Resolução da ficha n.º 3 - funções

(1) $p(t) = 3,5 + \dfrac{6,8}{1+12,8\, e^{-0,036t}}$

$t = 0 \rightarrow$ início 1864

a) Fim 2003 $\rightarrow$ $2003 - 1864 + 1 = 140$ anos

$p(140) \simeq 9,8$ milhões

b) $p(t) = 3,7 \Leftrightarrow 3,5 + \dfrac{6,8}{1+12,8\, e^{-0,036t}} = 3,7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{6,8}{1+12,8\, e^{-0,036t}} = 0,2 \Leftrightarrow 1 + 12,8\, e^{-0,036t} = 34 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12,8\, e^{-0,036t} = 33 \Leftrightarrow e^{-0,036t} = \dfrac{33}{12,8} \Leftrightarrow$

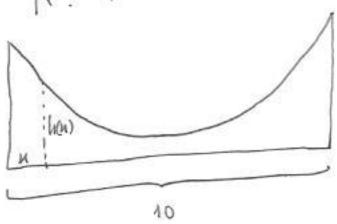
$\Leftrightarrow -0,036t = \ln\left(\dfrac{33}{12,8}\right) \Leftrightarrow t = -\dfrac{\ln\left(\frac{33}{12,8}\right)}{0,036} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t \simeq -26,307$

$1864 - 26,307 \simeq 1837,693$

R: Foi no ano de 1837.

(2)



a) $h(0) \simeq 5,4$ m

$h(x) = 15 - 4\ln(-x^2 + 10x + 11)$

b) $h'(x) = -4\,\dfrac{-2x+10}{-x^2+10x+11} = \dfrac{8x-40}{-x^2+10x+11}$

$8x - 40 = 0 \Leftrightarrow 8x = 40 \Leftrightarrow x = 5$

$-x^2 + 10x + 11 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100+44}}{-2}$ $\begin{cases} x = -1 \\ x = 11 \end{cases}$

	0		5		10
$8x-40$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$-x^2+10x+11$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$h'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$		$\searrow$	m	$\nearrow$	

mínimo para $x = 5$, logo está concluído.

c) $h(5-x) = 15 - 4\ln\left(-(5-x)^2 + 10(5-x) + 11\right) =$

$= 15 - 4\ln\left(-25 + \cancel{10x} - x^2 + 50 - \cancel{10x} + 11\right) =$

$= 15 - 4\ln\left(-x^2 + 36\right)$

$h(5+x) = 15 - 4\ln\left(-(5+x)^2 + 10(5+x) + 11\right) =$

$= 15 - 4\ln\left(-25 - \cancel{10x} - x^2 + 50 + \cancel{10x} + 11\right) =$

$= 15 - 4\ln\left(-x^2 + 36\right)$

Logo $h(5-x) = h(5+x)$

Conclusão: Pontos equidistantes (para a esquerda e para a direita) do meio da rampa, estão à mesma altura.

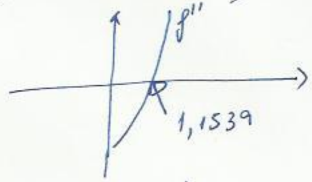
3) $f'(x) = (x+1)e^x - 10x$

$f''(x) = (x+1)'e^x + (x+1)(e^x)' - 10 =$

$= e^x + (x+1)e^x - 10 =$

$= e^x(1+x+1) - 10 = e^x(x+2) - 10$

Colocando $f''(x) = e^x(x+2) - 10$ na calc. gráf. e procurando o único zero obtém-se $x \simeq 1{,}2$



4) $P(t) = 1 - \dfrac{\ln(t+1)}{t+1}$; $t \in [0; 24]$

a) $P(13{,}5) \simeq 1 - \dfrac{\ln(14{,}5)}{14{,}5} \simeq 0{,}8$ mg/l

b) $P'(t) = -\dfrac{(\ln(t+1))'(t+1) - (\ln(t+1))(t+1)'}{(t+1)^2} = -\dfrac{\frac{1}{t+1}\times(t+1) - \ln(t+1)}{(t+1)^2} =$

