Ficha 4 - Probabilidades

1) $P(B|A) = P(B)$ (D)

2) $\boxed{7}\ \boxed{7}\ \_\ \_$

$1 \times 1 \times 9 \times 9$

$^4C_2 \times 9 \times 9 = 486$ (A)

3.1) M: "pagar c/ cartão MB"

$P(M) = 0,6$

$P(\overline{M}) = 0,4$

$P = {}^9C_6 (0,6)^6 (0,4)^3 \approx 0,25$

3.2) B: "o destino é Berlim"

$\overline{B}$: " " " não é "

P: "o passageiro perde o voo"

$\overline{P}$: " " " não " " "

	P	$\overline{P}$	
B	0,05×0,3 = 0,015	0,285	0,3
$\overline{B}$	0,056	0,92×0,7 = 0,644	0,7
	0,071	0,929	1

$P(P) = 0,071$

4) $P(B|A) \geq 1 - \frac{1-P(B)}{P(A)} \Leftrightarrow \frac{P(B\cap A)}{\cancel{P(A)}} \geq \frac{P(A) - 1 + P(B)}{\cancel{P(A)}} \underset{P(A)\neq 0}{\Leftrightarrow}$

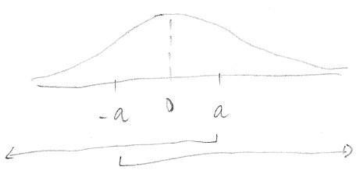
$\Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A\cap B) \leq 1 \Leftrightarrow P(A\cup B) \leq 1$ o que é sempre verdade

pois $P(X) \leq 1,\ \forall X \in \Omega$

5) $\boxed{10X \quad 20Y}^{30}$ $P = \frac{^{20}C_4}{^{30}C_4}$ (B)

6) Ora, $2a + a = 3 \times \frac{1}{10} \Leftrightarrow 3a = \frac{3}{10} \Leftrightarrow a = \frac{1}{10}$

Por outro lado, $3a + 3b + \frac{1}{10} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{10} + 3b + \frac{1}{10} = 1 \Leftrightarrow 3b = \frac{3}{5} \Leftrightarrow b = \frac{1}{5}$ (D)

7) 

$P(X \leq a) = P(X \geq -a)$ (B)

8.1)

	I	$\overline{I}$	
L	0,8×0,6 = 0,48	0,12	0,6
$\overline{L}$	0,1×0,4 = 0,04	0,36	0,4
	0,52	0,48	1

$P(L|\overline{I}) = \frac{0,12}{0,48} = \frac{1}{4}$

L: "o funcionário é licenciado"

$\overline{L}$: " " " não é " "

I: "o " tem idade < 40"

$\overline{I}$: " " " não " " < 40"

(8.2)

$$\left|\ 9F \quad 4C \quad 2I\ \right|^{15} \xrightarrow{\text{escolher } 3}$$

$\#$(Escolhas onde "pelo menos 2 dos escolhidos estão a favor") =

= $\#$(Escolhas em que "2 estão a favor") + $\#$(Escolhas em que "3 estão a favor") =

= ${}^{9}C_2 \times {}^{6}C_1 + {}^{9}C_3$ logo II é a resposta correta

Em alternativa,

$\#$(Escolhas onde "pelo menos 2 dos escolhidos estão a favor") =

Total de escolhas possíveis − Escolhas em que 1 está a favor −

− $\#$(Escolhas em que 0 estão a favor) =

= ${}^{15}C_3 - {}^{9}C_1 \times {}^{6}C_2 - {}^{6}C_3$

(9) $P(\overline{A}) = \frac{7}{10} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{10}$

$P(A \cup B) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow P(A) + P(B) - \underbrace{P(A) \times P(B)}_{A \text{ e } B \text{ indep.}} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{10}_{(2)} + P(B)_{(20)} - \frac{3}{10}_{(2)} P(B) = \frac{3}{4}_{(5)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6 + 20P(B) - 6P(B) = 15 \Leftrightarrow 14P(B) = 9 \Leftrightarrow P(B) = \frac{9}{14}$ (B)

