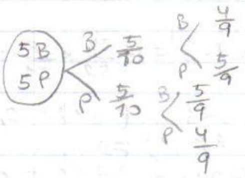
12º ANO - FICHA TRABALHO Nº 01 - TÓPICOS DE RESOLUÇÃO

1



$P(B_2/B_1) = \frac{4}{9}$ (C)

2 $\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6^6}$ → Situações favoráveis para que sejam diferentes; 6^6 → Situações possíveis (A)

3 $A\cup B = \{1,3,5,4,5,6\} = \{1,3,4,5,6\}$ $\overline{A\cup B} = \{2\}$ (A)

4 $9 - \frac{1}{3}$ logo $18 - \frac{2}{3}$ (C)

5 $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$ (C)

6 $P(6,\overline{6}) + P(\overline{6},6) = 1/6 \times 5/6 + 5/6 \times 1/6 = 10/36 = 5/18$ (C)

7 $P(A/A) = \frac{P(A\cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$ (A)

8 Situações favoráveis: Escolher 2 entre OQST → ${}^4C_2$
Situações possíveis: Escolher 2 em 6 vértices → ${}^6C_2$
$\frac{{}^4C_2}{{}^6C_2} = \frac{2}{5}$

9 $P(A)+P(B)+P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 1 + P(A\cap B)$ Pelas Leis de De Morgan vem
$\Leftrightarrow P(A)+P(B)+P(\overline{A\cup B}) = 1+P(A\cap B)$ Pelo acontecimento contrário vem
$\Leftrightarrow P(A)+P(B)+1-P(A\cup B) = 1+P(A\cap B)$ Pela probabilidade da reunião vem
$\Leftrightarrow P(A)+P(B)+1-P(A)-P(B)+P(A\cap B) = 1+P(A\cap B)$, simplificando
$\Leftrightarrow 1+P(A\cap B) = 1+P(A\cap B)$ Proposição verdadeira.

10 a) Permutar os 10 números que faltam colocar → $10! = 3628800$
b) ${}^4A_2 \times {}^6A_4 \times 4! = 103680$ c) $\frac{{}^4C_3 \times 2}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{15}$

11 $6 \times {}^8A'_5 = 6 \times 8^5$ (C)

12 $1/8 \times 1/40 = 1/320$ (A)

13 $P(E) = P(E\cap V) + P(E\cap\overline{V})$
$= 0{,}005\times0{,}8 + 0{,}65\times0{,}2$
$= 0{,}134$

14 a) ${}^{12}A_3 \times {}^9C_4$ ou ${}^{12}C_4 \times {}^8A_3 = 166320$
b) $3/{}^{12}C_4 = 0{,}006$

15 $2\times3\times3! = 36$ (A)

16 (Provas Repetidas) (A)

17 $P(\overline{E_1}\cup\overline{E_2}) = 1 - P(E_1)\times P(E_2/E_1) \Leftrightarrow$
Leis de De Morgan e Fórmula da Prob. condicionada
$\Leftrightarrow P(\overline{E_1\cap E_2}) = 1 - P(E_1)\times P(E_1\cap E_2)/P(E_1) \Leftrightarrow$
Prob. do Acont. contrário e simplificação de $P(E_1)$
$\Leftrightarrow 1 - P(E_1\cap E_2) = 1 - P(E_1\cap E_2)$ (Proposição verdadeira)

18 $P(\text{"pelo menos uma não ser"}) =$
$= 1 - P(\text{"serem todas de espadas"}) =$
$= 1 - \frac{13}{52}\times\frac{12}{51} = \frac{16}{17}$
ou
$= 1 - \frac{{}^{13}C_2}{{}^{52}C_2} = \frac{16}{17}$

19 $\frac{{}^{13}C_6 \times {}^{39}C_7}{{}^{52}C_{13}} \simeq 0{,}4 \rightarrow 4\%$

20 $5 \begin{cases} 2\ L \\ 3\ \bar{L} \end{cases}$ Extrair 3 bombons (é impossível extrair 3 com L) A