$= -\dfrac{1 - \ln(t+1)}{(t+1)^2} = \dfrac{-1 + \ln(t+1)}{(t+1)^2}$

$-1 + \ln(t+1) = 0$

$\ln(t+1) = 1$

$t+1 = e$

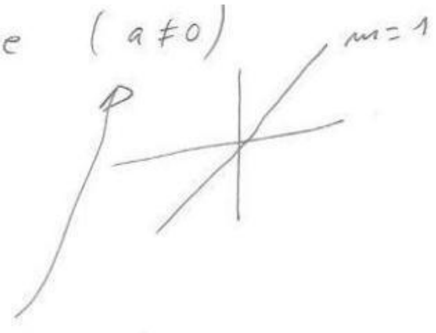
$t = e - 1$

	0	$e-1$	24
$P'(t)$	$-$	0	+
$P(t)$	↘	m	↗

$t = e - 1 \simeq 1{,}718$ h

$t \simeq 1$h 43m

5) $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$



$g'(x) = 2ax + b$

$g'(x) = 1 \Leftrightarrow$

$2ax + b = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2ax = 1 - b \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1-b}{2a}, \ a \neq 0$

Existe apenas um ponto de abcissa $x = \frac{1-b}{2a}$.

6) $N = 10 \log(10^{12} I) = 10(\log 10^{12} + \log I) = 10(12 \log 10 + \log I) =$

a) $N = 10 \log(10^{12} I) = 10(\log 10^{12} + \log I)$

$= 10(12 + \log I) = 120 + 10 \log I$

b) $120 + 10 \log I = 140 \Leftrightarrow 10 \log I = 20 \Leftrightarrow \log I = 2 \Leftrightarrow I = 100$

7) De acordo com o enunciado é possível aplicar o Teor. Bolz. à análise da função em $[0;5]$ g terá pelo menos um zero desde que

$g(0) \times g(5) < 0$ (Corolário)

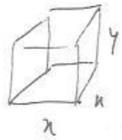
$g(0) = f(0) - 0 = f(0) > 0$

$g(5) = f(5) - 5 < 0 \quad (f(5) < 4)$

Logo $g(0) \times g(5) < 0$ e fica demonstrado.

8

a)



$$A = 2x^2 + 4yx$$

$$A = 2x^2 + 4 \times \frac{2x}{x^2} =$$

$$= 2x^2 + \frac{8}{x} =$$

$$\boxed{A(x) = \frac{2x^3+8}{x}}$$

$V = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 \cdot y = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \frac{2}{x^2}$

b) $$A'(x) = \frac{(2x^3+8)'x - (2x^3+8)x'}{x^2} = \frac{6x^2 \times x - 2x^3 - 8}{x^2}$$

$$= \frac{6x^3 - 2x^3 - 8}{x^2} = \frac{4x^3 - 8}{x^2}$$

$4x^3 - 8 = 0$

$x^3 = 2$

$x = \sqrt[3]{2}$

	0		$\sqrt[3]{2}$	
$4x^3-8$	-	-	0	+
x^2	0	+	+	+
$A'(x)$	SS	-	0	+
$A(x)$	X	↘	m	↗

mín. para $x = \sqrt[3]{2}$ //

9

$A(t) = 4t^3 e^{-t}$ $\quad C(t) = 2t^3 e^{-0,7t}$

a.1) $A(0,25) \approx 4 \times (0,25)^3 \times e^{-0,25} \simeq 0,05$ mg/l

a.2) $A(t) = C(t) \Leftrightarrow 4\cancel{t^3} e^{-t} = 2\cancel{t^3} e^{-0,7t} \Leftrightarrow \frac{4e^{-t}}{2e^{-0,7t}} = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2e^{-t+0,7t} = 1 \Leftrightarrow e^{-0,3t} = 0,5 \Leftrightarrow$

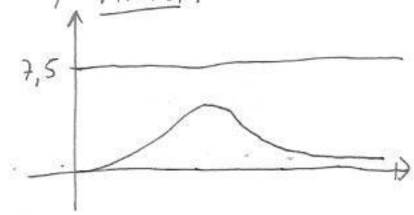
$\Leftrightarrow -0,3t = \ln(0,5) \Leftrightarrow t = -\frac{\ln(0,5)}{0,3} \simeq 2,31$

