Pág. 100

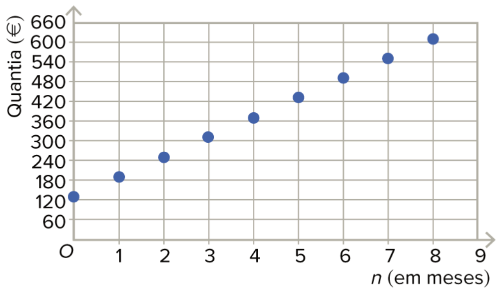
1.1. $130 + 2 \times 60 = 250$ euros

1.2. $130 + 60n$

1.3. $130 + 60n = 485 \Leftrightarrow 60n = 355 \Leftrightarrow n = \frac{355}{60}$, então $n \approx 5{,}9$.

Ao fim de 6 meses.

1.4.



2.1. **a)** $C_1 = 1200(1+0{,}02)^1 = 1224$ euros

b) $C_4 = 1200(1+0{,}02)^4 \approx 1298{,}92$ euros

2.2. $1200(1+0{,}02)^n = 1400 \Leftrightarrow (1+0{,}02)^n = \frac{1400}{1200} \Leftrightarrow 1{,}02^n = \frac{7}{6}$

Sabe-se que $\frac{7}{6} \approx 1{,}167$ e que $1{,}02^7 \approx 1{,}149$ e $1{,}02^8 \approx 1{,}172$,

logo podemos afirmar que a Matilde terá, pelo menos, 1400 euros na conta ao fim de 8 anos.

Pág. 103

1.1. **a)** Cada termo é igual ao anterior adicionado de 8 unidades. Logo, o próximo termo é $38 + 8 = 46$.

b) $8n - 2$ (a sequência dos múltiplos de 8 é dada por $8n$ e a sequência apresentada pode ser obtida a partir desta subtraindo 2 unidades a cada termo.)

1.2. **a)** $\frac{50 \times 7 - 12}{7} = \frac{338}{7}$

b) $2^{7-3} = 2^4 = 16$

Pág. 105

2.1. **(B)**

2.2. **a)** $P_0 = 3 \times 0 - 2 = -2$; $P_1 = 3 \times 1 - 2 = 1$;

$P_2 = 3 \times 2 - 2 = 4$; $P_3 = 3 \times 3 - 2 = 7$;

$P_4 = 3 \times 4 - 2 = 10$; $P_5 = 3 \times 5 - 2 = 13$

b) $\begin{cases} P_0 = -2 \\ P_n = P_{n-1} + 3 \text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$

Pág. 106

1.1. $5 \times 1094 - 1 = 5469$ (cada termo é igual ao quíntuplo do termo anterior subtraído de 1 unidade)

1.2. **(A)**

2. I – b); II – a); III – b)

$P_0 = 2 \times 0 + 8 = 8$	$U_0 = 3$	$T_0 = 3^{0+1} = 3$
$P_1 = 2 \times 1 + 8 = 10$	$U_1 = 3 + 5 = 8$	$T_1 = 3^{1+1} = 9$
$P_2 = 2 \times 2 + 8 = 12$	$U_2 = 8 + 5 = 13$	$T_2 = 3^{2+1} = 27$
$P_3 = 2 \times 3 + 8 = 14$	$U_3 = 13 + 5 = 18$	$T_3 = 3^{3+1} = 81$
$P_4 = 2 \times 4 + 8 = 16$	$U_4 = 18 + 5 = 23$	$T_4 = 3^{4+1} = 243$
$P_5 = 2 \times 5 + 8 = 18$	$U_5 = 23 + 5 = 28$	$T_5 = 3^{5+1} = 729$

3.1. **(B)**

$P_1 = \frac{8 \times 1 + 12}{2 \times 1} = 10$

3.2. **(B)**

$\frac{8n + 12}{2n} = 5 \Leftrightarrow 8n + 12 = 10n \Leftrightarrow -2n = -12 \Leftrightarrow n = \frac{12}{2} \Leftrightarrow n = 6$

Se comprar seis cabos paga 5 €. Assim, tem de comprar mais de seis cabos.

Pág. 107

1. $2700 + 700 = 3400$ e $3400 + 800 = 4200$ espetadores

Repare que $1200 + 400 = 1600$, $1600 + 500 = 2100$ e $2100 + 600 = 2700$.

2.1.

2.º termo	3.º termo	4.º termo	5.º termo
$2 \times 4 + 3 = 11$	$2 \times 11 + 3 = 25$	$2 \times 25 + 3 = 53$	$2 \times 53 + 3 = 109$

2.2. 6.º termo: $2 \times 109 + 3 = 221$

7.º termo: $2 \times 221 + 3 = 445$

3.1. 1, 1, 2, 4, 7, 13 e 24

3.2. Designando por (T_n) a sequência:

$\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = 1 \\ T_2 = 2 \\ T_n = T_{n-3} + T_{n-2} + T_{n-1} \text{ , para } n > 2 \end{cases}$

3.3. 5, 5, 5, 15, 25, 45

Designando por (T_n) a sequência:

$\begin{cases} T_0 = 5 \\ T_1 = 5 \\ T_2 = 5 \\ T_n = T_{n-3} + T_{n-2} + T_{n-1} \text{ , para } n > 2 \end{cases}$

4.1. 5, 16, 49, 148

4.2.

$\begin{cases} a_0 = 5 \\ a_n = 3 \times a_{n-1} + 1 \text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$

Pág. 108

1.1. Ordem 11: $28 + 3 = 31$; ordem 12: $31 + 3 = 34$

1.2.

$U_3 - U_2$	$U_4 - U_3$	$U_5 - U_4$	$U_6 - U_5$
$7 - 4 = 3$	$10 - 7 = 3$	$13 - 10 = 3$	$16 - 13 = 3$

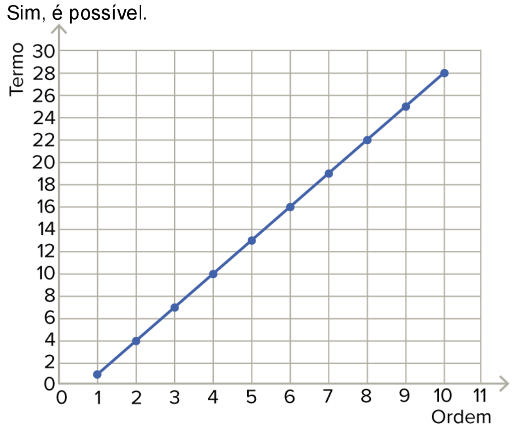
$U_7 - U_6$	$U_8 - U_7$	$U_9 - U_8$	$U_{10} - U_9$
$19 - 16 = 3$	$22 - 19 = 3$	$25 - 22 = 3$	$28 - 25 = 3$

A diferença é constante e igual a 3.

1.3. **(D)**

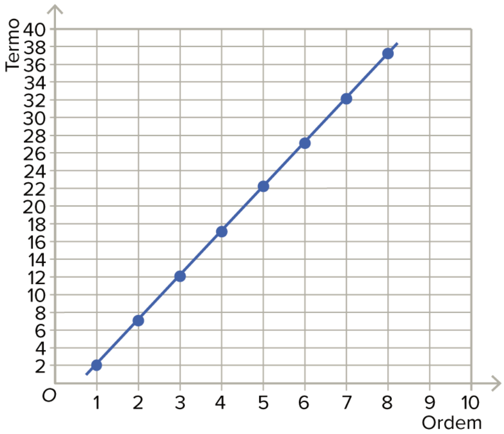
1.4. **(A)**

1.5. Sim, é possível.



2.1. 27

2.2.



2.3. $7-2=5$; $12-7=5$; $17-12=5$; $22-17=5$

2.4. $5n-3$

Pág. 113

3.1. C_n : número de clientes, em milhares, n anos após 2020

$C_n = 80 + 40n$

Ano 2027: $n = 7$

$C_7 = 80 + 40 \times 7 = 360$

Resposta: 360 000 clientes.

3.2. meio milhão: 500 milhares

$C_n = 500 \Leftrightarrow 80 + 40n = 500 \Leftrightarrow 40n = 420 \Leftrightarrow n = \dfrac{420}{40} \Leftrightarrow n = 10{,}5$

$2020 + 10{,}5 = 2030{,}5$

Resposta: Durante o ano 2030.

Pág. 114

4.1. $A_1 = A_0 + 25 = 60 + 25 = 85$

$A_2 = A_1 + 25 = 85 + 25 = 110$

$A_3 = A_2 + 25 = 110 + 25 = 135$

4.2. $A_n = 25n + 60$

4.3. $A_{99} = 60 + 25 \times 99 = 2535$, logo:

$S_{100} = \dfrac{A_0 + A_{99}}{2} \times 100 = \dfrac{60 + 2535}{2} \times 100 = 129\,750$

Pág. 115

5.1.

$\begin{cases} A_0 = 3 \\ A_n = A_{n-1} + 2 \text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$

5.2. $A_n = 3 + 2n$

5.3. $A_{10} = 3 + 2 \times 10 = 23$

Foram plantadas 23 árvores.

Pág. 116

1. A1 – B4; A2 – B5; A3 – B2; A4 – B1

2.1.

420 €	440 €	460 €	480 €	500 €

2.2. (C)

2.3. (D)

2.4. $400 + 20n = 860 \Leftrightarrow 20n = 460 \Leftrightarrow n = \dfrac{460}{20} \Leftrightarrow n = 23$

Resposta: 23 meses.

3. I. Falsa (120 é termo de ordem $n = 4$)

II. Falsa (é o 8.º termo)

III. Verdadeira

IV. Verdadeira

Pág. 117

1.1.

