

# AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

## Ficha de Trabalho nº3 - Funções - 12º ano

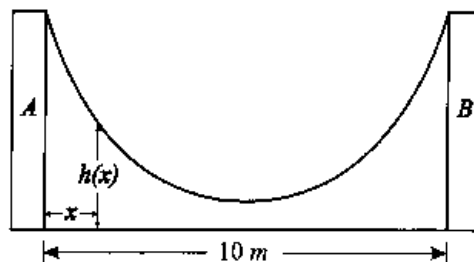
Exames 2000 a 2003

1. Admita que, ao longo dos séculos XIX e XX e dos dois primeiros anos do século XXI, a população de Portugal Continental, em milhões de habitantes, é dada, aproximadamente, por  $p(t) = 3,5 + \frac{6,8}{1 + 12,8e^{-0,03t}}$

(considere que  $t$  é medido em anos e que o instante  $t=0$  corresponde ao **início** do ano 1864).

- De acordo com este modelo, qual será a população de Portugal Continental no final do presente ano? Apresente o resultado em milhões de habitantes, arredondado às décimas.
- Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos), resolva o seguinte problema: “De acordo com este modelo, em que ano a população de Portugal Continental foi de 3,7 milhões de habitantes?” (2003)

2. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre duas paredes, **A** e **B**, distanciadas de 10 metros, como se mostra na figura. Considere a função  $h$  definida por  $h(x) = 15 - 4 \ln(-x^2 + 10x + 11)$ . Admita que  $h(x)$  é a altura, em metros, do ponto da rampa situado a  $x$  metros à direita da parede **A**.



- Determine a altura da parede **A**. Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.
- Sem recorrer à calculadora, estude a função  $h$  quanto à monotonia e conclua daí que, tal como a figura sugere, é num ponto equidistante das duas paredes que a altura da rampa é mínima.
- Mostre, analiticamente, que  $h(5 - x) = h(5 + x)$ .  
Interprete esta igualdade no contexto da situação descrita. (2003)

3. De uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua derivada é dada por  $f'(x) = (x+1)e^x - 10x$ .

Seja **A** o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abcissa do ponto **A**, arredondada às décimas. Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora.

(2003)

4. Num laboratório foi colocado um purificador de ar. Num determinado dia, o purificador foi ligado às zero horas e desligado algum tempo depois. Ao longo desse dia, o nível de poluição do ar **diminuiu**, enquanto o purificador esteve ligado. Uma vez o purificador desligado, o nível de poluição do ar **começou de imediato a aumentar**.

Admita que o nível de poluição do ar no laboratório, medido em mg/l de ar, às  $t$  horas desse dia, pode ser

dado por  $P(t) = 1 - \frac{\ln(t+1)}{t+1}$ ,  $t \in [0, 24]$ , ( $\ln$  designa logaritmo de base  $e$ ).

- Qual é o nível de poluição à uma hora e trinta minutos **da tarde**?  
Apresente o resultado na unidade considerada, arredondado às décimas.
- Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, resolva o seguinte problema: “Quanto tempo esteve o purificador de ar ligado?”  
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). (2003)

5. Prove que, para qualquer função quadrática  $g$ , existe um e um só ponto do gráfico onde a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares. (2003)

6. O nível  $N$  de um som, medido em decibéis, é função da sua **intensidade**  $I$ , medida em Watt por metro quadrado, de acordo com a igualdade  $N = 10 \log_{10}(10^{12} I)$ , para  $I > 0$ .

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, resolva as duas alíneas seguintes.

- a) Verifique que  $N = 120 + 10 \log_{10} I$ .
  - b) Admita que o nível de ruído de um avião a jato, ouvido por uma pessoa que se encontra na varanda de um aeroporto, é de 140 decibéis. Determine a intensidade desse som, em watt por metro quadrado.
- (2002)

7. Seja  $f$  uma função contínua, de domínio  $[0, 5]$  e contradomínio  $[3, 4]$ . Seja  $g$  a função, de domínio  $[0, 5]$ , definida por  $g(x) = f(x) - x$ . Prove que a função  $g$  tem, pelo menos, um zero.