(10) $\underline{J}\ \underline{M}\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_$

Formas de sentar o João e a Margarida juntos = $2! \times 5! \times 6$

" " " os 7 amigos = $7!$

$$P = 1 - \frac{2! \times 5! \times 6}{7!} = \frac{5}{7} \quad \text{(D)}$$

(11)

$7B + 1V + 1A + 1R = 10$ cubos

$${}^{12}C_7 \times {}^{5}C_1 \times {}^{4}C_1 \times {}^{3}C_1 = {}^{12}C_7 \times {}^{5}A_3 \quad \text{(C)}$$

(12.1)

M: "o aluno escolhido é rapariga"

E: " " " tem excesso de peso"

	E	$\overline{E}$	
M	$0{,}3 \times 0{,}55 = 0{,}165$	$0{,}385$	$0{,}55$
$\overline{M}$	$0{,}27$	$0{,}4 \times 0{,}45 = 0{,}18$	$0{,}45$
	$0{,}435$	$0{,}565$	1

$$P(\overline{M} \mid E) = \frac{0{,}27}{0{,}435} = \frac{18}{29}$$

(12.2)

200 alunos < $0,55 \times 200 = 110$ raparigas ; $0,45 \times 200 = 90$ rapazes

$$P = \frac{^{110}C_2 \times {}^{90}C_1}{^{200}C_3} \simeq 0,41$$

(13) Tópicos:

→ Na extração, ou está o zero ou não está

→ Se está o zero, o produto $= 0$ $\left(P = \frac{^1C_1 \times {}^4C_3}{^5C_4} = \frac{4}{5}\right)$

→ " não " " " " " $= 4$ $\left(P = \frac{^4C_4}{^5C_4} = \frac{1}{5}\right)$

(14) a a a a 5 5 2

$$^7C_4 \times {}^3C_2 \times {}^1C_1 = 105 \text{ ou } \frac{7!}{4!\,2!\,1!} = 105$$

colocar os a's

colocar os 5's

colocar o 2

(15)

$$\begin{cases} 0 \times b^3 + 1 \times a + 2 \times 2a = \frac{35}{24} \\ b^3 + a + 2a = 1 \end{cases} \begin{cases} a + 4a = \frac{35}{24} \\ b^3 + 3a = 1 \end{cases} \begin{cases} a = \frac{7}{24} \\ b^3 + \frac{7}{8} = 1 \end{cases} \begin{cases} — \\ b^3 = \frac{1}{8} \end{cases} \begin{cases} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \text{(C)}$$

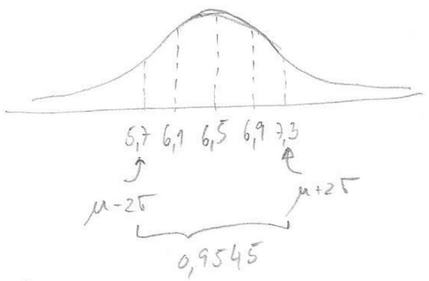
(16)

1 111 6105 221815 (*) (*) (*) 111 1

$^{111}C_0$ $^{111}C_1$ $^{111}C_2$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{112-6}$ $^{111}C_{109}$ $^{111}C_{110}$ $^{111}C_{111}$

$$P = \frac{112-6}{112} = \frac{53}{56} \quad \text{(B)}$$

(17.1)



P("o pacote está em condições") = 0,9545

$$P = {}^{10}C_8\ 0,9545^8 \times 0,0455^2 \simeq 0,064$$

(17.2) Tópicos:

$$^{500}C_{30} - {}^{498}C_{28}$$

grupos possíveis

grupos em que estão os 2 irmãos em simultâneo

$$2 \times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30} = {}^2C_1 \times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30}$$

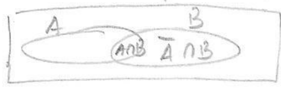
grupos em que não é escolhido 1 dos 2 irmãos

grupos em que não são escolhidos os 2 irmãos

(18) $P(\overline{A\cap B} \mid B) + P(A \mid B) = \dfrac{P(\overline{A\cap B} \cap B)}{P(B)} + \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} =$

$= \dfrac{P((\bar{A} \cup \bar{B}) \cap B)}{P(B)} + \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{P((\bar{A}\cap B) \cup (\bar{B}\cap B))}{P(B)} + \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} =$

$= \dfrac{P((\bar{A}\cap B)\cup \emptyset)}{P(B)} + \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(\bar{A}\cap B) + P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B)}{P(B)} = 1$ c.q.d.