$\begin{cases} V_0 = 3000 \\ V_n = V_{n-1} + 620 \text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$

$V_n = 3000 + 620n$

1.2.

$n = 0 \rightarrow$ ano 2020

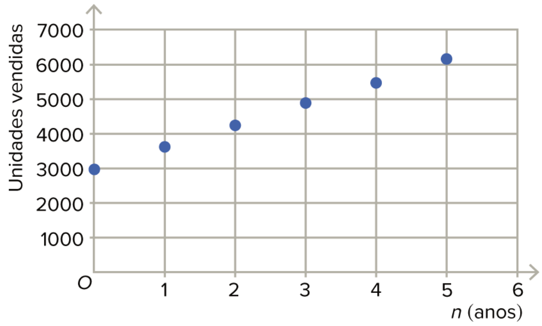
$n = 1 \rightarrow$ ano 2021

$n = 2 \rightarrow$ ano 2022

$n = 3 \rightarrow$ ano 2023

$n = 4 \rightarrow$ ano 2024

$n = 5 \rightarrow$ ano 2025



1.3. Ano 2030 ($n = 10$)

$V_{10} = 3000 + 620 \times 10 = 9200$

1.4. $3000 + 620n = 10000 \Leftrightarrow 620n = 7000 \Leftrightarrow n = \dfrac{7000}{620}$, então

$n \approx 11{,}3$

Resposta: No ano 2032.

2.1. $100 + 11 = 111$

2.2. $34 + 11n$

$n = 0 \rightarrow 1$ de fevereiro (vendas de janeiro)

$n = 1 \rightarrow 1$ de março (vendas de fevereiro)

$n = 2 \rightarrow 1$ de abril (vendas de março)

2.3. Ano 2024:

$34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 + 100 + 111 + 122 + 133 + 144 + 155 = 1134$

Ou

$S_{12} = \dfrac{a_0 + a_{11}}{2} \times 12 = \dfrac{34 + 155}{2} \times 12 = 1134$

2.4. Dezembro de 2025 (1 de janeiro de 2026): $n = 23$

$34 + 11 \times 23 = 287$ *smartphones*

$287 \times 105\,€ = 30135\,€$

Resposta: 30 135 €

3.1.

$\begin{cases} P_0 = 8 \\ P_n = P_{n-1} + 6 \text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$

3.2. $P_n = 8 + 6n$

Pág. 118

1.1.

$\frac{E_2}{E_1}$	$\frac{E_3}{E_2}$	$\frac{E_4}{E_3}$	$\frac{E_5}{E_4}$
$\frac{1}{0{,}5} = 2$	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{8}{4} = 2$

$\frac{E_6}{E_5}$	$\frac{E_7}{E_6}$	$\frac{E_8}{E_7}$	$\frac{E_9}{E_8}$	$\frac{E_{10}}{E_9}$
$\frac{16}{8} = 2$	$\frac{32}{16} = 2$	$\frac{64}{32} = 2$	$\frac{128}{64} = 2$	$\frac{256}{128} = 2$

O quociente entre dois termos consecutivos é constante e igual a 2.

1.2. Ordem 11: $256 \times 2 = 512$
Ordem 12: $512 \times 2 = 1024$

1.3. **(A)**

1.4. **(A)**

1.5. Não é possível.

2.1. $9 : 3 = 3;\ 27 : 9 = 3;\ 81 : 27 = 3;\ 243 : 81 = 3$
O quociente é constante e igual a 3.

2.2. $243 \times 3 = 729$

2.3.

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_n = 3 \times a_{n-1}\text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$$

Pág. 123

6. M_n : número de pessoas que enviaram a mensagem ao fim de n minutos
$M_n = 2 \times 4^n$
$M_7 = 2 \times 4^7 = 32768$
Resposta: 32 768 pessoas.

Pág. 125

7.1. 35 , 70 , 140 , 280 , 560 , 1120 , 2240
Resposta: 2240 indivíduos.

7.2. 35×2^n

7.3. $35 \times 2^n = 35000 \Leftrightarrow 2^n = 1000$
$2^8 = 256$; $2^9 = 512$; $2^{10} = 1024$
Ao fim de 10 meses.

8.1. $60 \times 0{,}80 = 48$ (ao fim de 1 ano)
$48 \times 0{,}80 = 38{,}4$ (ao fim de 2 anos)
$38{,}4 \times 0{,}80 = 30{,}72$ (ao fim de 3 anos)
$30{,}72 \times 0{,}80 = 24{,}576$ (ao fim de 4 anos)
Resposta: 24 576 €

8.2. $60 \times 0{,}80^n$ (sendo n o número de anos decorridos desde o momento da compra do automóvel.)

Pág. 126

1. A1–B4; A2–B1; A3–B3; A4–B5

2. I – c); II – c); III – c); IV – a)
Cálculos:
$A_3 = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3} = 6$; $C_3 = 0{,}5 \times 3^{3+1} = 40{,}5 > A_3$
$C_0 = 0{,}5 \times 3^{0+1} = 0{,}5 \times 3 = 1{,}5$
$B_1 = 1 \times 1{,}5 = 1{,}5$; $B_2 = B_1 \times 1{,}5 = 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$;
$B_3 = B_2 \times 1{,}5 = 2{,}25 \times 1{,}5 = 3{,}375$
B_n : 1 ; 1,5 ; 2,25 ; 3,375 ; ...
A_n : $\frac{2}{9}$; $\frac{2}{3}$; 2 ; 6 ; 18 ; ...
C_n : 1,5 ; 4,5 ; 13,5 ; 40,5 ; ...
Quando $n \geq 3,\ B_n < A_n$.

3. I. Falsa; II. Verdadeira; III. Falsa; IV. Verdadeira
Sequência: 120, 360, 1080, 3240, 9720, 29 160

Pág. 127

1.1. Exponencial

1.2. $160 \times 0{,}70 \times 0{,}70 = 78{,}4$ mil euros

1.3.

$$\begin{cases} d_0 = 160 \\ d_n = 0{,}70 \times d_{n-1}\text{ , para } n \geq 1 \end{cases}$$

1.4. $d_n = 160 \times 0{,}70^n$

2.1. 15, 30, 60, 120, 240, 480, 960, 1920, 3840, 7680
15×2^n

2.2. Duas semanas → 10 dias úteis → $n = 9$
$15 \times 2^9 = 7680$ cêntimos (76,80 euros)

3.1. $C_3 = 6000 \times 1{,}06^3 = 7146{,}10$€

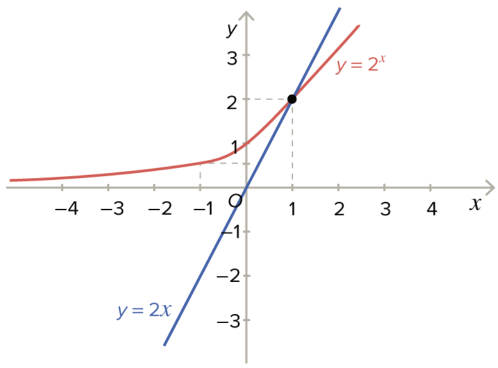
3.2. $C_8 = 6000 \times 1{,}06^8 = 9563{,}09$€
Avô:
$6000 \times 0{,}09 = 540$€; 540€ $\times 8 = 4320$€
Ao fim de oito anos tem: $6000 + 4320 = 10\,320$€ .
Resposta: Deve optar pela proposta do avô.

Pág. 128

1. $4000 \times 1{,}20^5 = 9953{,}28$€
$9953{,}28 \times 0{,}20^5 \approx 3261$€

2.1. e **2.2.**

x	$y = 2x$
– 2	– 4
– 1	– 2
0	0
1	$y = 2 \times 1 = 2$
2	4
3	6



2.3. (1, 2) e (2, 4)

Pág. 133

9.1. $A(0) = 40 \times 0 + 120 = 120$. Significa que, no dia de abertura do festival, foram necessários 120 kg de alimentos para abastecer a zona de restauração.

9.2. Para $n = 4$ (5.º dia do festival) tem-se:
$A(4) = 40 \times 4 + 120 = 280$kg

9.3. $40t + 120 = 400 \Leftrightarrow 40t = 400 - 120 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 40t = 280 \Leftrightarrow t = \frac{280}{40} \Leftrightarrow t = 7$
Ao fim de oito dias após a abertura (ao fim de sete dias ainda é possível, pois $A(7) = 400$).

Pág. 134

10.1. $V(t) = 3{,}5 + 2{,}5t$ (onde $V(t)$ representa o valor, em euros, que o Matias tem no seu mealheiro ao fim de t semanas)

10.2. $V(30) = 3{,}5 + 2{,}5 \times 30 = 78{,}50$ euros

Pág. 135

11.1. $P(t) = -10{,}857t + 149{,}5$

11.2. $P(9) = -10{,}857 \times 8 + 149{,}5 \approx 63$
Aproximadamente, 63 pulsações.