139 min

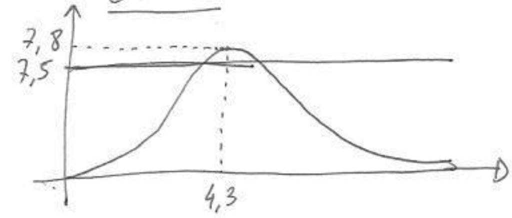
2 h 19 m

b)

I) Ana:

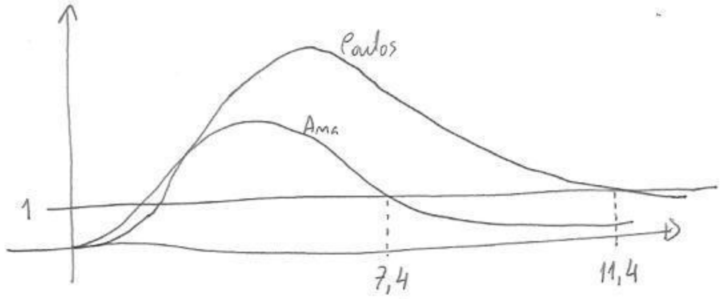


Carlos:



Esta situação ocorre com o Carlos e o limiar será ultrapassado em 0,3 mg/l.

II)



A Ana deve tomar nova dose antes do Carlos (4 horas).

10a) $f(t) = \dfrac{5}{1+124\, e^{-0,3t}}, \quad t \geq 0$

$$f'(t) = \frac{5'\left(1+124\, e^{-0,3t}\right) - 5\left(1+124\, e^{-0,3t}\right)'}{\left(1+124\, e^{-0,3t}\right)^2} =$$

$$= \frac{-5\left(-124 \times 0,3\, e^{-0,3t}\right)}{\left(1+124\, e^{-0,3t}\right)^2} = \frac{\overset{+}{186\, e^{-0,3t}}}{\underset{+}{\left(1+124\, e^{-0,3t}\right)^2}} > 0$$

logo f é ↗ sempre.

b) $f(t) = \dfrac{5}{1+124\,e^{-0,3t}}$ $\quad g(t) = \dfrac{5}{1+a\,e^{-bt}}$

$f(0) = g(0) \Leftrightarrow \dfrac{5}{1+124\,e^{0}} = \dfrac{5}{1+a\,e^{0}} \Leftrightarrow \dfrac{5}{125} = \dfrac{5}{1+a} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1+a = 125 \Leftrightarrow \boxed{a = 124}$ $\quad \rightarrow g(t) = \dfrac{5}{1+124\,e^{-bt}}$

Para $t>0$, $g(t) > f(t) \Leftrightarrow \dfrac{5}{1+124\,e^{-bt}} > \dfrac{5}{1+124\,e^{-0,3t}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{1}+\cancel{124}\,e^{-bt} < \cancel{1}+\cancel{124}\,e^{-0,3t} \Leftrightarrow e^{-bt} < e^{-0,3t} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -b\cancel{t} < -0,3\cancel{t} \Leftrightarrow \boxed{b > 0,3}$

$\rightarrow$ a é o mesmo tanto em f como em g

$\rightarrow$ $b > 0,3$ em g (maior que em f)

Resol. 3.ª fich Func 12ºC 3ºl terefich 12

Resoluções da ficha nº 3 - Funções III

(11) $f(x) = 3x - 2\ln x$

a) $D_f = \mathbb{R}^+$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} (3x - 2\ln x) = 0 - 2(-\infty) = +\infty \Rightarrow \boxed{x = 0}$ A.V.

$m = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{3x - 2\ln x}{x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(3 - 2\frac{\ln x}{x}\right) = 3 - 2 \times 0 = 3$

$b = \lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (\cancel{3x} - 2\ln x - \cancel{3x}) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-2\ln x) = -\infty$

Não há assimptotas não verticais.