21 P("pelo menos uma de espadas") = 1 − P("nenhuma espada") $= 1 - \frac{39}{52} \times \frac{38}{51} = \frac{15}{34}$

22 a) $\frac{5!\,5!\,5!\,3!}{15!} = 0{,}00000079$

c) $\frac{5\times4\times3}{{}^{15}C_3} = \frac{12}{91}$

b) $P(A) = 0{,}5 \quad P(1) = 0{,}25 \quad P(A\cup1) = 0{,}625$

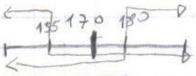
$P(A\cup1) = P(A) + P(1) - P(A\cap1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}625 = 0{,}5 + 0{,}25 - P(A\cap1) \Leftrightarrow P(A\cap1) = 0{,}125$

Como $P(A\cap1) \neq 0$ pode concluir que a bola amarela número 1 está no saco.

23 $21 = 20+1 \rightarrow$ linha $n=20$

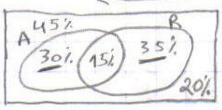
${}^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 = 211$ A

24 

C

25 $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\bar{A}) \geq P(\bar{B})$ D

26 

a) $P(R\cap\bar{A}) = 0{,}35 \rightarrow 35\%$

b) $P(R/A) = \frac{P(A\cap R)}{P(A)} = \frac{0{,}15}{0{,}45} = 0{,}(3) \rightarrow 33{,}(3)\%$

27 $\frac{2!\times4!}{6!} = 0{,}0(6)$

28 I _ _ _ I $\quad 5\times10\times10 = 500$ C

29 $10 \begin{cases} 3L \\ 7\bar{L} \end{cases}$ Escolher 6, pelo menos 2 de literatura, significa 2L ou 3L

${}^{3}C_2 \times {}^{7}C_4 + {}^{3}C_3 \times {}^{7}C_3$ D

30 $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = \frac{1}{3}$ C

c.aux. $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}8 = 0{,}6 + P(B) - 0{,}1$

$P(B) = 0{,}3$

31 a) $1/3 \times 1/3 = 1/9 = 0{,}(1)$

b) <u>Sugestão</u>: Casos favoráveis $= 2\times2\times2\times2$ Casos possíveis: $P_6 = 6!$

ou ${}^{24}C_2 \times 3!$ (explique esta resolução)

32 a) $3 \times {}^{24}A_2 = 1656$ (nota a diferenciação de cargos, logo arranjos)

b) Mistas = "Todas − As que não são mistas"

= Todas − (Só de rapazes <u>ou</u> só de raparigas)

${}^{25}A_3 - {}^{15}A_3 - {}^{10}A_3 = 10350$

c) $13/23 \simeq 0{,}565$

33 $3/9 \times \frac{3}{6} = 1/6$ A

34 ${}^{5}A'_7 \times 2 = 156250$ B

35 $2\times1\times3!/5! = \frac{12}{120}$ D

36 $a + 2a + a = 1 \Leftrightarrow a = 1/4$ B

39 B

40 D

37 $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\bar{A}) - P(B) + P(A/B)\times P(B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A) - P(B) + \frac{P(A\cap B)}{\cancel{P(B)}} \times \cancel{P(B)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\overline{A\cup B}) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A\cap B)]$

$\Leftrightarrow P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B)$ Proposição verdadeira.

38 $P(OV) = \frac{1}{4} \quad P(CL) = \frac{1}{3} \quad P(OV/CL) = 1/2$

a) $P(\overline{CL}\cap\overline{OV}) = P(\overline{OV\cup CL}) = 1 - P(OV\cup CL) =$

$= 1 - [P(OV) + P(CL) - P(OV\cap CL)] =$

$= 1 - [1/4 + \frac{1}{3} - P(OV/CL)\times P(CL)] = 1 - [1/4 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}]$

$= 1 - [1/4 + 1/3 - 1/6] = \frac{12-3-4+2}{12} = 7/12$

b) $120 \begin{cases} 40\ CL \\ 80\ \overline{CL} \end{cases} \quad {}^{40}C_2 \times {}^{80}C_3 = 64084800$

