

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho nº3 - Probabilidades - 12º ano

Exames 2006-2007-2008-2009-2010

1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $P(A)=0,3$.
Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a 0,3. Qual deles?

(A) $A \cup B$ (B) $\overline{A \cup B}$ (C) $A \cap B$ (D) $\overline{A \cap B}$ (2006)

2. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades. Indique o valor de a.

(A) ${}^{2005}C_{99}$ (B) ${}^{2005}C_{100}$ (C) ${}^{2006}C_{99}$ (D) ${}^{2006}C_{100}$ (2006)

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{{}^{2005}C_{99}}{{}^{2006}C_{100}}$	$\frac{a}{{}^{2006}C_{100}}$

3. a) Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim. Disponos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma. Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas. Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes **cinco** faces, de tal modo que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.
- b) Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. Oxyz, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação $z=2$. Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta paralela ao eixo Oz? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. (2006)

4. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao caso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda. Considere os acontecimentos: A: «a primeira bola extraída é preta»; B: «a segunda bola extraída é branca».

Sabe-se que $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ($P(B|A)$ designa probabilidade de B, se A).

Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita. (2006)

5. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	a	a	0,4

(a designa um número real).

Qual é o valor médio desta variável aleatória?

(A) 1,1 (B) 1,2 (C) 1,3 (D) 1,4 (2006)

6. Quatro raparigas e quatro rapazes entram num autocarro, no qual existem seis lugares sentados, ainda não ocupados. De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados esses seis lugares, supondo que ficam dois rapazes em pé?

(A) 3 560 (B) 3 840 (C) 4 180 (D) 4 320 (2006)

7. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

- a) Escolhem-se dois alunos ao acaso.

Qual é a probabilidade de a soma das idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

- b) Escolhe-se um aluno ao acaso.

Sejam A e B os acontecimentos A: «o aluno tem 7 anos» e B: «o aluno é rapaz».

Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $P(B|A)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicita os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula. (2006)

8. Uma turma de 12º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos.

Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno.

Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.

Opção 1: X: «O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos»

Y: «O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos»

Opção 2: X: «O número do aluno escolhido é par»

Y: «O número do aluno escolhido é múltiplo de 4»

Opção 3: X: «O aluno escolhido tem 18 anos»

Y: «O aluno escolhido é rapariga»

Opção 4: X: «O aluno escolhido é rapaz»

Y: «O aluno escolhido tem 17 anos»

Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes: $P(X \cup Y) > P(X)$, $P(X \cup Y) < 1$ e $P(X \cap Y) > 0$.

Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, **justificando**, qual é a afirmação falsa). (2006)

9. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo retângulo.

Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{{}^8C_2}$ (B) $\frac{12}{8^2}$ (C) $\frac{8}{{}^8C_2}$ (D) $\frac{8}{{}^8A_2}$ (2007)

10. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola.

As cinco bolas, indistinguíveis ao tato, foram introduzidas num saco. Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita.

Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que ao fim da terceira extração, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (2007)

11. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números. Sejam os acontecimentos A: «O número escolhido é múltiplo de 5» e B: «O número escolhido tem os algarismos todos diferentes».

Averigue se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

b) Considere o seguinte problema:

De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?

Uma resposta correta a este problema é: ${}^9A_3 - {}^5A_3$. Numa pequena composição explique porquê. (2007)

12. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A, B e C três acontecimentos ($A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $C \subset \Omega$) tais que $(A \cup B) \cap C = \emptyset$.

Sabe-se que $P(A) = 0,21$ e que $P(C) = 0,47$.

Calcule $P(A \cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades. (2007)

13. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro. Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?
- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$ (2007)
14. Lançam-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (2007)
15. De um baralho de cartas, selecionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes. Retiram-se, ao caso, duas cartas de cada grupo (sem reposição). Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe? Apresente a resposta na forma de fração irredutível. (2007)
16. Considere um espaço de resultados finito, Ω , associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que $P(X) = a$, $P(Y) = b$ e X e Y são independentes.
- a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1 - a - b + a \times b$.
- b) Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo. Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssigo é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$.
- Admita que os acontecimentos «*tirar um iogurte de pêssigo*» e «*tirar um sumo de laranja*» são independentes. Utilizando a expressão mencionada em a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssigo e o sumo não ser de laranja. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. (2007)
17. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso. Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ (2008)
18. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $P(A \cup B) = 80\%$, $P(B) = 60\%$ e $P(A \cap B) = 10\%$. Qual é o valor de $P(A)$? (P designa probabilidade).
- (A) 10% (B) 20% (C) 30% (D) 40% (2008)
19. Admita que a variável peso, expressa em gramas, das maçãs de um pomar é bem modelada por uma distribuição normal $N(60;5)$, em que 60 é o valor médio e 5 é o valor do desvio-padrão da distribuição. Retira-se, ao acaso, uma dessas maçãs. Considere os acontecimentos:
- A : «o peso da maçã retirada é superior a 66 gramas»
 B : «o peso da maçã retirada é inferior a 48 gramas»
- Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
- (A) $P(A) = P(B)$ (B) $P(A) < P(B)$ (C) $P(B) < P(A)$ (D) $P(A) + P(B) = 1$ (2008)

20. Uma turma do 12.º ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.

a) Os alunos da turma decidiram vender rifas, para angariarem fundos para a viagem.

A numeração das rifas é uma sequência de três algarismos (como, por exemplo, 099), iniciando-se em 000. De entre as rifas, que foram todas vendidas, será sorteada uma, para atribuir um prémio.

Qual é a probabilidade de a rifa premiada ter um único algarismo cinco? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às centésimas.

b) A turma é constituída por doze raparigas e dez rapazes, que pretendem formar uma comissão organizadora da viagem. Sabe-se que a comissão terá obrigatoriamente três raparigas e dois rapazes. A Ana e o Miguel, alunos da turma, não querem fazer parte da comissão em simultâneo.

Explique, numa composição, que o número de comissões diferentes que se pode formar é dado por ${}^{12}C_3 \times {}^{10}C_2 - {}^{11}C_2 \times 9$ (2008)

21. Em duas caixas, A e B, introduziram-se bolas indistinguíveis ao tato: na caixa A algumas bolas verdes e algumas bolas azuis; na caixa B três bolas verdes e quatro azuis.

Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa A e coloca-se na caixa B. De seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da caixa B. Sabendo que a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser

azul é igual a $\frac{1}{2}$ mostre que a bola que foi retirada da caixa A e colocada na caixa B tinha cor verde. (2008)

22. Ao disputar um torneio de tiro ao alvo, o João tem de atirar sobre o alvo quatro vezes. Sabe-se que, em cada tiro, a probabilidade de o João acertar no alvo é 0,8.

Qual é a probabilidade de o João acertar sempre no alvo, nas quatro vezes em que tem de atirar?

(A) 0,0016 (B) 0,0064 (C) 0,0819 (D) 0,4096 (2008)

23. Uma caixa A contém duas bolas verdes e uma bola amarela. Outra caixa B contém uma bola verde e três bolas amarelas. As bolas colocadas nas caixas A e B são indistinguíveis ao tato.

Lança-se um dado cúbico perfeito, com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair o número 5, tira-se uma bola da caixa A; caso contrário, tira-se uma bola da caixa B. Qual é a probabilidade de a bola retirada ser verde, sabendo que saiu o número 5 no lançamento do dado?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{2}{3}$ (2008)

24. Uma linha do Triângulo de Pascal tem quinze elementos.

Quantos elementos dessa linha são inferiores a 100?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (2008)

25. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

a) Prove que: $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$

(P designa a probabilidade, \overline{A} designa o acontecimento contrário de A e \overline{B} designa o acontecimento contrário de B.)

b) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.

Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva? Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em a). Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo. (2008)

26. Numa caixa temos três fichas com o número 1 e quatro fichas com o número 2, indistinguíveis ao tato. Retiram-se, ao acaso e de uma só vez, duas fichas.
Seja X a variável aleatória: «a soma dos números inscritos nas duas fichas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X .
Indique, justificando, o valor mais provável da variável X . Apresente as probabilidades na forma de fração irredutível. (2008)

27. De um baralho com 40 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus), em que cada naipe contém um Ás, uma Dama, um Valete, um Rei e seis cartas (do Dois ao Sete), foram dadas sucessivamente, ao acaso, seis cartas a um jogador, que as coloca na mão, pela ordem que as recebe.
Qual é a probabilidade de o jogador obter a sequência 2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei, nas cartas recebidas?

