AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho nº 1 – Sucessões / Progressões

Matemática 11º Ano

SUCESSÕES

Sucessão : Uma sucessão é uma função real de domínio IN.

Ordem ≠ Termo: Às imagens da sucessão chamamos termos da sucessão e aos objetos chamamos ordens dos termos.

Exemplo: Em $u_4=3$ temos que a ordem é 4 e o termo é 3, ou que o quarto termo tem valor 3, ou que o termo 3 tem ordem 4.

Sucessões Monótonas

Decrescentes: u_n é decrescente $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n \leq 0, \forall n \in IN$.

Crescentes : u_n é crescente $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n \geq 0, \forall n \in IN$.

Uma sucessão **crescente** ou uma sucessão **decrescente** diz-se **monótona**.

Sucessões Limitadas (Minorante e Majorante)

Uma sucessão diz-se limitada se o conjunto dos seus termos é limitado.

$$u_n \text{ é limitada} \Leftrightarrow \exists m, M \in IR : m < u_n < M, \forall n \in IN.$$

Ao valor real **m** chama-se **minorante** e ao valor real **M** **majorante** do conjunto dos termos da sucessão u_n.

Infinitamente Grandes (de referência: $a_n = n; b_n = n^2; c_n = \sqrt{n}; d_n = 2^n$)

Inf. Gr. Positivo: Uma sucessão é um infinitamente grande positivo se, e só se, qualquer que seja o número A, é possível determinar uma ordem a partir da qual todos os termos da sucessão são maiores do que A.

Inf. Gr. Negativo: Uma sucessão u_n é um infinitamente grande negativo se, e só se, a sucessão $-u_n$ é um infinitamente grande positivo.

Inf. Gr. Em Módulo: Uma sucessão (u_n) é um infinitamente grande em módulo se, e só se, a sucessão $|u_n|$ é um infinitamente grande positivo.

Infinitésimos (de referência: $a_n = \frac{1}{n}$; $b_n = \frac{1}{n^2}$; $c_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$; $d_n = \frac{1}{2^n}$

Sucessões Convergentes / Divergentes

Uma sucessão é **convergente** quando tente para um **número real**.

Caso contrário diz-se **divergente**.

A Sucessão $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \to e$ O Número de Neper

PROGRESSÕES

ARITMÉTICAS (P.A.)	GEOMÉTRICAS (P.G.)
Chama-se P. A. a qualquer sucessão em que é constante a **<u>diferença</u>** entre qualquer termo e o seu precedente.	Chama-se P. G. a qualquer sucessão em que é constante o **<u>quociente</u>** entre qualquer termo e o seu precedente.

Razão

Razão de uma P. A. é a **diferença** constante entre qualquer termo e o seu precedente.	Razão de uma P. G. é o **quociente** constante entre qualquer termo e o seu precedente.
$\mathbf{r} = \mathbf{u}_{\mathbf{n}+1} - \mathbf{u}_{\mathbf{n}}$	$\mathbf{r} = \dfrac{\mathbf{u}_{\mathbf{n}+1}}{\mathbf{u}_{\mathbf{n}}}$

Termo Geral ou de Ordem n

$\mathbf{u}_{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_1 + (\mathbf{n} - 1)\mathbf{r}$	$\mathbf{u}_{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_1 \times \mathbf{r}^{\mathbf{n}-1}$

Soma dos Primeiros n Termos

$\mathbf{S}_{\mathbf{n}} = \dfrac{\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_{\mathbf{n}}}{2} \times \mathbf{n}$	$\mathbf{S}_{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_1 \times \dfrac{1 - \mathbf{r}^{\mathbf{n}}}{1 - \mathbf{r}}$

Monotonia e Convergência

r < 0 Decrescente / Inf. Grande Negativo **r > 0** Crescente / Inf. Grande Positivo	**r<-1** Não Monótona / Inf. Gr. em Módulo **-1<r<0** Não Monótona / Infinitésimo $0 < \mathbf{r} < 1 \begin{cases} \mathbf{u}_1 < 0 \text{ Crescente / Infinitésimo} \\ \mathbf{u}_1 > 0 \text{ Decrescente / Infinitésimo} \end{cases}$ $\mathbf{r} > 1 \begin{cases} \mathbf{u}_1 < 0 \text{ Decrescente / Inf. Gr. Negativo} \\ \mathbf{u}_1 > 0 \text{ Crescente / Inf. Gr. Positivo} \end{cases}$