(2002)

8. Uma nova empresa de refrigerantes pretende lançar no mercado embalagens de sumo de fruta, com capacidade de dois litros. Por questões de *marketing*, as embalagens deverão ter a forma de um prisma quadrangular regular.

- a) Mostre que a área total da embalagem é dada por  $A(x) = \frac{2x^3 + 8}{x}$  ( $x$  é o comprimento da aresta da base, em dm; recorde que 1 litro =  $1 \text{ dm}^3$ ).
  - b) Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor de  $x$  para o qual a área da embalagem é mínima e determine-o.
- (2002)

9. Doses terapêuticas iguais de um certo antibiótico são administradas, pela primeira vez, a duas pessoas: a Ana e o Carlos. Admita que, durante as doze primeiras horas após a tomada simultânea do medicamento pela Ana e pelo Carlos, as concentrações de antibiótico, medidas em miligramas por litro de sangue, são dadas, respetivamente, por  $A(t) = 4t^3 e^{-t}$  e  $C(t) = 2t^3 e^{-0,7t}$ . A variável  $t$  designa o tempo, medido em horas, que decorre desde o instante em o medicamento é tomado ( $t \in [0, 12]$ ).

- a) Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efetuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.
  - a.1) Determine o valor da concentração deste antibiótico no sangue da Ana, quinze minutos depois de ela o ter tomado. Apresente o resultado, em miligramas por litro de sangue, arredondado às centésimas.
  - a.2) No instante em que as duas pessoas tomam o medicamento, as concentrações são iguais (por serem nulas). Determine quanto tempo depois as concentrações voltam a ser iguais. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).
- b) Considere as seguintes questões:
  - I. Quando a concentração ultrapassa 7,5 miligramas por litro de sangue, o medicamento pode ter efeitos secundários indesejáveis. Esta situação ocorrerá, neste caso, com alguma destas duas pessoas? Caso afirmativo, com quem? E em quantos miligramas por litro o referido limiar será ultrapassado?
  - II. Depois de atingir o nível máximo, a concentração começa a diminuir. Quando fica inferior a 1 miligrama por litro de sangue, é necessário tomar nova dose do medicamento. Quem deve tomá-la e primeiro lugar, a Ana ou o Carlos? E quanto tempo antes do outro?

Use as capacidades gráficas da sua calculadora para investigar estas duas questões. Numa composição, com cerca de dez linhas, explicita as conclusões a que chegou, justificando devidamente. Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às décimas).

(2002)

10. Malmequeres de Baixo é uma população com 5000 habitantes.

- a) Num certo dia ocorreu um acidente nessa povoação, que foi testemunhado por algumas pessoas. Admita que  $t$  horas depois do acidente, o número (*expresso em milhares*) de habitantes de Malmequeres de Baixo que sabiam do ocorrido era, aproximadamente,  $f(t) = \frac{5}{1 + 124e^{-0,3t}}$ ,  $t \geq 0$ . Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude a função  $f$  quanto à monotonia e quanto à existência de assíntotas do seu gráfico. Interprete as conclusões a que chegou, no contexto do problema.
- b) Alguns dias depois, ocorreu outro acidente no mesmo local, testemunhado pelas mesmas pessoas. No entanto, neste segundo acidente, a notícia propagou-se mais depressa, no sentido em que, decorrido o mesmo tempo após o acidente, mais pessoas sabiam do ocorrido. Admita que,  $t$  horas depois deste segundo acidente, o número (*expresso em milhares*) de habitantes de Malmequeres de Baixo que sabiam do ocorrido era, aproximadamente,  $g(t) = \frac{5}{1 + ae^{-bt}}$ ,  $t \geq 0$  (para certos valores de  $a$  e  $b$ ). Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, refira o que pode garantir sobre os valores de  $a$  e de  $b$ , comparando cada um deles com o valor da constante correspondente da expressão de  $f$ . (2001)

11. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = 3x - 2\ln x$ . Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as duas alíneas seguintes:

- a) Estude, analiticamente,  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.
- b) Mostre, analiticamente, que a função  $f$  tem um único mínimo.
- c) O gráfico  $f$  contém um único ponto cuja ordenada é o quadrado da abcissa. Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa desse ponto. (*Apresente o resultado arredondado às décimas*). Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão). (2001)

12. De uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , sabe-se que a bissetriz dos quadrantes ímpares é uma assíntota do seu gráfico. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $h(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ . Prove que o eixo OX é uma assíntota do gráfico de  $h$ . (2001)

13. Considere que a altura  $A$  (em metros) de uma criança do sexo masculino pode ser expressa, aproximadamente, em função do seu peso  $p$  (em Kg), por  $A(p) = -0,52 + 0,55\ln(p)$ . Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efetuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.

- a) O Ricardo tem 1,4 m de altura. Admitindo que a altura e o peso do Ricardo estão de acordo com a igualdade referida, qual será o seu peso? Apresente o resultado em Kg arredondado às unidades.
- b) Verifique que, para qualquer valor de  $p$ , a diferença  $A(2p) - A(p)$  é constante. Determine um valor aproximado dessa constante (*com duas casa decimais*) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita. (2001)

14. Um petroleiro, que navegava no Oceano Atlântico, encalhou numa rocha e sofreu um rombo no casco. Em consequência disso, começou a derramar crude. Admita que às  $t$  horas do dia a seguir ao do acidente, a área, em  $\text{Km}^2$ , de crude espalhado sobre o oceano é dada por  $A(t) = 16e^{0,1t}$ ,  $t \in [0, 24]$

- a) Verifique que, para qualquer valor de  $t$ ,  $\frac{A(t+1)}{A(t)}$  é constante. Determine um valor aproximado dessa constante (*arredondado às décimas*) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.
- b) Admita que a mancha de crude é circular, com centro no local onde o petroleiro encalhou. Sabendo que esse local se encontra a 7 Km da costa, determine a que horas, do dia a seguir ao do acidente, a mancha de crude atingirá a costa. Apresente o resultado em horas e minutos (*minutos arredondados às unidades*). (2001)

15. A pressão atmosférica de cada local da Terra depende da altitude a que este se encontra. Admita que a pressão atmosférica  $P$  (medida em quilopascal) é dada, em função da altitude  $h$  (em Km), por  $P(h) = 101e^{-0,12h}$ .

a) A montanha mais alta de Portugal é o Pico, na Ilha do Pico – Açores. A altitude do cume do Pico é 2350 metros. Qual o valor da pressão atmosférica, nesse local? Apresente o resultado em quilopascal, arredondado às unidades.

b) Determine  $x$  tal que, para qualquer  $h$ ,  $P(h+x) = \frac{1}{2}P(h)$ . Apresente o resultado arredondado às décimas.

Interprete o valor obtido, no contexto do problema. (2000)

16. Considere a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = e^x(x^2 + x)$ . Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, resolva as alíneas seguintes:

a) Verifique que  $f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$  e determine uma equação da reta tangente ao gráfico de  $f$ , no ponto de abscissa 0.

b) Estude  $f$  quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão. (2000)

17. Um laboratório farmacêutico lançou no mercado um novo analgésico: o *AntiDor*. A concentração deste medicamento, em decigramas por litro de sangue,  $t$  horas após ser administrado a uma pessoa é dada por  $C(t) = t^2 e^{-0,6t}$  ( $t \geq 0$ )

a) Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, determine o valor de  $t$  para qual é máxima a concentração de *AntiDor* no sangue de uma pessoa que o tenha tomado. Calcule o valor dessa concentração máxima, apresentando o resultado na unidade considerada com aproximação às décimas.

b) O mesmo laboratório realizou uma campanha de promoção deste medicamento, baseada no slogan “*AntiDor – Ação Rápida e prolongada!*”

Numa breve composição, de 60 a 120 palavras, comente o slogan tendo em conta que:

- para a maioria das dores, o *AntiDor* só produz efeito se a sua concentração for superior a 1 decigrama por litro de sangue;

- de acordo com uma associação de defesa do consumidor, um bom analgésico deve começar a produzir efeito, no máximo, meia hora após ter sido tomado, e a sua ação deve permanecer durante, pelo menos, 5 horas (após ter começado a fazer efeito).