(A) $\frac{4^6}{{}_{40}A_6}$ (B) $\frac{4^6}{{}_{40}C_6}$ (C) $\frac{1}{{}_{40}A_6}$ (D) $\frac{1}{{}_{40}C_6}$ (2009)

28. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que: $P(A) = 0,3$ $P(B) = 0,4$ $P(A \cup B) = 0,5$ (P designa probabilidade.)

Qual é a probabilidade de se realizar A , sabendo que B se realiza?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (2009)

29. Considere uma variável aleatória X , cuja distribuição de probabilidades é dada pela tabela seguinte.

Qual é o valor de k ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (2009)

x_i	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{k}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{k}{4}$

30. De um bilhete de lotaria sabe-se que o seu número é formado por sete algarismos, dos quais três são iguais a 1, dois são iguais a 4 e dois são iguais a 5 (por exemplo: 1551414).
Determine quantos números diferentes satisfazem as condições anteriores.

31. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.

a) Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:

A: «A 1.ª bola retirada é verde.»

B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»

C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C) / A)$?

A resposta correta a esta questão é $P((B \cap C) / A) = \frac{5}{19}$.

Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $\frac{5}{19}$, no contexto da situação descrita e fazendo referência: à Regra de Laplace; ao número de casos possíveis; ao número de casos favoráveis.

32. A Maria gravou nove CD, sete com música rock e dois com música popular, mas esqueceu-se de identificar cada um deles. Qual é a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música rock e o outro ser de música popular?

$$(A) \frac{7}{36} \quad (B) \frac{1}{4} \quad (C) \frac{2}{9} \quad (D) \frac{7}{18} \quad (2009)$$

33. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0,7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0,8, e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0,1. Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?

$$(A) \frac{1}{8} \quad (B) \frac{1}{7} \quad (C) \frac{1}{3} \quad (D) \frac{1}{2} \quad (2009)$$

34. Uma certa linha do Triângulo de Pascal é constituída por todos os elementos da forma ${}^{14}C_p$.

Escolhido, ao acaso, um elemento dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser o número 14?

$$(A) \frac{1}{15} \quad (B) \frac{1}{14} \quad (C) \frac{2}{15} \quad (D) \frac{4}{15} \quad (2009)$$

35. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$ e $P(B) \neq 0$.

Mostre que $1 - P(A/B) \times P(B) - P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{A})$.

(P designa probabilidade, \bar{A} designa o acontecimento contrário de A, e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A dado B.) (2009)

36. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus). Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

a) Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas. Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última carta sejam ases, e as restantes sejam figuras?

b) Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem.

Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exatamente dois ases?

Uma resposta correta a esta questão é $\frac{{}^4C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$. Numa pequena composição, justifique esta

resposta, fazendo referência: à Regra de Laplace; ao número de casos possíveis; ao número de casos favoráveis.

37. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$. Sabe-se que: $P(A) = 30\%$; $P(A \cup B) = 70\%$; A e B são incompatíveis. Qual é o valor de $P(B)$?

$$(A) 21\% \quad (B) 40\% \quad (C) 60\% \quad (D) 61\% \quad (2010)$$

38. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma ação de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa ação.

Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exatamente, os três amigos?

$$(A) \frac{1}{{}_{10}A_3} \quad (B) \frac{3}{{}_{10}A_3} \quad (C) \frac{1}{{}_{10}C_3} \quad (D) \frac{3}{{}_{10}C_3} \quad (2010)$$

39. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

Qual das igualdades seguintes é verdadeira, considerando os valores da tabela?

$$(A) P(X = 0) = P(X > 1) \quad (B) P(X = 0) = P(X = 2) \\ (C) P(X = 0) = P(X = 3) \quad (D) P(X < 2) = P(X = 3)$$

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	2a	a

(2010)

40. Dos alunos de uma escola, sabe-se que:

a quinta parte dos alunos tem computador portátil; metade dos alunos não sabe o nome do diretor; a terça parte dos alunos que não sabe o nome do diretor tem computador portátil.

