AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho nº2 - Trigonometria - 12º ano

Exames 2004-2005

1 A figura 1 representa um depósito de forma cilíndrica, que contém um certo volume de um combustível. Admita que a função V, de domínio $[0,\ 2\pi]$, definida por $V(x) = 80\,(x - \text{sen}\, x)$, dá o volume, em metros cúbicos, de combustível existente no depósito, em função da amplitude x, em radianos, do arco ABC (que, como se sabe, é igual à amplitude do ângulo ao centro correspondente, assinalado na figura 2).

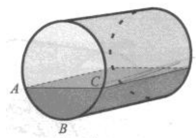


Figura 1

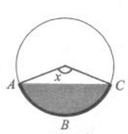
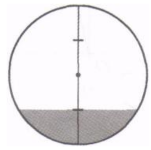


Figura 2

a) Qual é a capacidade total do depósito, em metros cúbicos? Apresente o resultado arredondado às unidades. Nota: se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

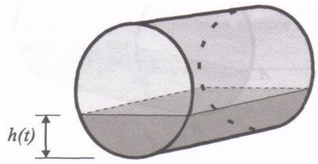
b) Recorra à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema: Qual terá de ser a amplitude, em radianos, do arco ABC, para que existam 300 metros cúbicos de combustível no depósito? Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s). Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

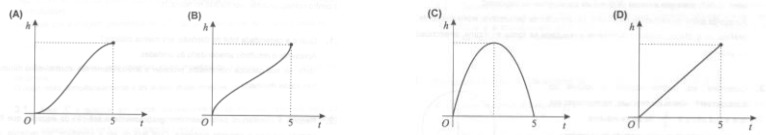
c) Determine, em metros cúbicos, o volume do combustível existente no depósito, no momento em que a sua altura é $\frac{1}{4}$ da altura máxima. Apresente o resultado arredondado às unidades. Nota: se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.



d) Admita agora que o depósito está vazio e que, num certo instante, se começa a introduzir combustível a uma taxa constante, até ficar cheio, o que acontece ao fim de cinco horas. Seja *h(t)* a altura do combustível no depósito, t horas após o instante em que começa a ser introduzido. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função h ?

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, indique as razões que o levam a rejeitar os restantes gráficos (indique três razões, uma por cada gráfico rejeitado)



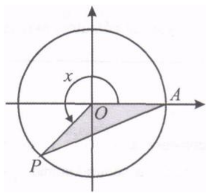


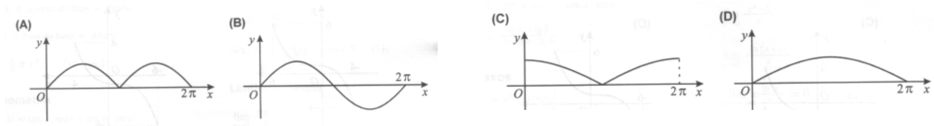
(exame 2004)

2 Na figura junta está representado o círculo trigonométrico. Considere que um ponto P parte de A(l,0) e se desloca sobre a circunferência, dando uma volta completa, em sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo orientado cujo lado origem é a semirreta OA e cujo lado extremidade é a semirreta OP ($x \in [0, 2\pi]$).

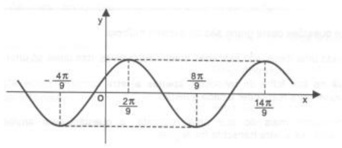
Seja g a função que, a cada valor de x, faz corresponder a área da região sombreada (região limitada pelos segmentos de reta [OP], [PA] e [AO]). Qual dos seguintes gráficos pode ser o da função g ?





(exame 2005)

3 Na figura está representada parte do gráfico de uma função periódica.



Qual dos valores seguintes poderá ser período desta função?

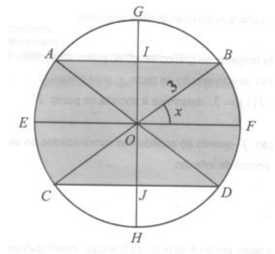
$(A)\ \frac{\pi}{9}$ $\quad (B)\ \frac{2\pi}{9}$ $\quad (C)\ \frac{2\pi}{3}$ $\quad (D)\ \frac{4\pi}{3}$

(exame 2004)

4 Considere a função *f*, de domínio IR, definida por $f(x) = \cos x$. Qual das expressões seguintes dá a derivada de *f*, no ponto π ?