Nota: na resolução desta questão deve utilizar as capacidades gráficas da sua calculadora e enriquecer a sua composição com o traçado de um ou mais gráficos. (2000)

18. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , definida por  $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ . Recorrendo a processos analíticos,

resolva:

a) Estude a função  $f$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

b) Resolva a equação  $\ln[f(x)] = x$ .

c) Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas verticais e horizontais do seu gráfico. (2000)

19. Considere uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$ . Admita que  $f$  é positiva e que o eixo  $Ox$  é assíntota do gráfico de  $f$ . Mostre que o gráfico da função  $\frac{1}{f}$  não tem assíntota horizontal. (2000)

### Soluções:

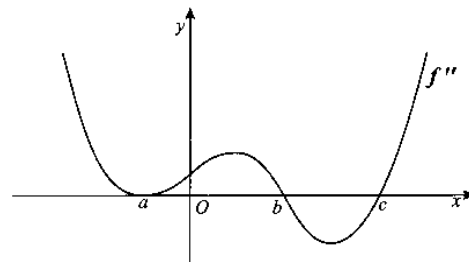
1.a)9,8 b)1837 2.a)5,4 b)x = 5 3)1,2 4.a)0,8 b)1h43m 6.b)100 8.b) $\sqrt[3]{2}$  9.a<sub>1</sub>)0,05 a<sub>2</sub>)2h19m 11.b) $\frac{2}{3}$

c)2,3 13.a)33 b)0,38 14.a)1,1 b)22h38m 15.a)76 b)5,8 16.a)y = x b) $\cup$  em  $]-\infty, -4[ \cup ]-1, +\infty[;$

$\cap$  em  $]-4, -1[; -4e-1$  17.a) $\frac{10}{3}; 1,5$  b)Falso 18.a)m.r.  $x = 2; \downarrow ]-\infty, 1[ \cup ]1, 2[; \uparrow ]2, +\infty[$  b)x = 2 c)x = 1 e y = 0

20. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ . Na figura está representada parte do gráfico de  $f''$ , **segunda derivada** da função  $f$ . Relativamente ao gráfico da **função  $f$** , qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O ponto de abcissa  $a$  é um ponto de inflexão.  
 (B) O ponto de abcissa  $c$  é um ponto de inflexão.  
 (C) A concavidade está voltada para baixo no intervalo  $[0, b]$ .  
 (D) A concavidade está sempre voltada para cima.



21. De uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que  $f(5)=0$  e  $f$  é uma função par. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x)=f(x+3)$ . Qual dos seguintes pode ser o conjunto dos zeros de  $g$ ?

- (A)  $\{0,3\}$     (B)  $\{3,5\}$     (C)  $\{-8,2\}$     (D)  $\{2,8\}$     (2002)

22. De uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}^-$ , sabe-se que a reta de equação  $y=2$  é assíntota do seu gráfico.

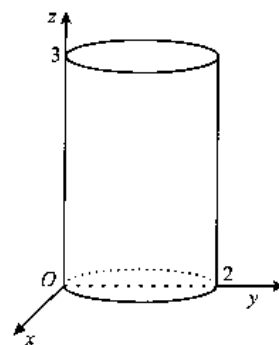
Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h(x)}{e^x}$  ?

- (A)  $+\infty$     (B)  $-\infty$     (C) 0    (D) 2    (2002)

23. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução. A altura do cilindro é 3 e uma das bases está contida no plano  $xOy$ , sendo o seu centro o ponto  $(0, 1, 0)$  e o seu raio igual a 1. Seja  $b \in ]0, 2[$  e seja  $f$  a função que, a valor de  $b$ , faz corresponder o perímetro da secção produzida no cilindro pelo plano de equação  $y=b$ .