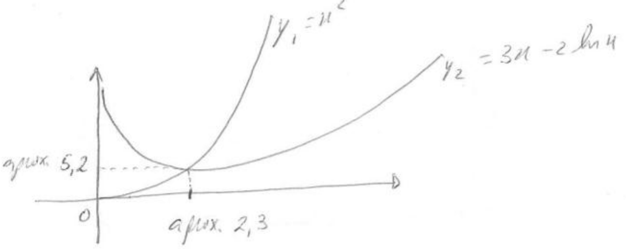
b) $f'(x) = (3x - 2\ln x)' = 3 - 2 \times \frac{1}{x} = 3 - \frac{2}{x}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{2}{x} = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \land x \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \land x \neq 0$

$m = f\left(\frac{2}{3}\right) = 3 \times \frac{2}{3} - 2\ln\left(\frac{2}{3}\right) = 2 - 2\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

	0		$\frac{2}{3}$	$+\infty$
f'	X	$-$	0	+
f	X	↘	m	↗

c) $y_1 = x^2$
$y_2 = 3x - 2\ln x$



∴ A abcissa do ponto é aproximadam. 2,3.
(janela utilizada $[0, 10] \times [-10, 20]$)

(13) $A(p) = -0,52 + 0,55 \ln(p)$

a) $A(p) = 1,4 \Leftrightarrow -0,52 + 0,55 \ln(p) = 1,4 \Leftrightarrow 0,55 \ln(p) = 1,92 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ln(p) \simeq 3,49 \Leftrightarrow p \simeq e^{3,49} \Leftrightarrow p \simeq 33$ Kg

b) $A(2p) - A(p) = -0,52 + 0,55 \ln(2p) - \left(-0,52 + 0,55 \ln(p)\right) =$

$= \cancel{-0,52} + 0,55 \ln(2p) + \cancel{0,52} - 0,55 \ln(p) =$

$= 0,55 \left(\ln(2p) - \ln(p)\right) = 0,55 \ln\left(\frac{2p}{p}\right) = 0,55 \ln 2 \simeq 0,38 m$

$A(2p) - A(p) \simeq 0,38 m$ significa que quando o peso de um rapaz duplica a sua altura aumenta approximadamente 38 cm.

(14) $A(t) = 16 e^{0,1t}$, $t \in [0, 24]$

a) $\frac{A(t+1)}{A(t)} = \frac{16 e^{0,1(t+1)}}{16 e^{0,1t}} = \frac{\cancel{16} e^{0,1t+0,1}}{\cancel{16} e^{0,1t}} = \frac{\cancel{e^{0,1t}} \times e^{0,1}}{\cancel{e^{0,1t}}} = e^{0,1} \simeq 1,1$

Significa que, por cada hora que passa, a área é aumentada 1,1, ou seja, 10%.

b) Se $r = 7$ Km então $A = \pi 7^2 = 49\pi$ Km^2

$A(t) = 49\pi \Leftrightarrow 16 e^{0,1t} = 49\pi \Leftrightarrow e^{0,1t} = \frac{49\pi}{16} \Leftrightarrow 0,1t = \ln\left(\frac{49\pi}{16}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{49\pi}{16}\right)}{0,1} \simeq 22,64$ horas $= 22 h + 0,64 h$

1 h — 60 min
0,64 h — x
$\to x \simeq 38$ min

$\therefore$ 22 horas e 38 min.

(15)
a) $p(h) = 101 e^{-0,12 h}$

$h = 2350$ m $= 2,35$ Km

$p(2,35) = 101 e^{-0,12 \times 2,35} \simeq 76$ quilopascal.

b) $p(h+x) = \frac{1}{2} p(h) \Leftrightarrow \cancel{101} e^{-0,12(h+x)} = \frac{1}{2} \times \cancel{101} e^{-0,12 h} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{e^{-0,12h}} \times e^{-0,12x} = \frac{\cancel{e^{-0,12h}}}{2} \Leftrightarrow e^{-0,12x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -0,12x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{0,12} \simeq 5,8$ Km

Para um aumento de 5,8 Km, a pressão atmosférica diminui para metade.

16) $f(x) = e^x(x^2+x)$

a) $f'(x) = (e^x)'(x^2+x) + e^x(x^2+x)' = e^x(x^2+x) + e^x(2x+1) =$

$= e^x(x^2+x+2x+1) = e^x(x^2+3x+1)$

$f'(0) = e^0(0+0+1) = 1 = m$

$f(0) = e^0(0+0) = 0 \rightarrow (0,0)$

$y = mx + b$

$y = x + b$ $\quad\therefore y = x$

$(0,0) \rightarrow 0 = 0 + b$

$b = 0$

b) $f''(x) = (e^x)'(x^2+3x+1) + e^x(x^2+3x+1)' = e^x(x^2+3x+1) + e^x(2x+3) =$

$= e^x(x^2+3x+1+2x+3) = e^x(x^2+5x+4)$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2+5x+4) = 0 \Leftrightarrow \cancel{e^x \neq 0} \vee x^2+5x+4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{2} < \begin{matrix} -4 \\ -1 \end{matrix}$

