em que a função é decrescente;
- os extremos relativos, caso existam.

b) Sabe-se que -1 é um zero da função f

Caracterize a função $f\times g$

Na sua resposta deve:

- indicar o domínio da função $f\times g$
- apresentar $(f\times g)(x)$ na forma de um polinómio do terceiro grau.

c) Seja P o ponto de intersecção das assimptotas do gráfico da função g

Para um certo número real k, o ponto P pertence ao gráfico da função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=f(x)+k$

Determine o valor de k

maio 2011

27 Seja f uma função real de variável real.

Sabe-se que:

- $f'(2)=9$
- a recta tangente ao gráfico de f, no ponto de abcissa 2, intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada -15

Qual é o valor de $f(2)$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

maio 2011

28 Uma floresta foi atingida por uma praga.

Admita que a área, em **milhares** de hectares, da região afectada por essa praga é dada por

$$A(t) = \frac{2t}{t^2+3} \quad (t \geq 0)$$

(Considere que t é medido em anos e que o instante $t = 0$ corresponde ao início da praga.)

a) Houve um certo intervalo de tempo durante o qual a área da região afectada pela praga foi, pelo menos, de 500 hectares. Nesse intervalo de tempo, a floresta esteve seriamente ameaçada.

Durante quanto tempo esteve a floresta seriamente ameaçada?

Na sua resposta deve:

- escrever uma inequação que lhe permita resolver o problema;
- resolver analiticamente essa inequação;
- apresentar o valor pedido.

b **Utilize as capacidades gráficas da calculadora** para resolver o seguinte problema:

Ao fim de quanto tempo, contado a partir do início da praga, foi máximo o valor da área atingida por essa praga?

Na sua resposta deve:

- reproduzir o gráfico visualizado na calculadora;
- assinalar, no gráfico, o ponto relevante para a resolução do problema e indicar as coordenadas desse ponto, arredondadas às milésimas;
- apresentar a solução do problema em dias, arredondada às unidades (considere 1 ano $= 365$ dias).

maio 2011

29 Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = x+1$

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, definida por $g(x) = \frac{1}{x}$

Para um certo número real a, tem-se $(g \circ h)(a) = \frac{1}{9}$

(o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)

Qual é o valor de a ?

maio 2011

(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10

30 Na Figura 3, está representada, num referencial o.n. xOy, parte da hipérbole que é o gráfico de uma função f

O gráfico da função f intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa -1

As retas de equações $x = 1$ e $y = -2$ são as assíntotas do gráfico da função f

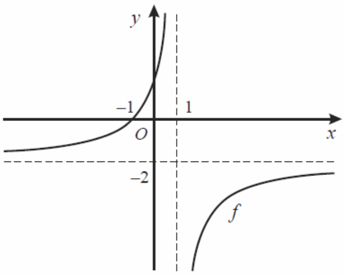


Figura 3

a) Responda aos dois itens seguintes sem efetuar cálculos, ou seja, recorrendo apenas à leitura do gráfico.

a.1) Indique o contradomínio da função f

a.2) Apresente, usando a notação de intervalos de números reais, o conjunto solução da condição $f(x) \leq 0$

fevereiro 2012

b) Defina, por uma expressão analítica, a função f

31 Seja f a função, de domínio $[1, +\infty[$, definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$

Qual é o valor de $f^{-1}(3)$?

(A) 8 **(B)** 9 **(C)** 10 **(D)** 11 ***maio 2011***

32 Na Figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy, parte da hipérbole que é o gráfico de uma função f

As retas de equações $x = 2$ e $y = 1$ são as assíntotas do gráfico da função f

Para um certo número real k, a função g, definida por $g(x) = f(x) + k$, não tem zeros.

Qual é o valor de k ?

(A) -1

(B) 1

(C) -2

(D) 2

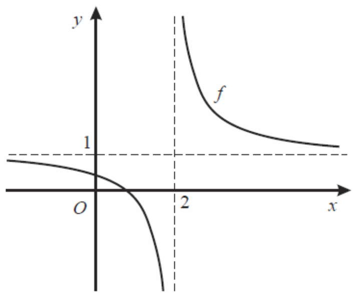


Figura 1

fevereiro 2012

33. Considere a função *f*, de domínio IR\{-1}, definida por $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$. Considere a função *g* definida por *g*(x) = *f*(x+a)+*k*, com *a*,*k* $\in$ IR. Sabe-se que as retas de equações x = −2 e y = 2 são assíntotas do gráfico de *g.* Quais são os valores de *a* e de k ?

(A) a = 1 e k = −2 **(B)** a = 1 e k = 2 **(C)** a = −1 e k = −2 **(D)** a = −1 e k = 2 ***março 2013***

34. Sejam *f* e *g* duas funções de domínio IR. Sabe-se que: as funções *f* e *g* são funções quadráticas; a função *f* tem dois zeros distintos; a função *g* tem um único zero; os gráficos das funções *f* e *g* intersetam-se no ponto de coordenadas (3, 0)
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função $f \times g$ tem dois zeros e a função $\dfrac{f}{g}$ tem um zero. **(B)** A função $f \times g$ tem dois zeros e a função $\dfrac{f}{g}$ tem dois zeros.