41) a) $\frac{{}^4C_2 \times {}^8A'_2}{{}^9A'_4} = 0,0585 \to 6\%$ b) "9" "8" _ _ $\frac{1 \times 1 \times 7 \times 6}{{}^9A'_4} \simeq 0,006$

42) "9" _ _ _ Algarismos diferentes → Arranjos sem repetição, pois interessa a ordem
Soma par → 3 ímpares ou 1 par e 2 ímpares
$${}^4A_3 + 4 \times 3 \times {}^4A_2$$
${}^4A_3$ → Números com 3 algarismos pares escolhidos em 4 possíveis (2,4,6,8)
4 → 1 algarismo par escolhido em 4 possíveis
3 → o algarismo par pode ocupar 3 posições diferentes
${}^4A_2$ → escolher 2 em 4 algarismos ímpares possíveis.

43) 6 ($2A$ e $4\bar{A}$) $2! \times 4! = 48$ (C)

44) Por exclusão, conclui-se que é x_4 (D)

45) $P(1 \text{ rei}) = {}^4C_1 \times {}^{48}C_5 / {}^{52}C_6 \simeq 0,336$

46) P("2.ª ser figura de copas/1ª foi de espadas") $= \frac{3}{51} \simeq 0,0588$

47) $P(A \cup B) \geq 0,5$ e $P(A \cup B) \leq 0,8$ logo (C)

48) (A) **49)** a) ${}^{10}A_7$ ou ${}^{10}C_7 \times 7!$ ou ${}^{10}A_2 \times {}^8A_5$ ou ${}^{10}A_5 \times {}^5A_2$ ou ${}^{10}C_3 \times {}^7A_5 \times {}^3A_2$ ou ${}^{10}C_3 \times {}^3A_2 \times {}^5A_5$ $= 604800$

49) b) $5! \times {}^5A_2$ ou $5!\,{}^5C_2 \times 2!$ ou $5! \times 5!/3! = 2400$

50) P("bola verde / face par") $= P(V/B) = 6/7$

51) O 4º número é ${}^nC_3$. Por tentativas $n=50$
O 3º da linha seguinte é ${}^{51}C_2 = 1275$ (A)

52) (C)

53) a) $P(\bar{O}) = 1 - P(O) = 100 - 42,1 = 57,9 \to 58\%$ b) $P(A/Rh^-) = \frac{6,5}{14,8} \simeq 0,44$ (44%)

54) 25 (12♂ e 13♀)
20 bilhetes
Situações possíveis
Escolher em 25 jovens 20 pois só há 20 bilhetes → ${}^{25}C_{20}$ e dispô-los havendo 20! formas possíveis.
Situações favoráveis: Escolher 10 rapazes em 12 (${}^{12}C_{10}$) havendo 10! formas possíveis de os sentar numa fila. De modo idêntico na outra fila em 13 raparigas escolher 10 ${}^{13}C_{10}$ havendo 10! formas de as dispor.

55) $n=35$ Há 36 elementos, iguais 2 a 2. (D)

56) (A)

57) a) $2!4! = 48$
b) Todas − Aquelas em que fica
$= 6! - (5 \times 2! \times 4!)$
$= 480$

58) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow 0,25 = \frac{0,1}{P(B)} \Leftrightarrow P(B) = 0,4$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0,8 = P(A) + 0,4 - 0,1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow P(A) = 0,5$ e $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,5$
Logo A e $\bar{A}$ são equiprováveis.

59 C   60 $3! = 6$ A

61 a) 6 < 2 de 1€ / 4 de 0,5€

Retirar 2 moedas

x_i	1 €	1 € 5	2 €
$P(X=x_i)$	$\frac{^4C_2}{^6C_2} = \frac{2}{5}$	$\frac{^4C_1 \times ^2C_1}{^6C_2} = \frac{8}{15}$	$\frac{^2C_2}{^6C_2} = \frac{1}{15}$

b) P("obter 2€ / as duas moedas são iguais") $= \frac{^2C_2}{^2C_2 + ^4C_2} = \frac{1}{7}$

62 $4!\,3! = 144$ C   63 D

64

a) $P(B/A) = \frac{1}{3}$ Pois há 3 faces pares possíveis sendo apenas uma inferior a 4.

b) $P(\overline{6}, \overline{6}, 6) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

65 12 bolas => 3 com nº1; 5 com nº2; 4 com nº3.