(19) $\lfloor 6H + 3M \rfloor^{9}$

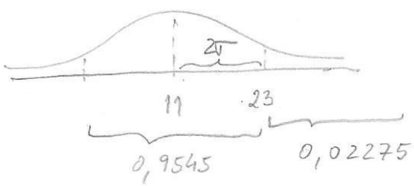
$2M + 1H$

$^{3}C_{2} \times {}^{6}C_{1}$ (B)

(20) $\begin{cases} b+b = a+2a \\ a+2a+b+b = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2b = 3a \\ 3a = 1-2b \end{cases}$ $\begin{cases} 2b = 1-2b \\ \text{———} \end{cases}$ $\begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ 3a = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ a = \frac{1}{6} \end{cases}$

$\mu = 2a + 2b + 3b = \frac{2}{6} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} = \frac{19}{12}$ (D)

(21)



$2\sigma = 12$

$\sigma = 6$ (C)

(22.1)

B: "saiu bola branca"

P: "saiu bola c/ nº par"

	P	$\bar{P}$	
B	0,36	$0{,}4 \times \frac{3}{5} = 0{,}24$	$\frac{3}{5}$
$\bar{B}$	$0{,}2 \times \frac{2}{5} = 0{,}08$	0,32	$\frac{2}{5}$
	0,44	0,56	1

$P(\bar{B} \mid P) = \dfrac{0{,}08}{0{,}44} = \dfrac{2}{11}$

(22.2) $\frac{2n}{5}$ pretas $\frac{3n}{5}$ brancas | n

$P(B,B) = \frac{7}{20} \Leftrightarrow \dfrac{\frac{3n}{5}}{n} \times \dfrac{\frac{3n}{5}-1}{n-1} = \dfrac{7}{20} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3n-5}{5(n-1)} = \dfrac{7}{20} \Leftrightarrow \dfrac{3n-5}{5n-5} = \dfrac{\frac{7}{20}}{\frac{3}{5}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3n-5}{5n-5} = \dfrac{7}{12} \Leftrightarrow 36n - 60 = 35n - 35 \Leftrightarrow \boxed{n = 25}$

(23) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{16}}$

$P(A \mid \overline{B}) = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap \overline{B})}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \boxed{P(A \cap \overline{B}) = \frac{7}{16}}$

$P(B) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \boxed{P(\overline{B}) = \frac{3}{4}}$

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{16} + \frac{7}{16} = \frac{1}{2}$

(24) ${}^{16}C_9 \times {}^{7}C_3$ (B)

(25) $\underbrace{1 \quad {}^{22}_{\ }\!x \quad {}^{22}C_2 \quad {}^{22}C_3 \ \ldots \quad {}^{22}_{\ }\!x \quad 1}_{\text{23 elementos}}$

$231 \quad 1540 \qquad 23 - 6 = 17$

$n^2 = 484$
$n = 22$

$P = \frac{17}{23}$ (C)

(26) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) - P(A \cap B) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) - P(A \cap B) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow 1 - \frac{5}{9} = 2P(A \cap B) \Leftrightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{2}{9}}$, ou seja,

$P(\text{"sair o n.º 1"}) = \frac{2}{9}$

$P(B \mid A) = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{\frac{2}{9}}{P(A)} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{7}} \Leftrightarrow \boxed{P(A) = \frac{7}{9}}$,

ou seja, $P(\text{"sair o n.º 1"}) + P(\text{"sair o n.º 3"}) = \frac{7}{9}$

Assim $\frac{2}{9} + P(\text{"sair o n.º 3"}) = \frac{7}{9} \Leftrightarrow P(\text{"sair o n.º 3"}) = \frac{5}{9}$