	$-\infty$	-4		-1	$+\infty$
f''	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\cup$	P.I.	$\cap$	P.I.	$\cup$

$f(-4) = e^{-4}(16-4) = 12e^{-4}$

$f(-1) = e^{-1}(1-1) = 0$

Pontos de inflexão $(-4, 12e^{-4})$ e $(-1, 0)$

$\cap$ em $[-4, -1]$

$\cup$ em $]-\infty, -4]$ e em $[-1, +\infty[$

17) $c(t) = t^2 e^{-0,6t}$ $(t \geq 0)$

a) $c'(t) = (t^2)' e^{-0,6t} + t^2(e^{-0,6t})' = 2t\, e^{-0,6t} + t^2(-0,6\, e^{-0,6t})$

$= e^{-0,6t}(2t - 0,6t^2)$

$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \cancel{e^{-0,6t} = 0} \vee 2t - 0,6t^2 = 0 \Leftrightarrow t(2-0,6t) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{2}{0,6} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{10}{3}$

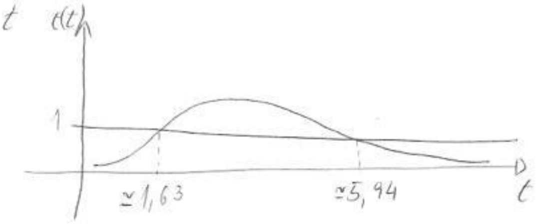
	0		$\frac{10}{3}$	$+\infty$
$e^{-0,6t}$	$+$	$+$	$+$	$+$
$2t-0,6t^2$	0	$+$	0	$-$
$c'(t)$	0	$+$	0	$-$
$c(t)$		$\nearrow$	M	$\searrow$

Máx. $= c\left(\frac{10}{3}\right) = \left(\frac{10}{3}\right)^2 e^{-0,6 \times \frac{10}{3}} \simeq 1,5$

A concentração é máx quando $t \simeq 3,3$ horas $\rightarrow$ 3h 20 m

b) Máx $\simeq 1,5$ dg/l

8) $c(t) = t^2 e^{-0,6t}$



janela $[0,10] \times [-2,3]$

O medicamento começa a fazer efeito cerca de 1,63 h após a administração e deixa de fazer efeito 4,31 h depois (5,94 - 1,63).
O slogan é falso, tendo em conta os dados fornecidos por uma associação de defesa do consumidor:

- não é rápido (deveria começar a fazer efeito 0,5 h após a sua administração)
- a acção não é prolongada (o efeito deveria permanecer pelo menos durante 5 h).

18) $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ $\quad D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

a) $f'(x) = \frac{(e^x)'(x-1) - e^x(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x(x-2) = 0 \wedge (x-1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow (\cancel{e^x = 0} \vee x = 2) \wedge x \neq 1$

$\Leftrightarrow x = 2 \wedge x \neq 1$

	$-\infty$		1		2	$+\infty$
$e^x(x-2)$	−	−	X	−	0	+
$(x-1)^2$	+	+	X	+	+	+
f'	−	−	X	−	0	+
f	↘	↘	X	↘	m	↗

↘ em $]-\infty, 1[$ e em $]1, 2]$

↗ em $[2, +\infty[$

$m = f(2) = \frac{e^2}{2-1} = e^2 \rightarrow (2, e^2)$

b) $\ln(f(x)) = x \Leftrightarrow \ln\left(\frac{e^x}{x-1}\right) = x \Leftrightarrow \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^x}{1} \wedge \frac{e^x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 1 = 1 \wedge x - 1 > 0 \Leftrightarrow x = 2 \wedge x > 1 \Leftrightarrow x = 2$

c) Verticais:

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e}{0^+} = +\infty$ $\quad \boxed{x = 1}$ A.V. bilateral

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e}{0^-} = -\infty$

horizontais:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x-1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{x-1}{e^x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x}} =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{\underbrace{\frac{e^x}{x}}_{+\infty}} - \frac{1}{e^x}} = \frac{1}{\frac{1}{+\infty} - \frac{1}{+\infty}} = \frac{1}{0^+ - 0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

LNN

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^{-\infty}}{-\infty} = \frac{0}{-\infty} = 0$$

Assim $y = 0$ A.H, quando $x \to -\infty$

(19) Hip: $D_f = \mathbb{R}^+$

$f(x) > 0, \ \forall x \in \mathbb{R}^+$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^+$

Tese: Sendo $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, g não tem assimptota horizontal.