Número de casos favoráveis: Para a soma de três bolas dar 5 é possível obter 2 bolas com o nº1 e 1 com o nº3, assim há $^3C_2 \times ^4C_1 = {^3C_2} \times 4$ maneiras diferentes de escolher neste caso; ou obter 2 bolas com o nº2 e 1 com o nº1, havendo $^5C_2 \times ^3C_1 = {^5C_2} \times 3$ maneiras diferentes de fazer esta escolha.

Número de casos possíveis: Como, ao todo, há 12 bolas, igualmente prováveis de ser escolhidas, há $^{12}C_3$ maneiras diferentes de seleccionar 3 bolas em 12 possíveis.

Segundo a regra de Laplace, tratando-se de um fenómeno aleatório em que os acontecimentos elementares são igualmente prováveis, a probabilidade de um acontecimento é o quociente entre o nº de casos favoráveis e o nº de casos possíveis.
Desta forma, a probabilidade pedida é dada por $\frac{^3C_2 \times 4 + ^5C_2 \times 3}{^{12}C_3}$.

66 D   67 C

68 12 => 3P e 9B

a) $\left(\frac{3}{12} \times \frac{9}{11}\right) \times 2 = \frac{9}{22}$ ou $1 - \frac{^3C_2 + ^9C_2}{^{12}C_2}$ ou $\frac{2 \times 3 \times 9 \times 10!}{12!}$ ou $\frac{^3C_1 \times ^9C_1}{^{12}C_2}$ ou $\frac{2 \times 3 \times 9}{^{12}A_2}$

b) $\frac{3!\,9! \times 10}{12!} = \frac{1}{22}$ ou $\frac{3!\,10!}{12!}$ ou $\frac{3! \times 10}{^{12}A_3}$ ou $\frac{10}{^{12}C_3}$ ou $\frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} \times 10$

(69) ${}^{n}C_2$ dá o nº de segmentos de recta definidos pelos vértices de uma das bases; como n é o nº de arestas de uma das bases, se ao nº de segmentos subtrairmos as arestas obtém-se apenas diagonais da base. Como há duas bases num prisma vem $2 \times ({}^{n}C_2 - n)$.
Falta adicionar o nº de diagonais das faces laterais; como há n faces e cada face é um rectângulo com duas diagonais, o nº de diagonais das faces laterais é dado por $2n$. Assim o nº total de diagonais é $2({}^{n}C_2 - n) + 2n$

(70) (B) (Observe que ao retirar 2 bolas da caixa A, pelo menos uma tem de ser par)

(71) (B)

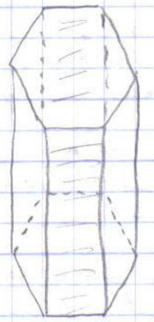
(72) a.1) 14 ⇒ 6 P; 4 E; 3 F; 1 I Escolher 4

$${}^{6}C_1 \times {}^{4}C_1 \times {}^{3}C_1 \times {}^{1}C_1 = 72 \quad (\text{ou só } 6 \times 4 \times 3 \times 1)$$

a.2) ${}^{6}C_4 + {}^{4}C_4 = 16$

b)

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	$\frac{{}^{13}C_4}{{}^{14}C_4} = \frac{5}{7}$	$\frac{{}^{1}C_1 \times {}^{13}C_3}{{}^{14}C_4} = \frac{2}{7}$



(73) (C) (74) (B)

(75) a) 7 faces ; 6 cores ; 2 faces verdes

${}^{5}A_3 = 60$ ou ${}^{5}C_3 \times 3!$ ou $5 \times {}^{4}A_2$ ou ${}^{5}A_2 \times 3$

b) $\frac{6}{{}^{12}C_2} = \frac{1}{11}$

(76) (*) 10 B e n P $P(B/A)$ significa a probabilidade de a segunda bola extraída ser branca, sabendo-se que a primeira bola a ser extraída foi preta.

$$P(B/A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{10 + n - 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 20 = 9 + n \Leftrightarrow n = 11$$

Estavam inicialmente 11 bolas pretas na caixa.