(27.1) $P(\text{"escolher uma mulher"}) = \frac{3}{5}$, logo há $\frac{3}{5} \times 20 = 12$ mulheres e 8 homens

$|12M + 8H|^{20}$

$\downarrow 2$

$P(Y=0) = \frac{{}^{8}C_2}{{}^{20}C_2} = \frac{14}{95}$

$P(Y=1) = \frac{{}^{12}C_1 \times {}^{8}C_1}{{}^{20}C_2} = \frac{48}{95}$

$P(Y=2) = \frac{{}^{12}C_2}{{}^{20}C_2} = \frac{33}{95}$

y_i	0	1	2
$P(Y=y_i)$	$\frac{14}{95}$	$\frac{48}{95}$	$\frac{33}{95}$

(28) $P(A) = 0,4 \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 0,6$

$P(A \cap B) = 0,2$

$P(B|\bar{A}) = 0,8 \Leftrightarrow \dfrac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = 0,8 \Leftrightarrow \dfrac{P(B \cap \bar{A})}{0,6} = 0,8 \Leftrightarrow P(B \cap \bar{A}) = 0,48$

$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = 0,2 + 0,48 = 0,68$ (C)

(29) - - - - - - - - - - - - $^{10}C_6 \times 8^4$ (A)

(30.1) $\boxed{6P \; 2B \; 1A}$

$P = 1 - P(\text{"obter 3 bolas c/ a mesma cor"}) =$

$= 1 - \dfrac{^6C_3}{^9C_3} = \dfrac{16}{21}$

(30.2) P - Preta

O - Outra

Bolas saídas:

1 $P \longrightarrow P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

2 $OP \longrightarrow P = \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{1}{4}$

3 $OOP \longrightarrow P = \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{14}$

4 $OOOP \longrightarrow P = \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{6}{6} = \frac{1}{84}$

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{84}$

(31)

×	-1	1	2	3
-1	$\boxed{1}$	-1	-2	-3
1	-1	1	2	3
2	-2	2	4	6
3	-3	3	6	9

$P = \dfrac{1}{10}$ A composição pode ser feita, baseada neste raciocínio.

(32) A e B indep., logo $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(A) = 0,4$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,48 \Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) = 0,48 \Leftrightarrow P(A \cup B) = 0,52 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,52$

$\Leftrightarrow 0,4 + P(B) - P(A) \times P(B) = 0,52 \Leftrightarrow 0,4 + P(B) - 0,4 \times P(B) = 0,52 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B) - 0,4\,P(B) = 0,12 \Leftrightarrow 0,6\,P(B) = 0,12 \Leftrightarrow P(B) = \dfrac{0,12}{0,6} \Leftrightarrow P(B) = 0,2$ (C)

(33) $P = \dfrac{^4C_3}{^6C_3} = \dfrac{4}{^6C_3}$ (B)

(34.1) $\boxed{2A \; 4P}$

A A — — — —

$P = \dfrac{2! \times 4! \times 5}{6!} = \dfrac{1}{3}$ ou $P = \dfrac{2}{6} \times \dfrac{1}{5} \times 5 = \dfrac{1}{3}$

(34.2) $C.P = {^6C_3} = 20$

0 A_3 $^2C_0 \times {^4C_3} = 4$

1 A_3 $^2C_1 \times {^4C_2} = 12$

2 A_3 $^2C_2 \times {^4C_1} = 4$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

(35) $T_{p+1} = {^{10}C_p} \left(\dfrac{2}{x}\right)^{10-p} \times x^p = {^{10}C_p} \dfrac{2^{10-p} \times x^p}{x^{10-p}} = {^{10}C_p}\, 2^{10-p} \times x^{p-10+p} =$

$= {^{10}C_p} \times 2^{10-p} \times x^{2p-10}$

Terá que $2p - 10 = 0 \Leftrightarrow p = 5$. Assim $T_6 = {^{10}C_5} \times 2^5 \times x^0 = 8064$ (B)