(C) A função $f \times g$ tem três zeros e a função $\dfrac{f}{g}$ tem um zero. **(D)** A função $f \times g$ tem três zeros e a função $\dfrac{f}{g}$ tem dois zeros

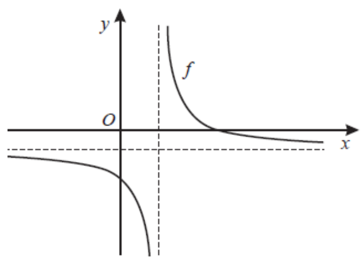
março 2013

35. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte da hipérbole que é o gráfico de uma função, de domínio IR\{2}. As retas de equações x =2 e y =-1 são assíntotas do gráfico da função *f*

a) Responda aos dois itens seguintes sem apresentar cálculos.

a1) Qual é o valor de k para o qual a equação *f*(x) = k é impossível?

a2) Qual é o limite de *f*(x) quando x tende para +∞?



b) Admita agora que a função *f* é definida pela expressão $f(x) = \dfrac{6-x}{x-2}$.

b1) Resolva analiticamente a condição $f(x) \leq \dfrac{4-x}{x+2}$.

Apresente o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

b2) Seja *g* a função, de domínio IR, definida por *g*(x) = x^3. A equação $(f \circ g)(x) = x$ tem exatamente duas soluções. Determine, recorrendo à calculadora gráfica, essas soluções. Apresente as soluções arredondadas às centésimas. Na sua resposta, deve:

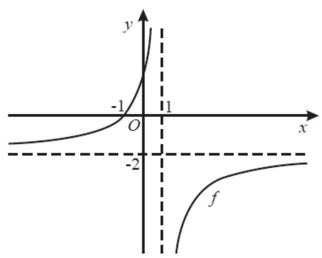
• reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar, devidamente identificado(s);

• assinalar os pontos relevantes para responder à questão colocada. ***março 2013***

36. Na figura, está representada, num referencial o.n. *xOy*, parte da hipérbole que é o gráfico de uma função *f*. O gráfico da função *f* intersecta o eixo *Ox* no ponto de abcissa -1. As retas de equações *x*=1 e *y*=−2 são as assíntotas do gráfico da função *f*. Qual é o conjunto solução da condição $f(x) \leq 0$?

$(A)\ ]-\infty,-2[\ \cup\ ]-2,0]$ $(B)\ ]-\infty,-1]\ \cup\ ]0,+\infty[$

$(C)\ ]-\infty,0]\ \cup\ ]1,+\infty[$ $(D)\ ]-\infty,-1]\ \cup\ ]1,+\infty[$



março 2014

37. Sejam *f* e *g* duas funções de domínio IR. Sabe-se que:

- a função *f* é definida por $f(x)=3x+6$
- a função *g* é uma função quadrática e é uma função par
- g(2)=0

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função $f \times g$ tem três zeros e a função $\frac{f}{g}$ não tem zeros.

(B) A função $f \times g$ tem três zeros e a função $\frac{f}{g}$ tem um zero.

(C) A função $f \times g$ tem dois zeros e a função $\frac{f}{g}$ não tem zeros.

(D) A função $f \times g$ tem dois zeros e a função $\frac{f}{g}$ tem um zero. ***março 2014***

38. Seja *f* a função, de domínio IR, definida por $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{3}x^3+3x^2-13 & se \;\; x \le 1 \\ \frac{2x-3}{1-x} & se \;\; x>1 \end{cases}$

a) Resolva analiticamente, em $]1,+\infty[$, a condição $f(x)<\frac{1}{x-2}$. Apresente o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

b) Considere, para cada número real *k*, a função *g*, de domínio IR, definida por $g(x)=kx+2$. Determine o valor de *k* para o qual se tem $(g \circ f)(-3)=6$

c) Determine o contradomínio da função *f*. Para resolver este item, **recorra à calculadora gráfica**. Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função *f* que visualizar na calculadora (sugere-se a utilização da janela em que $x \in [-5,5]$ e $y \in [-15,10]$); nesse referencial:
  - – assinale o ponto do gráfico de abcissa 1 e indique a sua ordenada
  - – represente as assíntotas do gráfico de *f*
  - – assinale o ponto do gráfico correspondente ao máximo relativo da função
- apresentar o contradomínio da função *f* , usando a notação de intervalos de números reais.

março 2014

Soluções:1)A;2)D;3)D;4)D;5)D;6)B;7)C;8)C;9.a)81b)4m5s;10)D;11.a) $]-\infty,-3] \cup [0,2[$;b)a=3;b=6;c=2;12.a) $\left]1,\frac{4}{3}\right]$ b)*x*=1 e *y*=2;13.b) $V(4)=\frac{128}{3}$ c)A(1,1,0)B(-1,1,0)E(0,0,5) 5y+z-5=0;14.b)7h52m;15)A;16.a) $]-\infty,-2[\cup [2,+\infty[$ b)5; 17)D;18.b) *crescente* $]0,2]$ *decrescente* $[2,3[$ *máx para a* $=2$ c)(x,y,z)=(9,0,0)+k(1,2,3),k∈IR; 19.a)13h39m b)5m c)(59,83); 20)B; 21.a) $]-\infty,0[\cup [3,+\infty[$ b) $y=-\frac{3}{2}x+9$ c) $\frac{22}{3}$ d)5,15; 22)C;23)D;24.a)3000 b)10000;25)D; 26.a)max=16 p/ x= -3 e min= -16 p/ x=1 , *crescente em* $]-\infty,-3]$ *e em* $[1,+\infty[$, *decrescente em* $[-3,1]$; b)IR\{-1}, $x^3+x^2-13x+11$;c)1;27)C;28.a)2;b)632; 29)B; 30.a.1)IR\{-2}; a.2) $]-\infty,-1] \cup]1,+\infty[$;b) $-2-\frac{4}{x-1}$; 31)C; 32)A;33)B;34)A;35.a.1)-1;a.2)-1;b.1) $]-2,2[\cup [10,+\infty[$;b.2)-1,63 e 1,53;36)D;37)C;38.a) $]2,+\infty[$;b)-1;c) $]-\infty,-4] \cup]-2,+\infty[$