(77) (A) $a + a + 0,4 = 1 \Leftrightarrow a = 0,3$ $\quad \overline{x} = 0,3(1) + 0,4(2) = 1,1$

(78) (D) ${}^{4}C_2 \times 6!$

(*) ou Se a probabilidade de a 2ª ser branca, após ter saído uma preta, é 1/2 é porque ficaram tantas brancas como pretas, ou seja, 10 de cada. Logo inicialmente havia 11 bolas pretas.

79 a) Escolher 2, somar 12: 2 de 6 anos ou 1 de 5 e 1 de 7 anos

$$\frac{{}^{10}C_2 + {}^{4}C_1 \times {}^{9}C_1}{{}^{23}C_2} = \frac{81}{253} \quad \text{ou} \quad \frac{2 \times 4 \times 9 + {}^{10}A_2}{23 \times 22}$$

6/11

b) $P(B/A) = P($"o aluno é rapaz, sabendo que tem 7 anos"$) = \frac{2}{9}$
Há 9 alunos com 7 anos, e apenas 2 são rapazes.

80 ♀ < 16 anos, 17 anos ♂ < 17 anos, 18 anos

Opção 1: É falsa; falha $P(X \cup Y) < 1$ pois $X \cup Y = S$, ou seja, todos os alunos, ou têm idade superior ou igual a 17 ou 16 ou 17 anos pelo que $P(X \cup Y) = 1$.

Opção 2: É falsa já que $X \cup Y = X$ pois todos os múltiplos de 4 também são pares, logo $P(X \cup Y) > P(X)$ é falso (são iguais).

Opção 3: É falsa pois $P(X \cap Y) = 0$ e não $P(X \cap Y) > 0$ pois $X \cap Y = \emptyset$ já que não há nenhuma rapariga de 18 anos.

Opção 4 será a única em que são verdadeiras as três afirmações

81 A (8 vértices e 12 arestas) 82 C

83 a) $P(A) = \frac{{}^{9}A'_2}{{}^{9}A'_3} = \frac{1}{9}$ $P(B) = \frac{{}^{9}A_3}{{}^{9}A'_2} = \frac{56}{81}$

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{9} \times \frac{56}{81} = \frac{56}{729}$

$P(A \cap B) = P($"múltiplo de 5 e algarismos diferentes"$) = \frac{{}^{8}A_2}{{}^{9}A'_3} = \frac{56}{729}$

Como $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, A e B são independentes.

b) A quantidade de números de 3 algarismos diferentes que é possível formar é dada por ${}^{9}A_3$ já que interessa a ordem e não se podem repetir os algarismos.
Para o produto dos algarismos ser par basta que um dos algarismos seja par, ou seja, a única situação que não interessa é aquela em que os 3 algarismos são ímpares; o número de números nesta situação é dado por ${}^{5}A_3$ pois há 5 algarismos ímpares para preencher 3 lugares, interessando a ordem.
Logo a todos os possíveis (${}^{9}A_3$) há que subtrair os que só têm algarismos ímpares (${}^{5}A_3$); daí a resposta

${}^{9}A_3 - {}^{5}A_3$.