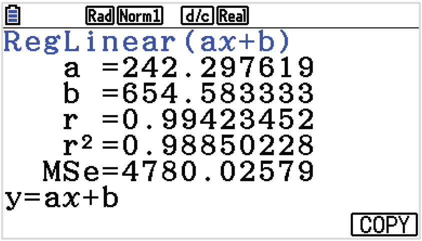
Pág. 136

1. I – c); II – a); III – b); IV – b)
$A(0) = 14{,}6$dezenas $= 146$
$A(3) = 1{,}2 \times 3 + 14{,}6 = 18{,}2 > 180$

$A(t) = 26 \Leftrightarrow 1{,}2t + 14{,}6 = 26 \Leftrightarrow t = 9{,}5$ décadas (ano 1995)

$A(t) = 30 \Leftrightarrow 1{,}2t + 14{,}6 = 30 \Leftrightarrow t = 12{,}8$ décadas (ano 2028)

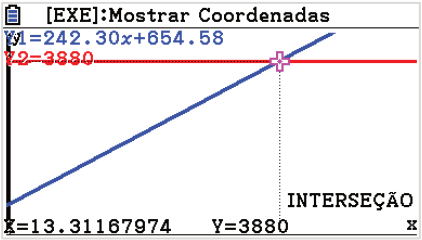
2.1. (C)



2.2. $H(11) = 242{,}30 \times 11 + 654{,}58 = 3319{,}88$

Resposta: 3320 habitantes.

2.3. (C)



1.1. **a)** $C(t) = -0{,}806t + 39{,}758$

b) $C(t) = -0{,}806t + 1658{,}831$

1.2. Ano 2020 $\rightarrow$ $t = 12$

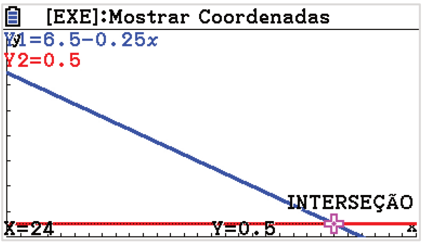
$C(12) = -0{,}806 \times 12 + 39{,}758 = 30{,}086$ milhares

1.3. Um modelo serve para fazer previsões quando as condições se mantêm por um determinado período. Ora, como 2020 foi um ano atípico (devido à pandemia Covid-19), o número de casamentos diminuiu abruptamente tornando o modelo inválido.

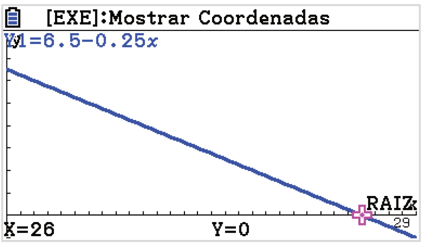
2.1. $P(10) = 6{,}5 - 0{,}25 \times 10 = 4$

Resposta: 4000 insetos.

2.2. Ao fim de 24 horas.



2.3. Ao fim de 26 horas a praga foi extinta, ou seja, às 19:00 do dia 19 de novembro de 2024.



1.1. $V(0) = 180 \times 1{,}15^0 = 180$ euros

1.2.

0	1	2	3	4	5
180	207	238,05	273,76	314,82	362,04

1.3. $\frac{207 - 180}{180} \times 100 = 15\%$

$\frac{238{,}05 - 207}{207} \times 100 = 15\%$

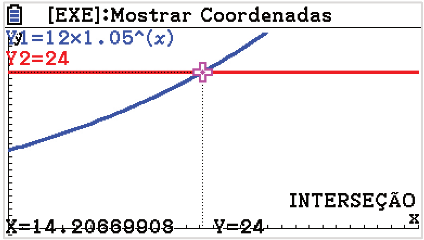
A percentagem de valorização anual é 15%. Na expressão dada, o aumento de 15% é dado por 1,15 (pois $100\% + 15\% = 115\%$).

1.4. $\frac{V(10)}{V(5)} = \frac{728{,}20}{362{,}04} = 2$. Ao fim de 10 anos, a máquina vale cerca do dobro do que valia ao fim de 5 anos.

2.1. $C(0) = 12 \times 1{,}05^0 = 12$, ou seja, 12 000 euros.

2.2. $C(6) = 12 \times 1{,}05^6 = 16{,}081$, ou seja, 16 081 euros.

2.3. $2 \times C(0) = 2 \times 12 = 24$ mil euros



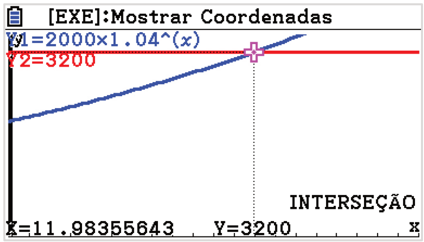
Terão de decorrer 14 anos.

12.1. **a)** $A(5) = 2000 \times 1{,}04^5 \approx 2433{,}31$€

Aproximadamente 2433,31 euros.

b) Ao fim de 12 anos.

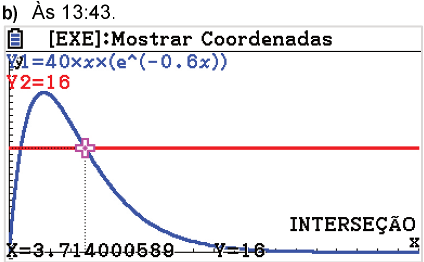
Recorre-se à calculadora gráfica para resolver a equação $2000 \times 1{,}04^t = 3200$.



12.2. **a)** Das 10:00 às 11:45 passaram 1 hora e 45 minutos, ou seja, 1,75 horas.

$C(1{,}75) = 40 \times 1{,}75 \times e^{-0{,}6 \times 1{,}75} = 24{,}5$ mg/L

b) Às 13:43.



$0{,}71 \times 60 \approx 43$ minutos (3 horas e 43 minutos)

13.1. Designando por $A(t)$ o número de bactérias do tipo A, *t* horas após o início do estudo, podemos escrever:

$A(t) = 3000 \times 1{,}07^t$

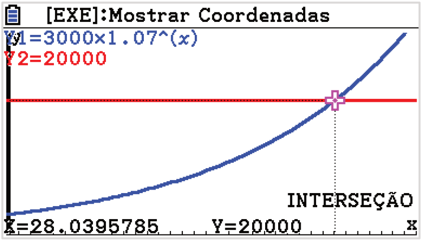
Designando por $B(t)$ o número de bactérias do tipo B, *t* horas após o início do estudo, podemos escrever:

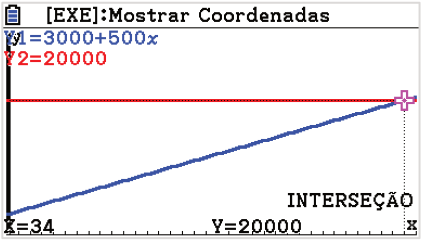
$B(t) = 3000 + 500t$

13.2. O tipo A (crescimento exponencial).

13.3. Pretende-se resolver as equações $3000 \times 1{,}07^t = 20\,000$ e $3000 + 500t = 20\,000$.

Recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se o ponto de interseção de cada um dos gráficos (tipo A e tipo B) com a reta de equação $y = 20\,000$.



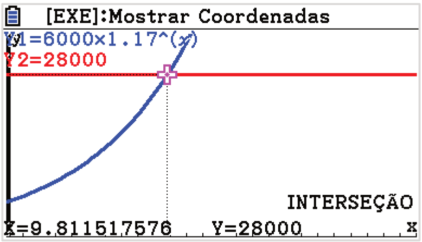


Tipo A: Ao fim de 28 horas, ou seja, 1 dia e 4 horas.
Tipo B: Ao fim de 34 horas, ou seja, 1 dia e 10 horas.

Pág. 144

14.1. $y = 6000 \times 1{,}17^x$

14.2. Regime de capitalização composto (taxa de juro de 17%).
Resolve-se graficamente a equação $6000 \times 1{,}17^x = 28000$.



Ao fim de 10 anos.

Pág. 146

15.1. **a)** $y = 22{,}54x + 264{,}45$

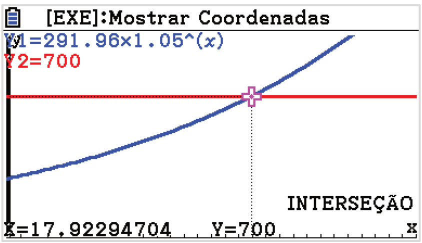
b) $y = 291{,}96 \times 1{,}05^x$

c) Ano 2013 $\rightarrow$ $x = 10$

Linear: $y = 22{,}54 \times 10 + 264{,}45 = 489{,}85 \approx 489{,}9$ dormidas

Exponencial: $y = 291{,}96 \times 1{,}05^{10} \approx 475{,}6$ dormidas

15.2.

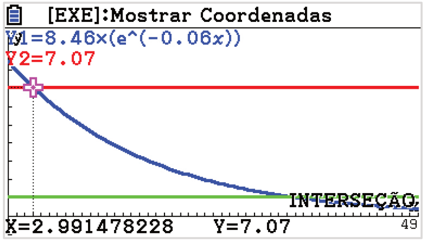


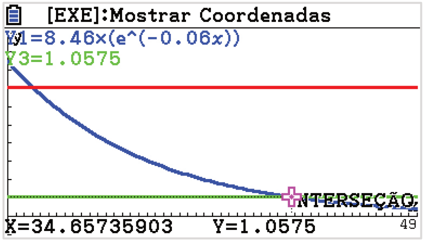
Repare que $x = 16$ corresponde a 2019, $x = 17$ corresponde a 2020 e $x = 18$ corresponde a 2021.
Logo, será superior a 700 a partir de 2021.

Pág. 148

1.1. **(B)**
$M(0) = 8{,}46e^{-0{,}06 \times 0} = 8{,}46$

1.2. I – b); II – c); III – c)





$\frac{1}{8} \times 8{,}46 = 1{,}0575$

$M(11) = 8{,}46e^{-0{,}06 \times 11} = 4{,}37$

$M(12) = 8{,}46e^{-0{,}06 \times 12} = 4{,}12$ (metade de 8,46 é 4,23)

2.1. **a)** **(A)**
b) **(C)**

2.2. $y = 14{,}29 \times e^{0{,}35 \times 14} \approx 1919$ centenas, ou seja,
191 900 seguidores.