$(A)\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos x+1}{x-\pi}$ $\quad (B)\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\pi}{x}$ $\quad (C)\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos x}{x-\pi}$ $\quad (D)\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x+\pi}$ *(exame 2005)*

5 Na figura está representada uma circunferência com centro no ponto O e raio 3. Os diâmetros [EF] e [GH] são perpendiculares.



Considere que o ponto B se desloca sobre o arco FG.

Os pontos A, C e D acompanham o movimento do ponto B, de tal forma que:

- as cordas [AB] e [CD] permanecem paralelas a [EF];
- [AD] e [BC] são sempre diâmetros da circunferência.

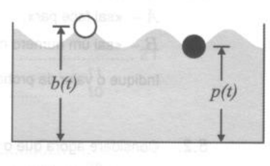
Os pontos I e J também acompanham o mesmo movimento, de tal forma que são sempre os pontos de interseção de [GH] com [AB] e [CD], respetivamente. Para cada posição do ponto B, seja *x* a amplitude, em radianos, do ângulo FOB $\left(x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]\right)$.

a) Mostre que a área da região sombreada é dada, em função de *x*, por $A(x) = 18(x + \text{sen } x \times \cos x)$. Sugestão: use a decomposição sugerida na figura.

b) Recorra à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema: Qual é o valor de *x* para o qual a área da região sombreada é igual a metade da área do círculo? Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de algum, ou de alguns, ponto(s). Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

(exame 2005)

6 Duas bolas de plástico com o mesmo raio, uma branca e outra preta, flutuam na superfície de um líquido contido num recipiente. Por ação de uma força exterior, o líquido perdeu o estado de repouso em que se encontrava, tendo a distância de cada uma das bolas à base do recipiente deixado de ser constante. Designando por *b(t)* e *p(t)* as distâncias, em cm, dos centros das bolas (branca e preta, respetivamente) à base do recipiente, *t* segundos após o início da perturbação, admita que se tem:



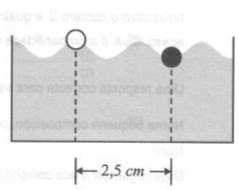
$$b(t) = 10 + e^{-0,1t}\,sen(\pi t), \qquad t \ge 0$$

$$p(t) = 10 - 1{,}37e^{-0,1t}\,sen(\pi t), \qquad t \ge 0$$

a) Sem recorrer à calculadora, resolva o seguinte problema:

Durante os primeiros cinco segundos após o início da perturbação (instantes 0 e 5 incluídos), houve alguns instantes em que as duas bolas estiveram a igual distância da base do recipiente. Quantas vezes isso aconteceu?

b) Determine a distância que vai do centro da bola branca ao centro da bola preta, meio segundo após o início da perturbação, sabendo que, nesse instante, a distância entre as respetivas projeções horizontais (na base do recipiente) é de 2,5 cm. Apresente o resultado em cm, arredondado às décimas. Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

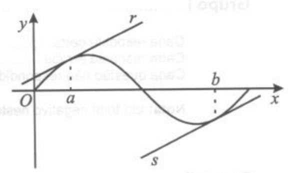


(exame 2004)

7 Seja *f* a função, de domínio [0,2π], definida por *f(x)*=sen *x*.

a) Na figura junta estão representados:

- O gráfico da função *f*;
- Duas retas, *r* e *s*, tangentes ao gráfico de *f*, nos pontos de abcissas *a* e *b*, respetivamente.



Prove que, se *a*+*b*=2π, então as retas *r* e *s* são paralelas.

b) Sem recorrer à calculadora, estude, quanto à existência de assímptotas do seu gráfico, a função *g*, de domínio $]0;2\pi[\setminus\{\pi\}$, definida por $g(x) = \dfrac{x}{f(x)}$. *(exame 2005)*

Soluções: 1.a)503;b)3,4;c)98;d)B;2)A;3)D;4)A;5.b)0,42;6.a)6 vezes;b)3,4;7.b) $x = \pi$ e $x = 2\pi$

www.ladeiramat.no.sapo.pt