(84) $P(A \cup C) = P(A) + P(C) + P(A \cap C) = 0{,}21 + 0{,}47 - 0 = 0{,}68$

Basta atender a que

$(A \cup B) \cap C = \emptyset \Leftrightarrow (A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$ pelo que é obrigatório que $A \cap C = B \cap C = \emptyset$, e $P(A \cap C) = 0$

(85) (A) $7/7^2 = 1/7$ (86) (C) $1+3$ ou $3+1$ ou $(2+2)$

(87) $\dfrac{{}^4C_1 \times {}^4C_1}{{}^8C_2} \times \dfrac{{}^4C_1 \times {}^4C_1}{{}^8C_2} = \dfrac{16}{49}$ (ou) $\dfrac{{}^4A_1 \times {}^4A_1 \times 2}{{}^8A_2} \times \dfrac{{}^4A_1 \times {}^4A_1 \times 2}{{}^8A_2}$

ou $\dfrac{8}{8} \times \dfrac{4}{7} \times \dfrac{8}{8} \times \dfrac{4}{7}$

(88)

a) $P(\overline{X} \cap \overline{Y}) \overset{\text{Leis de De Morgan}}{=} P(\overline{X \cup Y}) =$

Prob. Ac. contrários — Prob. da reunião

$= 1 - P(X \cup Y) = 1 - \big(P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)\big) =$

X e Y são independentes

$= 1 - P(X) - P(Y) + P(X) \cdot P(Y)$

$= 1 - a - b + a \times b$ //

b) $P(\overline{X} \cap \overline{Y}) =$ sendo X: "tirar iogurte de pêssego" e Y: "tirar sumo de laranja"

pela alínea a)

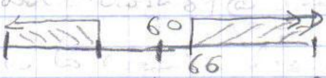
$= 1 - \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} \times \dfrac{1}{3}$

$= 8/15$

(89) B $\dfrac{2 \times 4 \times 3!}{5!} = \dfrac{48}{120} = \dfrac{2}{5}$

(90) C $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 80 = P(A) + 60 - 10 \Leftrightarrow P(A) = 30\%$

(91) C



(92) a) P("um nº algarismo 5") $= \dfrac{3 \times 9^2}{10^3} = 0{,}243 \rightarrow 0{,}24$ (às centésimas)

b) ${}^{12}C_3 \times {}^{10}C_2$ é o nº de comissões diferentes com 3 ♀ e 2 ♂ que é possível formar.

${}^{11}C_2$ é o nº de conjuntos possíveis em que a Ana faz parte da comissão.

9 (ou ${}^9C_1$) é o nº de conjuntos diferentes em que o Miguel já faz parte.

${}^{11}C_2 \times 9$ é o nº de comissões diferentes com 3 ♀ e 2 ♂ incluindo o Miguel e a Ana.

${}^{12}C_3 \times {}^{10}C_2 - {}^{11}C_2 \times 9 \rightarrow$ A diferença representa o nº de comissões diferentes com 3 ♀ e 2 ♂ que é possível formar com os alunos, não incluindo simultaneamente a Ana e o Miguel.

(93) Se a probabilidade referida é $\frac{1}{2}$, ficam na caixa B tantas bolas verdes como azuis.
Assim, como a caixa B tinha inicialmente 3 bolas verdes e 4 azuis, a bola lá colocada, que foi retirada da caixa A, só podia ser verde a fim de ficarem na caixa B 4 azuis e 4 verdes.

(94) D $\quad (0,8)^4 = 0,4096$

(95) D $\quad 2/3$

(96) C $\quad n = 14 \quad {}^{14}C_3 = 364 \quad {}^{14}C_4 = 1001$

Logo são menores ${}^{14}C_0 ; {}^{14}C_1 ; {}^{14}C_2 ; {}^{14}C_{12} ; {}^{14}C_{13} ; {}^{14}C_{14}$

(97)

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\overline{A}) + \cancel{1} - P(B) - \cancel{1} + P(A \cup B) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$ c.q.d.

b)

$160\,♀ \left< \begin{array}{l} 65\%\ P \\ 35\%\ \overline{P} \end{array} \right. \qquad 120\,♂ \left< \begin{array}{l} 60\%\ P \\ 40\%\ \overline{P} \end{array} \right.$

$P(\overline{♂} \cup \overline{P}) = P(\overline{♂ \cap P}) = 1 - P(♂ \cap P) =$

$= 1 - \frac{120}{280} \times 0,6 = 0,74285\ldots \longrightarrow$ o valor pedido é 0,74.