Pág. 149

1.1. A primeira transmissão corresponde ao dia zero, ou seja, quando $t = 0$.
Assim, calcula-se $L(0)$.

$L(0) = 0{,}85 \times e^{0{,}38 \times 0} = 0{,}85$ milhares

Resposta: Assistiram ao vivo à transmissão 850 pessoas.

1.2. $L(9) = 0{,}85 \times e^{0{,}38 \times 9} = 25{,}984$

Resposta: $L(9) = 25{,}984$ milhares. Significa que 9 dias após a primeira transmissão (dia 1 de abril), assistiram à transmissão 25 984 pessoas.

1.3. O dia 4 de abril corresponde a $t = 12$ e o dia 5 de abril a $t = 13$.
Assim, calcula-se $L(12)$ e $L(13)$.

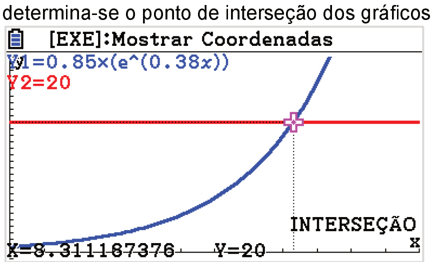
$L(12) = 0{,}85 \times e^{0{,}38 \times 12} = 81{,}246$ milhares

$L(13) = 0{,}85 \times e^{0{,}38 \times 13} = 118{,}805$ milhares

Percentagem de aumento: $\frac{L(13) - L(12)}{L(12)} \times 100 \approx 46\%$

Resposta: O aumento foi, aproximadamente, 46%.

1.4. Recorrendo à calculadora gráfica, resolve-se a equação $L(t) = 20$, ou seja, $0{,}85 \times e^{0{,}38t} = 20$. Para isso, representa-se graficamente as funções $y_1 = 0{,}85 \times e^{0{,}38x}$ e $y_2 = 20$ e determina-se o ponto de interseção dos gráficos.



O ponto de coordenadas $(8{,}3;20)$ é o ponto de interseção.

Resposta: A assistência foi, pela primeira vez, superior a 20 mil, passados 8 dias desde o dia da primeira transmissão, ou seja, ocorreu no dia 31 de março.

2.1. $N(t) = 892{,}55e^{0{,}10t}$

2.2. $N(28) = 892{,}55e^{0{,}10 \times 28} \approx 14\,678$ habitantes

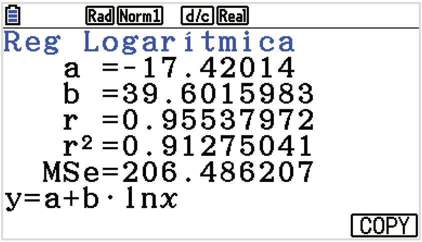
Pág. 150

1. $y = 3{,}42x + 18{,}08$ e $r \approx 0{,}957$

2. $y = 20{,}06e^{0{,}06x}$ e $r \approx 0{,}887$

3. Os dados ajustam-se melhor ao modelo linear (questão 1) pois este apresenta um coeficiente de correlação maior ($r \approx 0{,}957$) do que o do modelo exponencial ($r \approx 0{,}887$).

4. $a \approx -17{,}42$; $b \approx 39{,}60$



5. Estima-se que, em 2018, haja aproximadamente 127 animais na reserva.

Pág. 154

16.1. a) $P(0) = 1{,}7 + 0{,}6\ln(0+1) = 1{,}7$

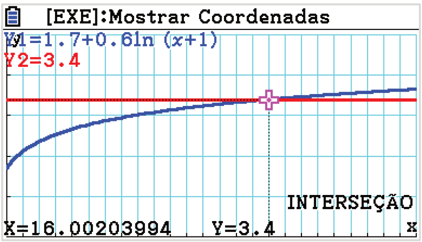
Resposta: 1,7 milhão.

b) $P(6) = 1{,}7 + 0{,}6\ln(6+1) \approx 2{,}9$

Resposta: Aproximadamente, 2,9 milhões.

16.2. $2 \times 1{,}7 = 3{,}4$

Resolve-se graficamente a equação: $1{,}7 + 0{,}6\ln(t+1) = 3{,}4$



Resposta: Ao fim de 16 anos.

16.3. Não, pois apesar de o crescimento logarítmico se apresentar cada vez "mais lento" com o passar do tempo, ele não deixa de ser ilimitado.

Pág. 155

17.1. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se:

$a \approx 12{,}53$ e $b \approx -1{,}10$

Modelo logarítmico:

$y = 12{,}53 - 1{,}10\ln x$

17.2. Para $x = 15$, $y = 12{,}53 - 1{,}10 \times \ln(15) \approx 9{,}55$.

Prevê-se que irá alcançar a marca de 9,55 segundos.

Pág. 156

1.1. **(D)**

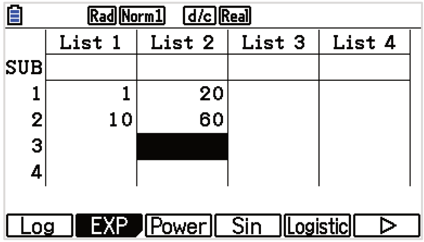
$f(1) = 20 \Leftrightarrow a + b\ln(1) = 20 \Leftrightarrow a = 20$

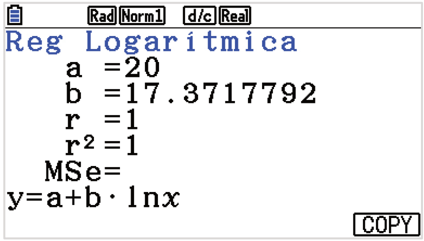
$f(10) = 60 \Leftrightarrow 20 + b\ln(10) = 60 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b = \dfrac{40}{\ln(10)}$

então $b \approx 17{,}372$

ou

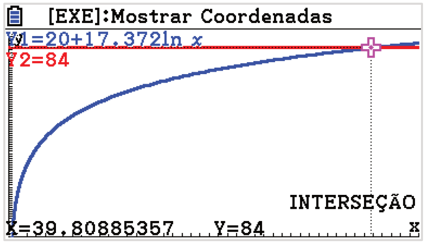




1.2. **(C)**

Recorre-se à calculadora para resolver graficamente a inequação:

$20 + 17{,}372\ln x > 84$



Terão de passar 40 anos.

2.1.

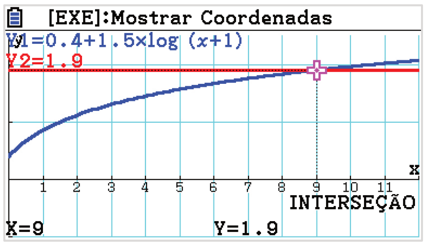
11	13	16	20	30
1200	1614	1994	2323	2814

2.2. **(D)**

Pág. 157

1.1. $h(0) = 0{,}4 + 1{,}5\log(0+1) = 0{,}4$ metro $=$ 40 centímetros

1.2.



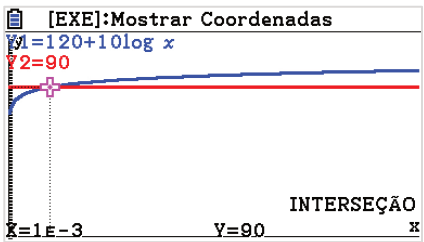
Resposta: 9 meses.

2.1. $y = -0{,}607 + 0{,}536\ln(x)$

2.2. Se $x = 45\,\text{kg}$, $y = -0{,}607 + 0{,}536\ln 45 \approx 1{,}43$.

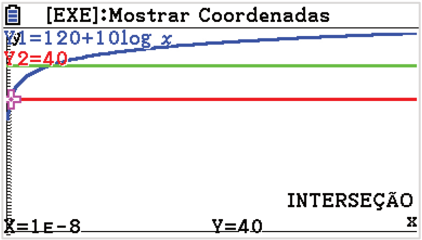
Estima-se que o Carlos tinha 1,43 metro de altura.

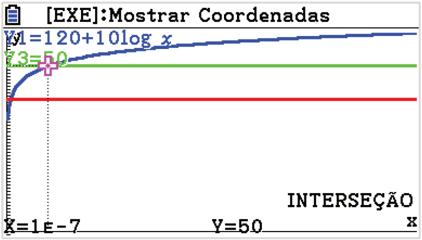
3.1. $120 + 10\log_{10} I = 90$



$I = 0{,}001\ \text{W/m}^2$

3.2.





Resposta: Entre 10^{-8} W/m^2 e 10^{-7} W/m^2 .

3.3. $N(20) = 120 + 10\log_{10}(20) \approx 133$ dB

Pág. 158

1.

Ano	0	1	2	3	4
N.º de peixes	1000	1200	1440	1728	2074

Ano	5	6	7	8	9	10
N.º de peixes	2489	2987	3584	4301	5161	6193

2. $y = 1000 \times 1{,}2^x$

3. Gráfico III

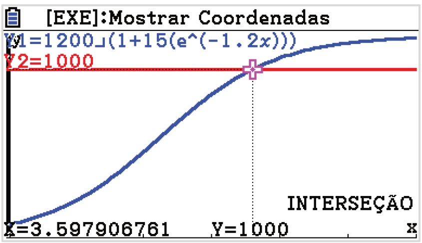
4. Gráfico I: exponencial; gráfico II: logarítmica

Pág. 163

18.1. $S(7) = \dfrac{1200}{1 + 15e^{-1{,}2 \times 7}} \approx 1196$

Aproximadamente 1196 *smartphones*.