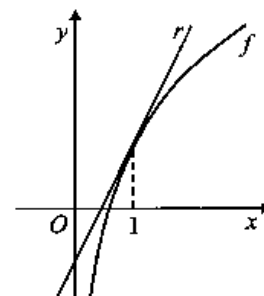
Qual é o máximo da função  $f$  ?

- (A) 9    (B) 10    (C) 11    (D) 12    (2002)



24. Na figura estão representadas, num referencial o.n.  $xOy$ , parte de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = 1 + 2 \ln x$ , e a reta  $r$ , tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa 1. Qual é o declive da reta  $r$ ?

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (2002)



25. Seja  $h$  uma função **contínua**, de domínio  $\mathbb{R}$ .

Qual dos seguintes conjuntos **não pode** ser o contradomínio de  $h$ ?

- (A)  $\mathbb{R}$     (B)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$     (C)  $\mathbb{R}^-$     (D)  $]0, 1[$     (2002)

26. O gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 0,1 + 0,2e^{0,3x}$ , tem uma única assíntota. Qual das condições seguintes é uma equação dessa assíntota?

- (A)  $y = 0$     (B)  $y = 0,1$     (C)  $y = 0,2$     (D)  $y = 0,3$     (2002)

27. Para um certo valor de  $k$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(x+k) & \text{se } x > 0 \end{cases}$

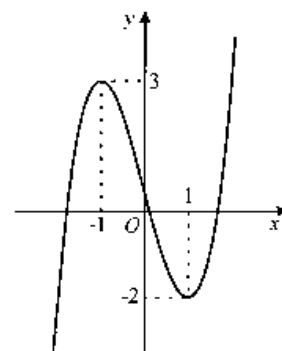
Qual é o valor de  $k$ ?

- (A) 2    (B) 1    (C) 0    (D) -1    (2001)

28. Na figura está parte da representação gráfica de uma função  $g$ , polinomial do terceiro grau. A função  $g$  admite máximo relativo igual a 3 para  $x=-1$  e admite mínimo relativo igual a  $-2$  para  $x=1$ . Qual é o conjunto dos valores de  $b$  para os quais a equação  $g(x)=b$  tem três soluções distintas?

- (A)  $] -2, +\infty[$     (B)  $] -\infty, 3[$     (C)  $] -2, 3[$     (D)  $] -2, 3]$

(2001)



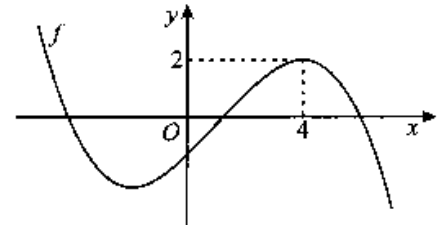
29. Seja  $f$  uma função tal que a sua derivada, no ponto 3, é igual a 4. Indique o valor de  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$
- (A) 0      (B) 4      (C)  $\frac{3}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$       (2001)

30. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} 1 + e^x & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ 3x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

Relativamente à continuidade da função  $h$ , no ponto 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) É descontínua à esquerda e à direita .  
 (B) É contínua à esquerda e descontínua à direita.  
 (C) É contínua à direita e descontínua à esquerda.  
 (D) É contínua.      (2001)

31. Na figura está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , polinomial do terceiro grau. 2 é um máximo relativo da função  $f$ .  
 Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = f(x) - 2$ .  
 Quantos são os zeros da função  $g$ ?



- (A) quatro      (B) três      (C) dois      (D) um      (2001)

32. Considere as funções  $f$  e  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definidas por  $f(x) = 2^x$  e  $g(x) = 3^x$ .  
 Qual é o conjunto solução da inequação  $f(x) > g(x)$  ?