Basta calcular $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ pois $D_f = \mathbb{R}^+$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{f(x)}\right) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$, logo $\frac{1}{f}$ não admite qq assimptota horizontal, c.q.d.

Assimptotas verticais:

$D = \mathbb{R}^+$

$$\lim_{t \to 0^+} f(t) = \lim_{t \to 0^+} \frac{5}{1+124e^{-0,3t}} = \frac{5}{125}$$

Não há assimptotas verticais

Não verticais:
(Não tem sentido $t \to -\infty$)

$$m = \lim_{t \to +\infty} \frac{f(t)}{t} = \lim_{t \to +\infty} \frac{5}{t\left(1+124\, e^{-0,3t}\right)} = \frac{5}{+\infty(1+0)} = 0$$

$t \to +\infty$, $e^{-0,3t} \to 0$

$$b = \lim_{t \to +\infty} f(t) = \lim_{t \to +\infty} \left(\frac{5}{1+124\, e^{-0,3t}} \right) = \frac{5}{1} = 5$$

$e^{-0,3t} \to 0$

$\boxed{y=5}$ A. H.

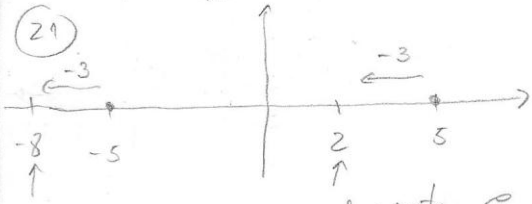
À medida que o tempo passa, o nº de pessoas que tem conhecimento do acidente é cada vez maior, verificando-se que ao fim de muito tempo (muito!) a gente da povoação (5000 habitantes) saberá do acidente.

(20)

	$-\infty$		a		b		c	$+\infty$
f''		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f		$\cup$		$\cup$	PI	$\cap$	PI	$\cup$

Resposta B

(21)



Resposta C

(22) Sabe-se que $\lim_{x\to-\infty} h(x)=2$

Então, $\lim_{x\to-\infty}\frac{h(x)}{e^x}=\frac{\lim_{x\to-\infty} h(x)}{\lim_{x\to-\infty} e^x}=\frac{2}{e^{-\infty}}=$

$=\frac{2}{0^+}=+\infty$ A

(23) Máx de f quando $y=1$

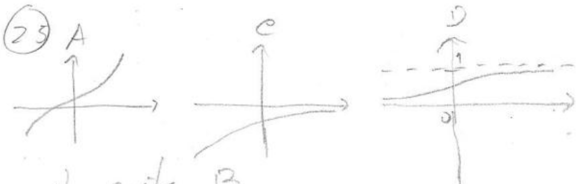
$P=10$ B

(24) $f'(x)=(1+2\ln x)'=1'+2(\ln x)'=$

$=0+2\times\frac{x'}{x}=\frac{2}{x}$

$m=f'(1)=\frac{2}{1}=2$ B

(25)



Resposta B

(26) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(0{,}1+0{,}2\,e^{0{,}3x})=$

$=0{,}1+0{,}2\times e^{-\infty}=0{,}1+0{,}2\times 0$

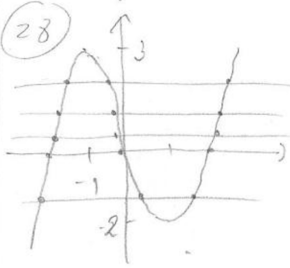
$=0{,}1$ Resposta B

(27) $\lim_{x\to 0^+}\left(\ln(x+k)\right)=\ln k$

Então $\ln k=0 \Leftrightarrow k=e^0 \Leftrightarrow k=1$

Resposta B

(28)



C

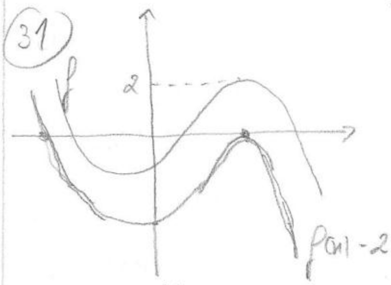
(29) $\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{(x-3)(x+3)}=$