18.2. Resolve-se graficamente a equação: $\dfrac{1200}{1 + 15e^{-1{,}2t}} = 1000$.



Resposta: Abril.

18.3. A loja suporta vender, no máximo, 1200 *smartphones*. O modelo logístico apresenta um crescimento limitado, tendo neste caso 1200 como limite. Isto significa que, por muitos meses que passem, o número de *smartphones* vendidos nunca será superior a 1200.

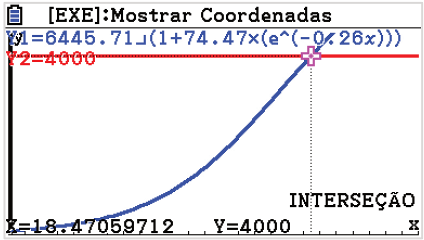
Pág. 165

19.1. $y = \dfrac{6445{,}71}{1 + 74{,}47e^{-0{,}26x}}$

19.2. **a)** Para $x = 14$:

$y = \dfrac{6445{,}71}{1 + 74{,}47e^{-0{,}26 \times 14}} \approx 2181$ ouvintes.

b)



$x = 14$: maio de 2025

$x = 18$: setembro de 2025

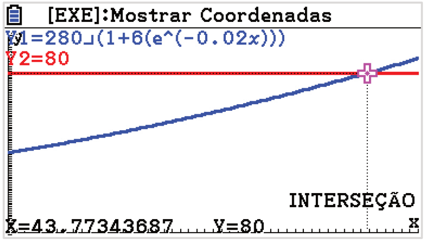
Resposta: Em outubro de 2025.

Pág. 166

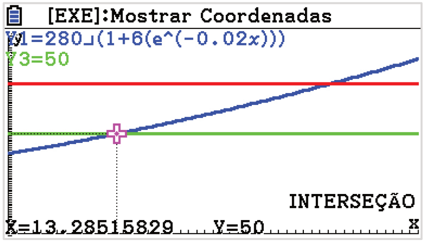
1. I – b); II – c); III – b)

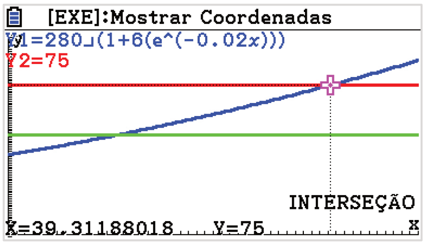
I. $N(0) = \dfrac{280}{1 + 6 \times e^{-0{,}02 \times 0}} = 40$

II. $N(t) = 80 \Leftrightarrow t \approx 44$ anos



III.





2.1. **(A)**

Ano	d	$P(d)$	Crescimento
1960	1	5352	
1970	2	8322	+ 2970
1980	3	11 016	+ 2694
1990	4	12 846	+ 1830
2000	5	13 861	+ 1015

2.2.

a) **(B)**

Início de 1950: $P(0) = 2956$ habitantes.

$H(0) = 2956 \Leftrightarrow \dfrac{a}{1 + 3e^{-0{,}75 \times 0}} = 2956 \Leftrightarrow \dfrac{a}{4} = 2956 \Leftrightarrow a = 11\,824$

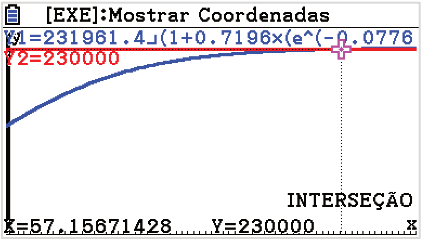
b) **(C)**

$H(7) \approx 11\,641$

Pág. 167

1.1. $y = \dfrac{231\,961{,}4}{1 + 0{,}7196 \times e^{-0{,}0776x}}$

1.2. a)



Ao fim de 57 anos, ou seja, em 2057.

b) Ano 2020 $\rightarrow$ $x = 20$ e

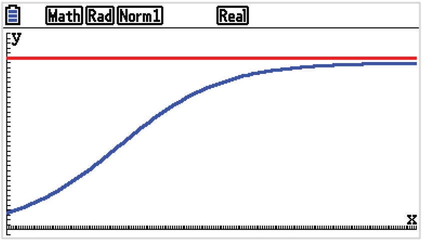
$y = \dfrac{231\,961{,}4}{1+0{,}7196\times e^{-0{,}0776\times 20}} \approx 201\,281$ milhões de euros

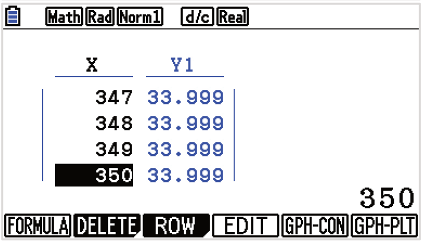
PIB: 201 281 milhões de euros (muito próximo do valor real)

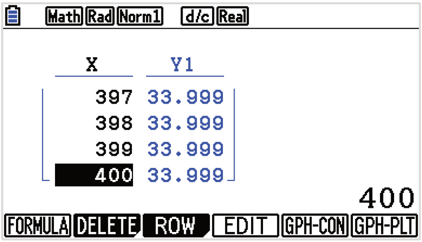
2.1. $A(0) = \dfrac{22}{1+3{,}8\times e^{-0{,}08\times 0}} \approx 4{,}58$; $B(0) = \dfrac{34}{1+8{,}9\times e^{-0{,}04\times 0}} \approx 3{,}43$

A: 4,58 cm; B: 3,43 cm

2.2.

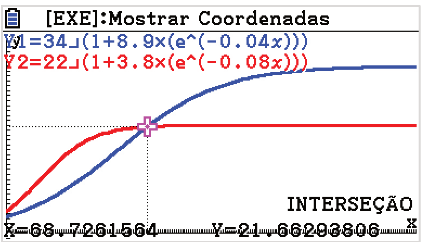






Verifica-se que estabiliza em torno dos 34 centímetros (nível de saturação).

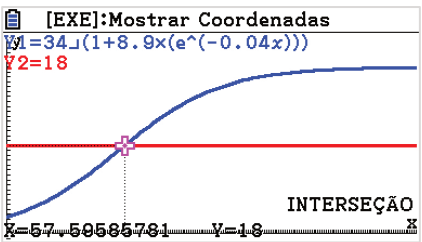
2.3.



$68{,}73 : 12 = 5{,}7$ anos

Resposta: Aproximadamente 6 anos.

2.4.



$0{,}6\times 30 \approx 18$ dias

Resposta: 57 meses e 18 dias.

1. a) $21+5=26$

b) (B)

2. a) $\dfrac{3\times 7+1}{7-1} = \dfrac{22}{6} = \dfrac{11}{3}$

b) $3^{2\times 7-1} = 3^{13} = 1\,594\,323$

3. $1010+80=1090$; $1090+80=1170$

4.1. $\dfrac{1}{32\times 2} = \dfrac{1}{64}$

4.2. (B)

5.1. (B)

5.2. $L_{24} = 70\times 24+150 = 1830$ kg

6.1. (C)

1.º dia: 12 ; 2.º dia: $12+1{,}5=13{,}5$; 3.º dia: $13{,}5+1{,}5=15$;
4.º dia: $15+1{,}5=16{,}5$

6.2. $k_n = 12+1{,}5(n-1)$

6.3. 115,5 km

$k_7 = 12+1{,}5\times 6 = 21$

$S_7 = \dfrac{k_1+k_7}{2}\times 7 = \dfrac{12+21}{2}\times 7 = 115{,}5$

6.4. No 13.º dia.

$12+1{,}5(n-1)=30 \Leftrightarrow 12+1{,}5n-1{,}5=30 \Leftrightarrow 1{,}5n=19{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n=\dfrac{19{,}5}{1{,}5} \Leftrightarrow n=13$

7.1. a) (D)

b) $a_n = 2450\times 1{,}08^n$ $(n\geq 0)$ ou $a_n = 2450\times 1{,}08^{n-1}$ $(n\geq 1)$

7.2. $a_9 = 2450\times 1{,}08^9 \approx 4897{,}56$

Resposta: 4897 habitantes.

8. $C_4 = 3500(1+0{,}06)^4 \approx 4418{,}67$

Resposta: 4418,67 euros.

9. Podemos representar a situação pela sequência 6, 18, 54, 162, ... que é uma progressão geométrica com termo inicial 6 e razão 3.

Pretende-se determinar a soma dos 11 primeiros termos da progressão geométrica (corresponde a 10 envios após o primeiro convite).

Assim $S_{11} = 6\times\dfrac{1-3^{11}}{1-3} = 531\,438$.

Ao fim de 10 envios estarão convidadas 531 498 pessoas.

10.1. $P(5)=70{,}5 \Leftrightarrow 3(1-5)+a=70{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -12+a=70{,}5 \Leftrightarrow a=70{,}5+12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a=82{,}5$

10.2. $P(10)=3(1-10)+82{,}5=55{,}5$

Estima-se que tenha 55 500 habitantes.

10.3. $P(t)=20 \Leftrightarrow 3(1-t)+82{,}5=20 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3-3t+82{,}5=20 \Leftrightarrow -3t=20-3-82{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t=\dfrac{65{,}5}{3}$

Então, $t\approx 22$ anos .

Resposta: 22 anos.

11.1. a) $N(0)=800\times 0+6000=6000$

b) $N(0)+N(1)+N(2)+N(3)+N(4)+N(5)=$

$=6000+6800+7600+8400+9200+10\,000=48\,000$

11.2. $N(t)=18\,000 \Leftrightarrow 800t+6000=18\,000 \Leftrightarrow t=15$

Resposta: Em abril de 2025.