- (A) Conjunto Vazio      (B)  $\mathbb{R}$       (C)  $\mathbb{R}^+$       (D)  $\mathbb{R}^-$       (2001)

33. De uma função  $f$ , contínua no intervalo  $[1, 3]$ , sabe-se que  $f(1) = 7$  e  $f(3) = 4$ .

Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

- (A) A função  $f$  tem pelo menos um zero no intervalo  $[1, 3]$   
 (B) A função  $f$  não tem zeros no intervalo  $[1, 3]$ .  
 (C) A equação  $f(x) = 5$  tem pelo menos uma solução no intervalo  $[1, 3]$ .  
 (D) A equação  $f(x) = 5$  não tem solução no intervalo  $[1, 3]$ .      (2001)

34. Qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo  $a$ , igual a  $e^{2 \ln a}$  ?

- (A)  $2a$       (B)  $2 + a$       (C)  $2^a$       (D)  $a^2$       (2001)

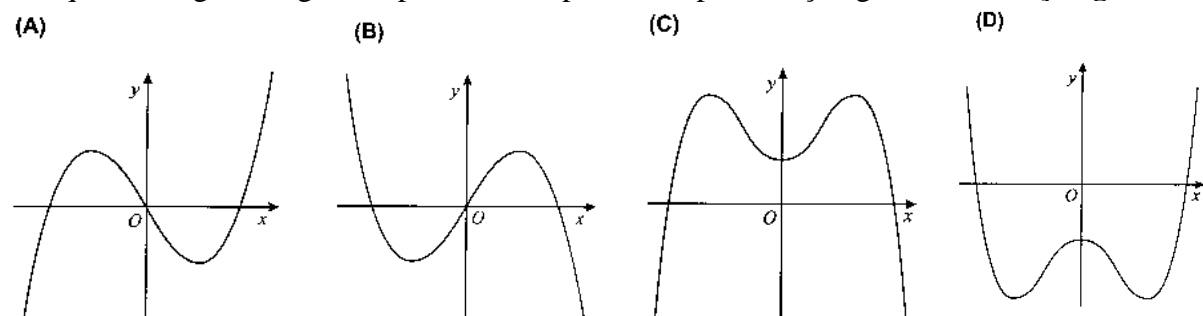
35. A reta de equação  $y = x$  é tangente ao gráfico de uma certa função  $f$ , no ponto de abscissa 0.

Qual das seguintes expressões pode definir a função  $f$ ?

- (A)  $x^2 + x$       (B)  $x^2 + 2x$       (C)  $x^2 + 2x + 1$       (D)  $x^2 + x + 1$       (2001)

36. Seja  $g$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , tal que a sua **segunda derivada** é definida por  $g(x)'' = 1 - x^2$ .

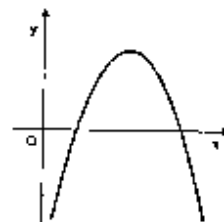
Em qual das figuras seguintes poderá estar parte da representação gráfica da **função  $g$**  ?



(2001)

37. Na figura está representada parte de uma parábola, que é o gráfico de uma certa função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ . Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = g(x) \cdot (x+3)^2$ . Qual pode ser o conjunto dos zeros da função  $h$ ?

- (A)  $\{2, 3, 4\}$  (B)  $\{-3, 1, 4\}$  (C)  $\{-3, 2, 3, 5\}$  (D)  $\{-1, 5, 9\}$  (2001)

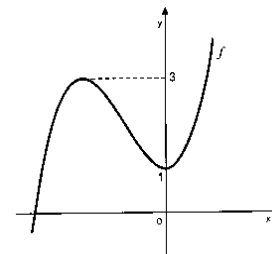


38. Indique o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\text{sen} x}$

- (A)  $-\infty$  (B) 0 (C) 1 (D)  $+\infty$  (2001)

39. Seja  $f$  uma função polinomial do terceiro grau, cujo gráfico se encontra parcialmente representado na figura. Quantas são as soluções da equação  $f(x) = 2$ ?

- (A) quatro (B) três (C) duas (D) uma (2000)



40. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções de domínio  $\mathbb{R}$ . Sabe-se que o gráfico de  $g$  é uma **reta**, que designamos por  $s$  e que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$ . Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) A reta  $s$  é uma assíntota do gráfico de  $f$ .  
 (B) A reta  $s$  é tangente ao gráfico de  $f$ .  
 (C) A reta  $s$  é secante ao gráfico de  $f$ .  
 (D) A reta  $s$  não interseca o gráfico de  $f$ .