$=\underbrace{\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}}\times\lim_{x\to3}\frac{1}{x+3}$

$=f'(3)\times\frac{1}{3+3}=4\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

D

(31)



2 zeros C

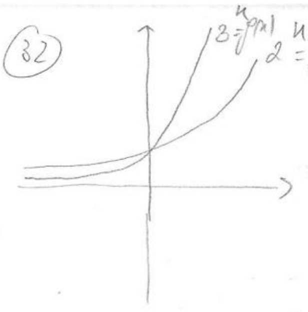
(30) ∘ $\lim_{x\to0^-}(1+e^x)=1+e^0=1+1=2$

∘ $\lim_{x\to0^+}(3x+2)=3\times0+2=2$

∘ $f(0)=2$

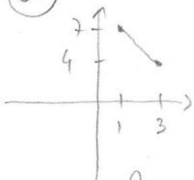
D

(32)

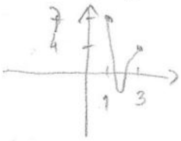


D

(33) A Falsa



B e D Falsas



Resposta C

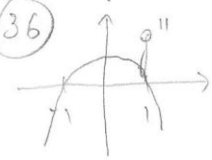
(34) $e^{2\ln a} = e^{\ln a^2} = a^2$ D

(35) Sabe-se que $f(0)=0$ e $f'(0)=1$

A $f(x) = x^2 + x \rightarrow f(0) = 0$

$f'(x) = 2x+1 \rightarrow f'(0) = 1$

(36)



	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
g''	$-$	0	$+$	0	$-$
g	$\cap$	pi	$\cup$	pi	$\cap$

Opção C

(37) $h(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) \cdot (x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow g(x) = 0 \vee (x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{g(x) = 0}_{\text{2 zeros}} \vee \ x = -3$

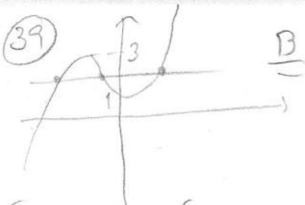
opção B

(38) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\operatorname{sen} x} = \frac{\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x}{\lim\limits_{x \to 0^+} \operatorname{sen} x} =$

$= \frac{\ln(0^+)}{\operatorname{sen}(0^+)} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$

A

(39)



B

(40) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - g(x)\right) = 0$

Definição de assíntota

$y = g(x)$ Assíntota

A

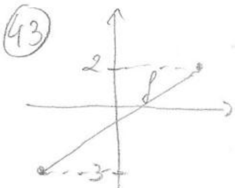
(41) $A(d) = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{5-d} = 5 \Leftrightarrow$

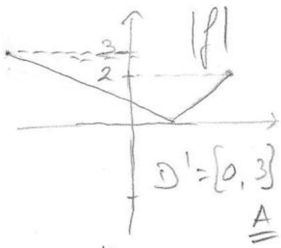
$\Leftrightarrow (5-d) \times 5 = 5 \Leftrightarrow 5 - d = 1 \Leftrightarrow d = 4$

B

(42) D

(43)





$D' = [0, 3]$

A

(44) O gráfico de g'' terá de mudar de sinal para $x=1$, logo opção C

(45) $\log_8 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 8^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$

D

(46) $V = 7 \times 5 \times 4 = 140\ m^3$

Altura $= 4m$

Opção B porque

$h(0) = 0$

$h(70) = 4$

(47)

	$-\infty$	0	$+\infty$
g	$\searrow$		$\nearrow$
g'	$-$		$+$

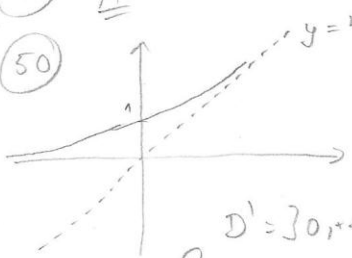
$\underline{\underline{A}}$

(48) $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b =$

$= 1 + c$ $\underline{\underline{A}}$

(49) $\underline{\underline{A}}$

(50)



$D' =]0, +\infty[$

$\underline{\underline{C}}$