Pág. 173

12.1. Ao fim de 1 ano: $100\% - 8\% = 92\%$ de espaço livre.

Assim, $0,92 \times 12000 \approx 11040$ GB livres.

Resposta: 11040 *gigabytes* livres.

12.2. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se:

$m = 6,60$ e $b \approx 0,67$

Modelo: $y = 6,60x + 0,67$

Para $x = 11$ (ano 2030), $y = 6,60 \times 11 + 0,67 = 73,27$.

Deve-se então calcular 73,27 % de 12 000 GB, ou seja, $0,7327 \times 12000 \approx 8792$ GB.

Aproximadamente 8792 GB.

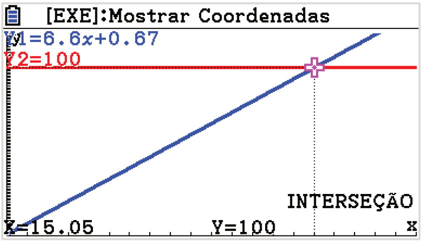
Resposta: Aproximadamente 8792 *gigabytes*.

12.3. Resolve-se analiticamente a equação: $6,6x + 0,67 = 100$

$$6,6x + 0,67 = 100 \Leftrightarrow 6,6x = 100 - 0,67 \Leftrightarrow x = \frac{99,33}{6,6}$$

Então, $x \approx 15$.

Alternativamente, pode-se resolver graficamente a equação:



Como $2019 + 15 = 2034$, podemos afirmar que se prevê que o agrupamento tenha de substituir o servidor no ano 2034.

13.1. $C(n) = 20n + 1500$

13.2. 5 anos $= 5 \times 4 = 20$ trimestres

$C(20) = 20 \times 20 + 1500 = 1900$ euros

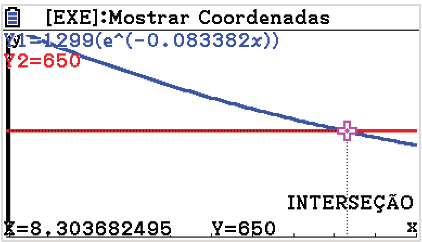
14.1. Exponencial.

14.2. $D(0) = 1299 \times e^{-0,083382 \times 0} = 1299$ €

14.3. $D(12) = 1299 \times e^{-0,083382 \times 12} \approx 477,60$

Ao fim de um ano vale, aproximadamente, 477,60 euros.

14.4. Resolve-se, graficamente, a equação: $1299 \times e^{-0,083382t} = 650$.



Ao fim de aproximadamente 8 meses.

15.1. 145 000 euros.

$$V(1) = 133,4 \Leftrightarrow V_0 \times 0,92^1 = 133,4 \Leftrightarrow V_0 = \frac{133,4}{0,92} \Leftrightarrow V_0 = 145$$

15.2. Por exemplo (ao fim de 1 ano):

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100 = \frac{133,4 - 145}{145} \times 100 = -8\%$$

Caso geral:

$$\frac{V_{t+1} - V_t}{V_t} = \frac{145 \times 0,92^{t+1} - 145 \times 0,92^t}{145 \times 0,92^t} = \frac{145 \times 0,92^t (0,92 - 1)}{145 \times 0,92^t} =$$

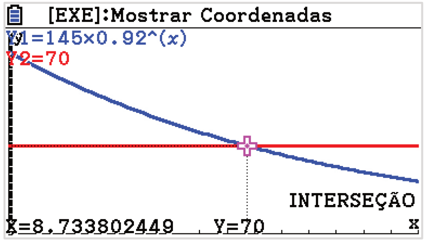
$= 0,92 - 1 = -0,08$

Desvaloriza 8%.

15.3. $V(4) = 145 \times 0,92^4 = 103,877$

Resposta: 103 877 euros.

15.4.



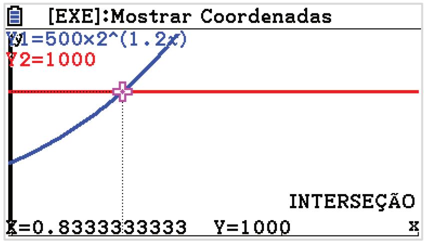
0,73 ano = 9 meses

Resposta: Ao fim de aproximadamente 8 anos e 9 meses.

Pág. 174

16.1. $B(0) = 500$

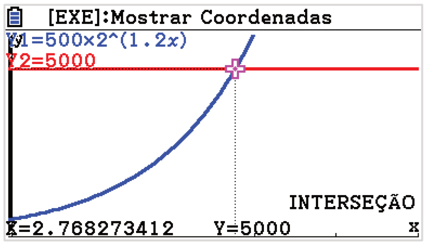
$2 \times 500 = 1000$



$0,83\,\text{h} = 0,83 \times 60 \approx 50\,\text{min}$

Resposta: 50 minutos.

16.2.



$0,768 \times 60 \approx 46\,\text{min}$

Resposta: 2 horas e 46 minutos.

17.1. $y = 1,21 \times 1,39^x$

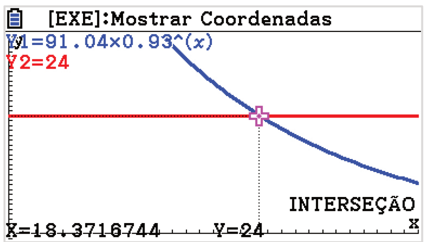
17.2. $y = 1,21 \times 1,39^{10} \approx 32,579$ centenas de milhões

Aproximadamente 3258 milhões de bactérias por centímetro cúbico.

18.1. $y = 91,04 \times 0,93^x$ ou $y = 91,04e^{-0,07x}$

18.2. $y = 91,04 \times 0,93^{20} \approx 21,3$ °C

18.3.



Resposta: 18,4 minutos (aproximadamente).

Pág. 175

19.1. $a = 11,41$

$L(0) = 12,41 \Leftrightarrow a + \ln(e + 0) = 12,4 \Leftrightarrow$

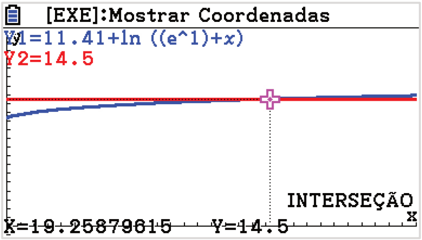
$\Leftrightarrow a = 12,41 - \ln e \Leftrightarrow a = 12,41 - 1 \Leftrightarrow a = 11,41$

19.2. $L(9) = 11,41 + \ln(e + 9) \approx 13,87$

Aproximadamente 1387 euros de lucro.

19.3. Resolve-se graficamente a equação:

$11{,}41+\ln(e+x)=14{,}50$



19 dias após 1 de agosto: 20 de agosto.

Resposta: No dia 20 de agosto.

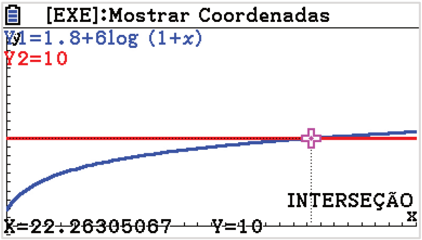
20.1. $A(0)=1{,}8+6\log(1+0)=1{,}8$ centena

Resposta: 180 árvores.

20.2. $A(12)=1{,}8+6\log(1+12)=8{,}48$ centenas

Resposta: 848 árvores.

20.3.



Resposta: Ao fim de aproximadamente 22,3 meses.

20.4. Não, pois apesar de o crescimento logarítmico se apresentar cada vez "mais lento" com o passar do tempo, ele não deixa de ser ilimitado.

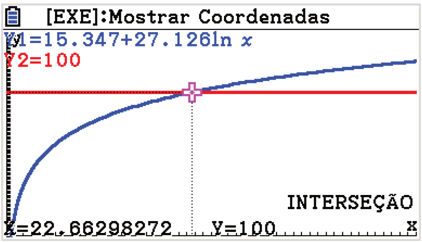
21.1. $y=15{,}347+27{,}126\ln x$

21.2. $y=15{,}347+27{,}126\ln 4\approx 52{,}9$

Aproximadamente 53 000 borboletas.

21.3. Resolve-se graficamente a equação:

$15{,}347+27{,}126\ln(x)=100$



$x=22{,}7$ corresponde ao ano 2021.

Resposta: No decorrer do ano 2021.

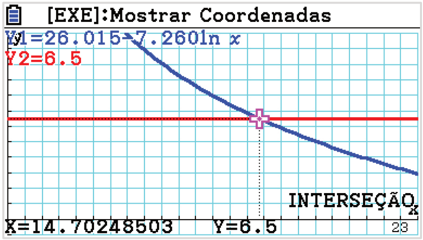
21.4. Não, pois o modelo reflete um crescimento ilimitado sendo que, por exemplo, o espaço no borboletário é limitado (bem como o alimento ou os recursos financeiros). Com o passar do tempo, o crescimento do número de borboletas terá de estabilizar e não ultrapassar um determinado limite máximo, o que não acontece com este modelo.

Pág. 176

22.1. 26 m^3

22.2. $y=26{,}015-7{,}260\ln x$

22.3. $\frac{1}{4}\times 26=6{,}5\text{m}^3$



$0{,}7\text{min}=0{,}7\times 60\approx 42\text{segundos}$

Resposta: 14 minutos e 42 segundos.

23.1. **(C)**

Final de 2012: $t=12$

Assim, $U(12)=\frac{4\,424}{1+113e^{-0{,}878\times 12}}\approx 4\,411$.

Resposta: Aproximadamente, 4411 ursos afetados.