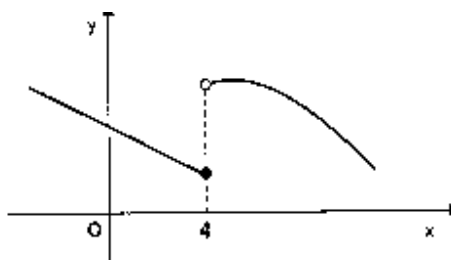
(2000)

41. O coeficiente de ampliação  $A$  de uma certa lupa é dado, em função da distância  $d$  (em decímetros) da lupa ao objeto, por  $A(d) = \frac{5}{5-d}$ . Indique a que distância do objeto tem de estar a lupa para que o coeficiente de ampliação seja igual a 5.

- (A) 2 dm (B) 4 dm (C) 6 dm (D) 8 dm (2000)

42. Na figura está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ . Qual das afirmações é verdadeira?

- (A)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq f(4)$  e  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4)$   
 (B)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq f(4)$  e  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \neq f(4)$   
 (C)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$  e  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4)$   
 (D)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$  e  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \neq f(4)$



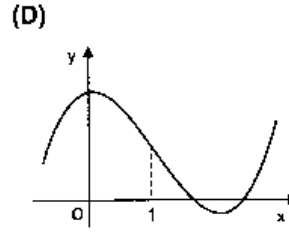
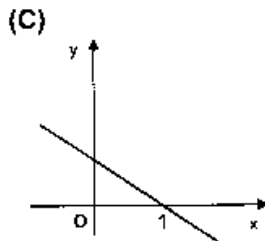
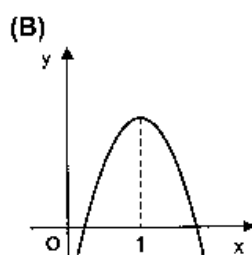
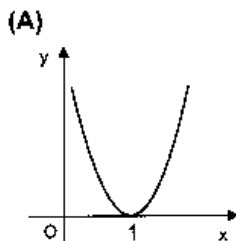
(2000)

43. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  e contradomínio  $[-3, 2]$ . Qual é o contradomínio da função  $|f|$ ?

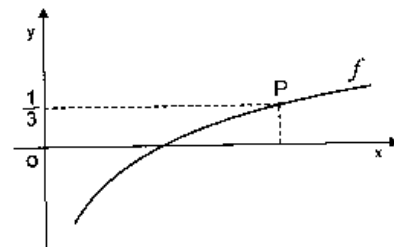
- (A)  $[0, 3]$  (B)  $[0, 2]$  (C)  $[2, 3]$  (D)  $[-2, 3]$  (2000)

44. Seja  $g$  uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 1.

Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da segunda derivada de  $g$ ? (2000)



45. Na figura está parte da representação gráfica da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = \log_8 x$ .  $P$  é um ponto do gráfico de  $f$ , que tem ordenada  $\frac{1}{3}$ . Qual é a abscissa do ponto  $P$ ?



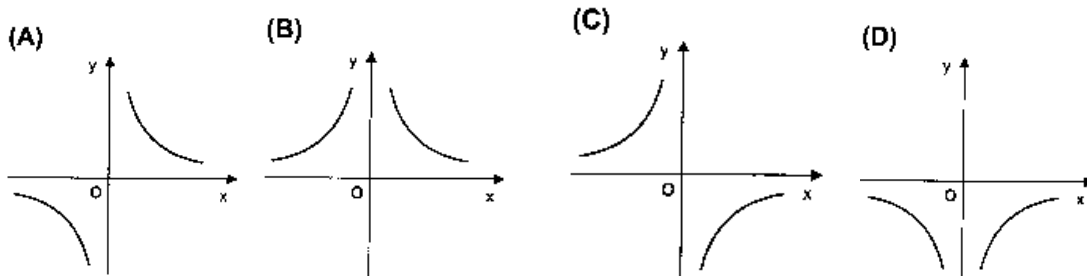
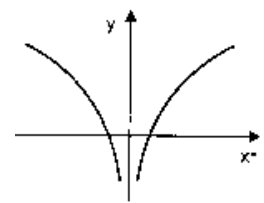
- (A)  $\frac{8}{3}$       (B) 1      (C)  $\ln\left(\frac{8}{3}\right)$       (D) 2 (2000)