(ou) $P(\overline{♂} \cup \overline{P}) = P(\overline{♂}) - P(P) + P(♂ \cup P) =$

$= \frac{160}{280} - \left[0,65 \times \frac{160}{280} + 0,6 \times \frac{120}{280}\right] + \frac{120}{280} + 0,65 \times \frac{160}{280} \simeq \underline{\underline{0,74}}$

Nota:
$♂ \equiv A \rightarrow$ "o estudante é rapaz.
$P \equiv B \rightarrow$ "o estudante tem positiva.

(98) $3 \rightarrow$ "1" $\quad$ Retiram 2
$4 \rightarrow$ "2"

x_i	2	3	4
$p_i = P(X = x_i)$	$\frac{{}^3C_2}{{}^7C_2} = \frac{1}{7}$	$\frac{3 \times 4}{{}^7C_2} = \frac{4}{7}$	$\frac{{}^4C_2}{{}^7C_2} = \frac{2}{7}$

O valor mais provável de X é 3 pois é o que apresenta maior valor para a probabilidade.

(99) A $\quad (4^6 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$

(100) D $\quad P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow P(A/B) = \dfrac{0,2}{0,4} = \dfrac{1}{2}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 0,5 = 0,3 + 0,4 - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,2$

(101) B $\quad \dfrac{K}{8} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{K}{4} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{K + 2 + 2K}{8} = 1 \Leftrightarrow 3K = 8 - 2 \Leftrightarrow k = 2$

(102) Sequência de 7 algarismos (interessa a ordem)

7 → 3 "uns"; 2 "quatros"; 2 "cincos"

$\dfrac{7!}{3! \times 2! \times 2!} = 210 \quad$ ou $\quad {}^7C_3 \times {}^4C_2 \times {}^2C_2 = 210$

(103) 20 < 1 a 10 → verdes; 11 a 20 → Amarelas

a) $P(VA) = P(V,A) + P(A,V) = \dfrac{10}{20} \times \dfrac{10}{19} + \dfrac{10}{20} \times \dfrac{10}{19} = \dfrac{10}{19}$

ou

$P(VA) = \dfrac{{}^{10}C_1 \times {}^{10}C_1}{{}^{20}C_2} = \dfrac{10}{19}$ ou $\dfrac{10 \times 10 \times 2}{{}^{20}A_2} =$

b) $P((B \cap C)/A)$ significa a probabilidade de a segunda bola retirada ter cor amarela e ser par, sabendo que a primeira bola extraída foi verde.
Como a primeira bola retirada não é reposta, na segunda extracção há 19 bolas possíveis.
Dado a 1ª bola ter sido verde, na segunda extracção haverá na caixa as 10 bolas amarelas, das quais 5 são pares.
Assim, de acordo com a Lei de Laplace, como as bolas têm todas igual probabilidade de serem extraídas, a probabilidade é o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, daí a probabilidade ser 5/19.

(104) D $\quad \dfrac{{}^7C_1 \times {}^2C_1}{{}^9C_2} = 7/18$

(105) C $\quad P(\overline{2^\circ} / \overline{1^\circ}) = \dfrac{P(\overline{2^\circ} \cap \overline{1^\circ})}{P(\overline{1^\circ})} = \dfrac{0,1}{0,3} = 1/3$

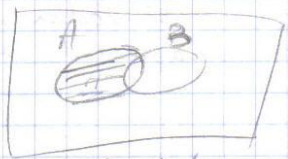
(106) C $\quad$ (n = 14 logo há 15 elementos e o 2º e o penúltimo são 14)

(107) $1 - P(A/B) \times P(B) - P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - \dfrac{P(A \cap B)}{\cancel{P(B)}} \times \cancel{P(B)} - [PA - P(A \cap B)] = P(\overline{A}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - \cancel{P(A \cap B)} - P(A) + \cancel{P(A \cap B)} = 1 - P(A) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - P(A) = 1 - P(A) \quad$ c.q.d.