23.2. $U(3)=\frac{4\,424}{1+113e^{-0{,}878\times 3}}\approx 485{,}5$

$U(6)=\frac{4\,424}{1+113e^{-0{,}878\times 6}}\approx 2795{,}8$

$\frac{2795{,}8-485{,}5}{485{,}5}\times 100=476\%$

O aumento é, aproximadamente, 476%.

23.3. $U(24)=\frac{4\,424}{1+113e^{-0{,}878\times 24}}\approx 4\,424$

Assim, $\frac{4\,424}{7000}\times 100=63{,}2\%$.

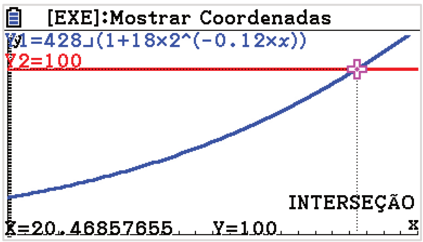
Resposta: 63%

Pág. 177

24.1. 10 março $(t=9)$; $A(9)=\frac{428}{1+18\times 2^{-0{,}12\times 9}}=44{,}98$

Resposta: 44 amendoeiras.

24.2.



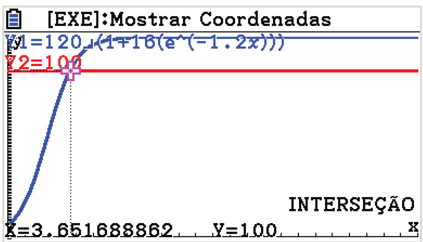
Resposta: 21 dias.

24.3. 428 amendoeiras.

25.1. $N(0)=\frac{120}{1+16e^{-1{,}2\times 0}}\approx 7{,}1$

Resposta: 7 nenúfares.

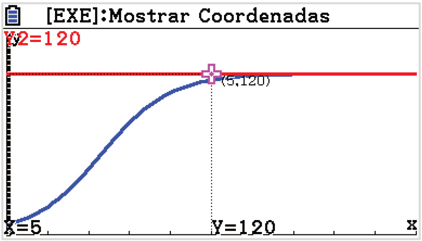
25.2.

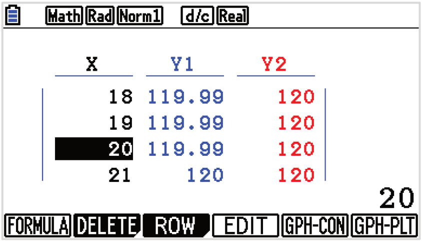


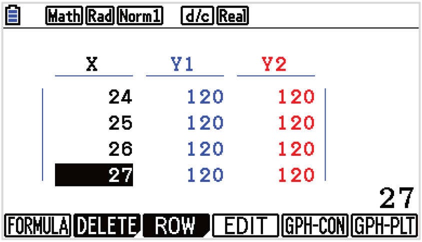
$0{,}65\times 30=20$ dias

Resposta: 3 meses e 20 dias.

25.3. Sim, perto de 120. Recorrendo à calculadora, a partir da análise do gráfico ou da tabela, facilmente se percebe que, por muito tempo que passe, o número de nenúfares irá estabilizar próximo dos 120.







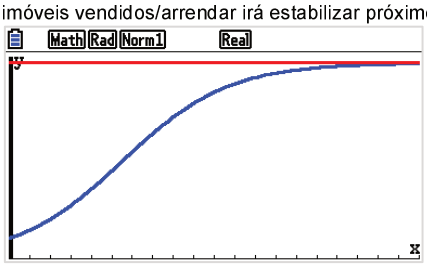
26.1. Recorrendo à calculadora: $a \approx 8{,}64$; $b \approx 0{,}39$ e $c \approx 427{,}02$

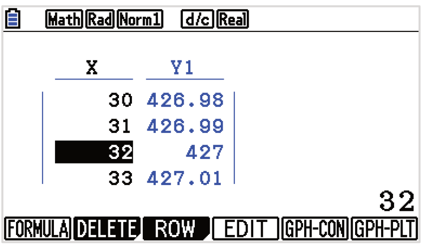
Modelo logístico: $y = \dfrac{427{,}02}{1+8{,}64e^{-0{,}39x}}$

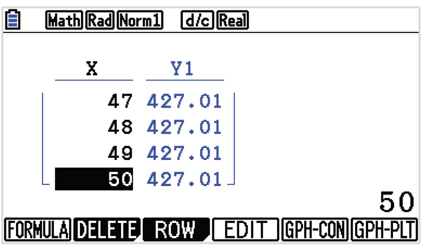
26.2. Ano 2003 $\rightarrow x = 7$. Assim, $y = \dfrac{427{,}02}{1+8{,}64e^{-0{,}39\times 7}} \approx 273$.

Estima-se que tenham sido vendidos/arrendados cerca de 273 imóveis.

26.3. Segundo o modelo apresentado, a imobiliária nunca irá vender/arrendar 460 imóveis. Recorrendo à calculadora gráfica, a partir da análise do gráfico ou da tabela, facilmente se percebe que, por muito tempo que passe, o número de imóveis vendidos/arrendar irá estabilizar próximo dos 427.







Pág. 178

27.1. $y = \dfrac{4273{,}97}{1+43\,633{,}4570\times e^{-1{,}5142x}}$

27.2. **a)** $y = \dfrac{4273{,}97}{1+43\,633{,}4570\times e^{-1{,}5142\times 16}} \approx 4273$ infetados

b) De acordo com o modelo, o número de infetados nunca será superior a 4274.

28.1. $y = \dfrac{451{,}98}{1+37{,}45\times e^{-1{,}46x}}$

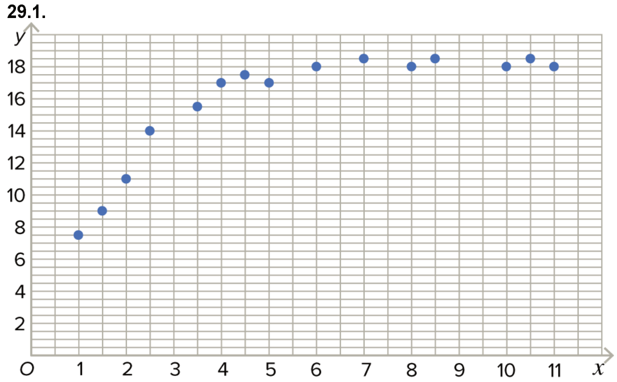
28.2. **a)** $y = \dfrac{451{,}98}{1+37{,}45\times e^{-1{,}46\times 9}} \approx 451{,}947$

Aproximadamente 451 947 litros.

b) De acordo com o modelo, não se prevê que a empresa venha a produzir 500 000 litros de vinho (no máximo, cerca de 451 980 litros).

Pág. 179

29.1.



29.2. O modelo logístico, pois apresenta um crescimento limitado, evidenciando inicialmente um crescimento lento, seguido de um crescimento muito rápido e uma posterior fase de amortecimento. A partir daí o crescimento passa a ser muito lento apresentando uma tendência de estabilização.

29.3. Modelo linear: $y = 0{,}87x + 10{,}79$

Modelo exponencial: $y = 10{,}51\times 1{,}07^x$

Modelo logarítmico: $y = 8{,}70 + 4{,}63\ln(x)$

Modelo logístico: $y = \dfrac{18{,}24}{1+3{,}91e^{-0{,}94x}}$

29.4. Modelo linear: $y = 0{,}87\times 9 + 10{,}79 = 18{,}62$

Modelo exponencial: $y = 10{,}51\times 1{,}07^9 \approx 19{,}32$

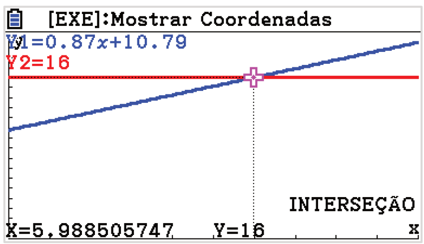
Modelo logarítmico: $y = 8{,}70 + 4{,}63\ln(9) \approx 18{,}87$

Modelo logístico: $y = \dfrac{18{,}24}{1+3{,}91e^{-0{,}94\times 9}} \approx 18{,}22$

29.5. Modelação logística.

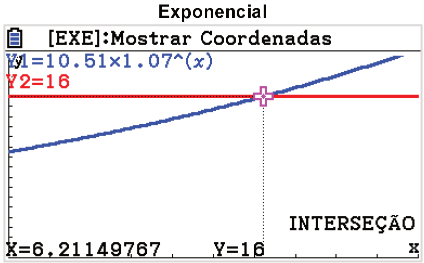
Recorrendo à calculadora gráfica:

Linear



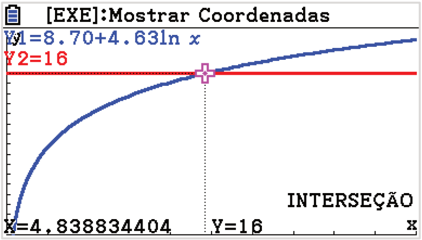
$x \approx 5{,}99$

Exponencial



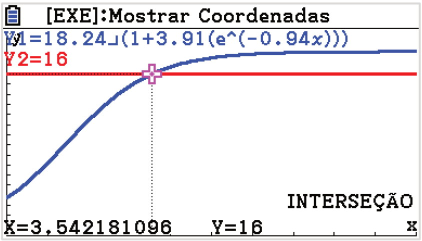
$x \approx 6{,}21$

Logarítmico



$x \approx 4{,}84$

Logístico



$x \approx 3{,}54$

Exemplos de argumentos: Pela análise da tabela, espera-se que, para $y = 16$, o valor de x esteja próximo de 3,5 ou 4.