46. Um tanque tem a forma de um paralelepípedo retângulo, com 7 m de comprimento, 5 m de largura e 4 m de altura. Admita que o tanque está vazio. Num certo instante, é aberta uma torneira que verte água para o tanque, à taxa de  $2 \text{ m}^3$  por hora, até este ficar cheio.

Qual é a função que dá a **altura**, em metros, da água no tanque,  $t$  horas após a abertura da torneira?

- (A)  $h(t) = 4 - 2t, t \in [0,70]$       (B)  $h(t) = \frac{2t}{35}, t \in [0,70]$       (2000)  
 (C)  $h(t) = 4 - 2t, t \in [0,140]$       (D)  $h(t) = \frac{2t}{35}, t \in [0,140]$

47. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função  $g'$ , derivada de  $g$ ?

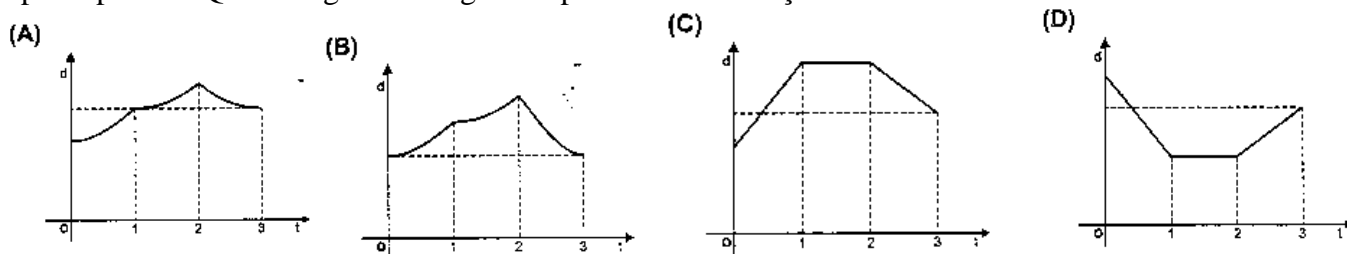
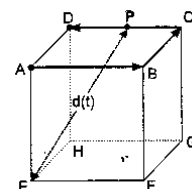


(2000)

48. Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  três números reais tais que  $\log_a(b) = c$ . Qual é o valor de  $\log_a(ab)$ ?

- (A)  $1+c$       (B)  $a+c$       (C)  $ac$       (D)  $a+bc$       (2000)

49. Na figura está representado um cubo. Considere que um ponto  $P$  se desloca ao longo do trajeto que a figura sugere:  $P$  parte de  $A$  e percorre sucessivamente as arestas  $[AB]$ ,  $[BC]$  e  $[CD]$ , terminando o percurso em  $D$ . O ponto  $P$  demora um segundo a percorrer cada uma das arestas. Seja  $d(t)$  a distância do ponto  $P$  ao ponto  $E$ ,  $t$  segundos após a partida. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $d$ ?



(2000)

50. De uma função  $f$ , contínua em  $\mathbb{R}$ , sabe-se que  $f$  é estritamente crescente,  $f(0)=1$  e o eixo  $Ox$  e a bissetriz dos quadrantes ímpares são assíntotas de gráfico de  $f$ . Qual é o contradomínio de  $f$ ?

- (A)  $[1, +\infty[$       (B)  $]-\infty, 1]$       (C)  $]0, +\infty[$       (D)  $]-\infty, 0[$       (2000)

Soluções:

20)B;21)C;22)A;23)B;24)B;25)B;26)B;27)B;28)C;29)D;30)D;31)C;32)D;33)C;34)D;35)A;36)C;37)B;38)A;39)B;40)A;41)B;42)D;43)A;44)C;45)D;46)B;47)A;48)A;49)A;50)C