- a) Determine a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, não ter computador portátil e saber o nome do diretor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
- b) Admita que essa escola tem 150 alunos. Pretende-se formar uma comissão de seis alunos para organizar a viagem de finalistas. Determine de quantas maneiras diferentes se pode formar uma comissão com, exatamente, quatro dos alunos que têm computador portátil.

41. Considere o problema seguinte:

«Num saco, estão dezoito bolas, de duas cores diferentes, de igual tamanho e textura, indistinguíveis ao tato. Das dezoito bolas do saco, doze bolas são azuis, e seis bolas são vermelhas.

Se tirarmos duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, qual é a probabilidade de elas formarem um par da mesma cor?»

Uma resposta correta para este problema é $\frac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$. Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir: uma referência à regra de Laplace; uma explicação do número de casos possíveis; uma explicação do número de casos favoráveis.

42. Uma caixa contém bolas indistinguíveis ao tato e de duas cores diferentes: azul e roxo.

Sabe-se que: o número de bolas azuis é 8; extraindo-se, ao acaso, uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$. Quantas bolas roxas há na caixa?

- (A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4 (2010)

43. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9. De entre estes números, quantos têm, exatamente, três algarismos 5?

- (A) ${}^5C_3 \times {}^4A_2$ (B) ${}^5C_3 \times 4^2$ (C) ${}^5A_3 \times 4^2$ (D) ${}^5A_3 \times {}^4C_2$ (2010)

44. Na sequência seguinte, reproduzem-se os três primeiros elementos e os três últimos elementos de uma linha do Triângulo de Pascal: 1 15 105 ... 105 15 1. São escolhidos, ao acaso, dois elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de a soma desses dois elementos ser igual a 105?

- (A) 1 (B) $\frac{1}{60}$ (C) $\frac{1}{120}$ (D) 0 (2010)

45. A Figura 4 e a Figura 5 representam, respetivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B.

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados.

- a) Seja X a variável aleatória «soma dos números saídos nas faces voltadas para cima, em cada um dos dados». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.

Apresente as probabilidades na forma de fração.

- b) Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 4) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 5) é a ordenada desse ponto Q. Considere agora os acontecimentos:

J: «o número saído no dado A é negativo»; L: «o ponto Q pertence ao terceiro quadrante».

Indique o valor de $P(L/J)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.

Apresente o resultado na forma de fração. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(L/J)$ no contexto da situação descrita. (2010)

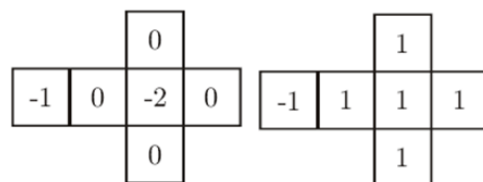


Figura 4

Figura 5

46. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$ e $P(B) \neq 0$.

Mostre que $\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\bar{A}/B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. (P designa probabilidade, \bar{A} designa o acontecimento contrário de A, e $P(\bar{A}/B)$ designa a probabilidade de \bar{A} dado B.) (2010)

Soluções: 1)C;2)B;3.a)60b) $\frac{1}{11}$;4)11;5)A;6)D;7.a) $\frac{81}{253}$ b) $\frac{2}{9}$;8)Opção 4;9)A;10)C;11.a)sim;12)0,68;
 13)A;14)C;15) $\frac{16}{49}$;16.b) $\frac{8}{15}$;17)B;18)C;19)C;20.a)0,24;22)D;23)D;24)C;25.b)0,74;26) $\frac{1}{7}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{2}{7}$;soma 3;
 27)A;28)D;29)B;30)210;31.a) $\frac{10}{19}$;32)D;33)C;34)C;36.a)15840;37)B;38)C;39)B;40.a) $\frac{7}{15}$;b)195671700;
 42)C;43)B;44)D;45.a) $-3\left(\frac{1}{36}\right)$; $-2\left(\frac{1}{36}\right)$; $-1\left(\frac{1}{4}\right)$; $0\left(\frac{5}{36}\right)$; $1\left(\frac{5}{9}\right)$;b) $\frac{1}{6}$

Ladeira
www.ladeitama1.no.sapo.pt