$A \cap \overline{B} = A \setminus (A \cap B)$

108

a) $4 \times 12 \times 11 \times 10 \times 3 = 15840$

ou $\;^4A_2 \times {}^{12}A_3 = 1584$

b) Segundo a Regra de Laplace, quando os acontecimentos são equiprováveis, a probabilidade de um acontecimento é o quociente entre o nº de casos favoráveis a esse acontecimento e o nº de casos possíveis.
${}^{52}C_3$ corresponde ao número de conjuntos formados com 3 cartas retiradas de um baralho de 52 que é possível obter.
${}^4C_2 \times 48$ corresponde ao nº de hipóteses diferentes de escolher 2 ases de entre os 4 possíveis e 1 carta não ás de entre as restantes 48 cartas.
Assim, pela lei de Laplace, a probabilidade pedida é $\frac{{}^4C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$

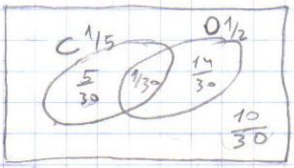
109 B $\quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 70 = 30 + P(B) - 0$
$\Leftrightarrow P(B) = 40\%$

110 C $\quad {}^3C_3 / {}^{10}C_3 = 1/{}^{10}C_3$

111 B $\quad 1/5 + 1/2 + 2a + a = 1 \Leftrightarrow 3a = \frac{3}{10} \Leftrightarrow a = \frac{1}{10} \qquad 2a = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

112 $P(C) = \frac{1}{5} \quad P(\bar{D}) = \frac{1}{2} \quad P(C / \bar{D}) = \frac{1}{3}$

a) $P(\bar{C} \cap D) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$



$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6} = \frac{5}{30}$

$\underset{(6)}{\frac{1}{5}} - \underset{(5)}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{30}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{30} = \frac{14}{30}$

Nota: Há outras hipóteses de resolução.

b) 150 → escolher 6, 4 com computador

$\frac{1}{5}(150) = 30$

$150 < \begin{matrix} 30 \; C \\ 120 \; \bar{C} \end{matrix}$

${}^{30}C_4 \times {}^{120}C_2 = 195\ 671\ 600$

113 $18 \Rightarrow 12$ A e 6 V

De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é dada pelo quociente entre o nº de casos favoráveis a esse acontecimento e o nº de casos possíveis.
Dado que retirar simultaneamente é o mesmo que retirar uma a uma sem reposição, o nº de casos favoráveis é dado por arranjos de 2 das 12 azuis mais arranjos de 2 das 6 verdes, daí $12 \times 11 + 6 \times 5$.
O nº de casos possíveis é todos os arranjos de 2 bolas escolhidas aleatoriamente entre as 18, daí 18×17
Pela lei de Laplace, como referido acima, vem $\frac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$.

(114) C

(115) B

(116) D $\quad m = 15$

11/11

(117)

a)

x_i	-3	-2	-1	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$	$\frac{4}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}$	$\frac{4}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

b) $Q(x_A\,,\,y_B)$ $\quad$ No 3º Quadrante, $x_A<0$ e $y_B<0$

$P(L/J)$ dá a probabilidade de o ponto Q pertencer ao 3º quadrante, sabendo que o número saído no dado A é negativo.

Para que o ponto pertença ao 3º quadrante o número saído no dado B tem de ser -1.

Como o dado B só tem 1 face -1, em 6 faces possíveis, a probabilidade pedida é $\frac{1}{6}$, ou seja,

$$P(L/J) = 1/6 .$$

(118) $\frac{P(A\cup B)}{P(B)} - P(\bar{A}/B) = \frac{P(A)}{P(B)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{P(A)+P(B)-P(A\cap B)}{P(B)} - \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(\bar{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{P(A)+\cancel{P(B)}-\cancel{P(B)}}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} \Leftrightarrow$ $\qquad$ Nota $\left\| \begin{array}{l} (A\cap B)\cap(\bar{A}\cap B)=\emptyset \\ (A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)=B \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \frac{P(A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(B)}$ $\quad$ c.q.d.

Bom trabalho!!!

Algum lapso nestas dicas de resolução deve ser comunicada ao professor arturrosa81@gmail.com

Obrigado.