Observa-se, através dos gráficos, que apenas o modelo logístico verifica esta característica.

Pela análise da tabela, também se percebe que o crescimento é limitado, pois, a partir de determinado valor de x, os valores de y estabilizam em torno de 18 e 18,5. Sabemos que, dos quatro modelos estudados, apenas o logístico é limitado.

Pág. 180

1.1. Representando por (V_n) a sequência que traduz a quantidade, em milhares de litros, de vinho produzido, *n* anos após o primeiro ano de atividade: $V_n = 42 + 3n$

1.2. $V_5 = 42 + 3 \times 5 = 57$ mil litros

1.3. $V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + V_9 =$

$$= S_{10} = \frac{V_0 + V_9}{2} \times 10 = \frac{42 + 69}{2} \times 10 = 555$$

Resposta: 555 mil litros.

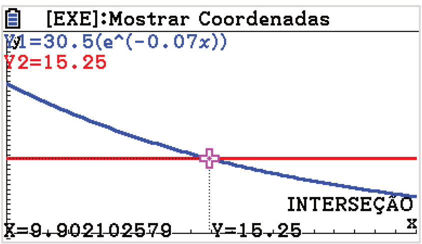
1.4. $42 + 3n = 63 \Leftrightarrow 3n = 21 \Leftrightarrow n = 7$

Resposta: Ao fim de 7 anos.

2.1. $H(0) = 30{,}5e^{-0{,}07 \times 0} = 30{,}5$

Resposta: 30 500 habitantes.

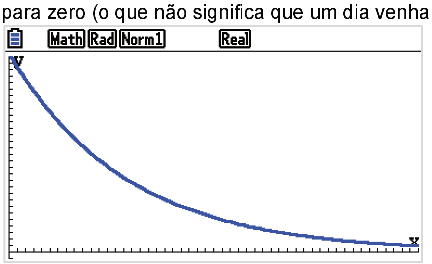
2.2.

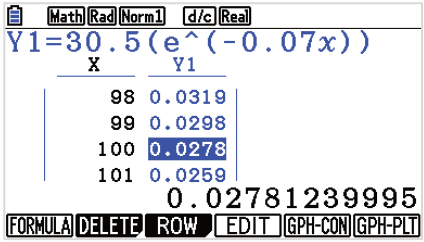


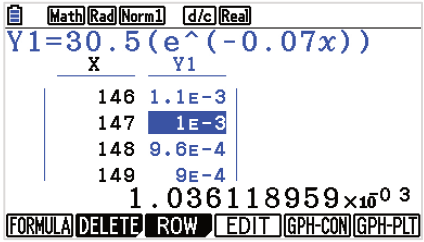
$0{,}9 \times 12 \approx 11$ meses

Resposta: Ao fim de aproximadamente 9 anos e 11 meses.

2.3. A afirmação é verdadeira. Uma vez que estamos perante um decrescimento exponencial, o número de habitantes tende para zero (o que não significa que um dia venha a ser zero).







3.1. $B(t) = 0{,}332 \times 1{,}574^t$

3.2. A afirmação é falsa, pois na 16.ª semana seriam recolhidas cerca de 471,2 toneladas. $B(16) = 0{,}332 \times 1{,}574^{16} = 471{,}2$

Nota: Na realidade, não é possível saber a quantidade recolhida na 16.ª semana, pois o modelo apenas faz uma estimativa/previsão.

Pág. 181

4. $y = 40{,}718 + 48{,}514 \ln x$

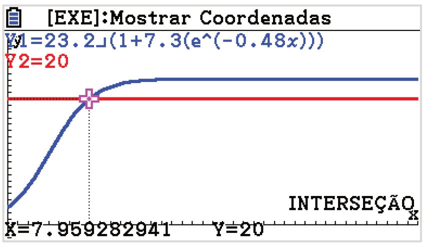
Idade do Afonso a 1 de janeiro de 2017: $x = 9$

$y = 40{,}718 + 48{,}514 \ln 9 \approx 147$

Resposta: 147 cm.

5.1. $y = \dfrac{23{,}2}{1 + 7{,}3e^{-0{,}48x}}$

5.2.



Ao fim de 8 anos, ou seja, em 2012.

Pág. 182

1.1. Recorrendo à calculadora gráfica: $a = 95{,}8$ e $b = -190\,857{,}2$.

Modelo linear: $y = 95{,}8x - 190\,857{,}2$

1.2. Para $x = 2012$, $y = 95{,}8 \times 2012 - 190857{,}2 = 1892{,}4$.

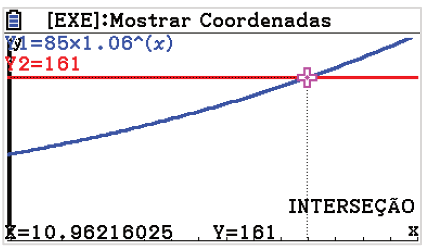
Prevê-se que, em 2012, tenha havido cerca de 1892 doutoramentos.

1.3. $95{,}8x - 190\,857{,}2 = 840 \Leftrightarrow 95{,}8x = 191\,697{,}2 \Leftrightarrow x = \dfrac{191\,697{,}2}{95{,}8}$

Então, $x \approx 2001$.

Resposta: No ano 2001.

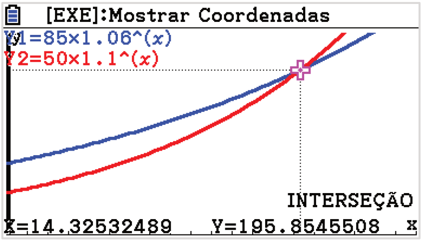
2.1. **(B).** Designemos por $B(t)$ o número de leões da população Beta, t anos após 2016. Podemos, então, definir o modelo exponencial $B(t) = 85 \times 1{,}06^t$ e resolver, graficamente, a inequação $85 \times 1{,}06^t \geq 161$.



$2016 + 11 = 2027$

Resposta: No ano 2027.

2.2. Designemos por $A(t)$ o número de leões da população Alfa, t anos após 2016. Podemos definir o modelo exponencial $A(t)=50\times1{,}10^t$ e resolver, graficamente, a inequação $A(t)>B(t)$, ou seja, $50\times1{,}10^t>85\times1{,}06^t$.



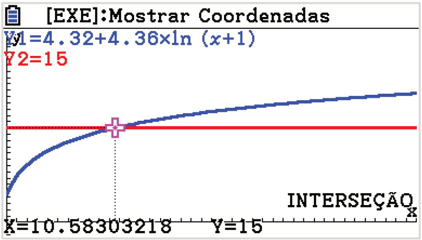
$2016+14=2030$

Resposta: No ano 2030.

3.1. **(A)**

$I(3)=10 \Leftrightarrow a+4{,}36\ln(3+1)=10 \Leftrightarrow a=10-4{,}36\ln4 \Leftrightarrow a\approx3{,}96$

3.2.



Resposta: Ao fim de 11 meses.

Pág. 183

4.1. Sabe-se que:

$h=140$

$m_0=300$

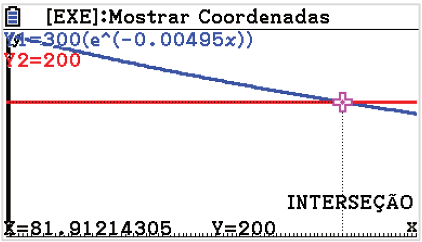
$r=\frac{\ln2}{140}\approx0{,}004\,95$

Assim, $m(t)=300e^{-0{,}004\,95t}$.

4.2. $m(365)=300e^{-0{,}00495\times365}\approx49\text{mg}$

Aproximadamente 49 mg de polónio.

4.3. Resolve-se graficamente a equação $300e^{-0{,}004\,95t}=200$.



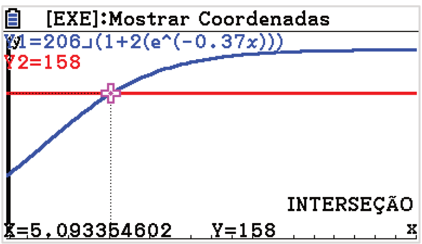
Ao fim de, aproximadamente, 82 dias.

5. I – b); II – a); III – c)

I. $I(0)=\frac{206}{1+2e^{-0{,}37\times0}}\approx68{,}7$

Estavam já infetadas 68 pessoas.

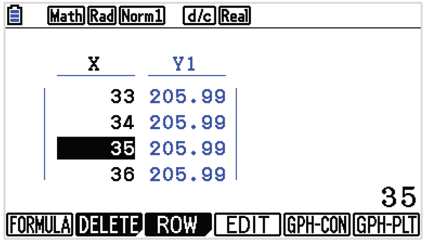
II. Resolve-se graficamente a equação $\frac{206}{1+2e^{-0{,}37t}}=158$.

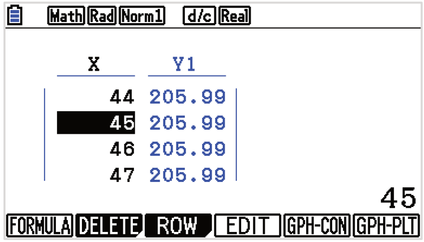


Ao fim de aproximadamente 5 dias.

III. Estima-se que fiquem infetadas 206 pessoas. Este é o limite máximo em torno do qual este crescimento logístico tende a estabilizar.

Observe-se o excerto da tabela de valores:





Pág. 184

6.1. $y=\frac{424{,}72}{1+10{,}86\times e^{-0{,}18x}}$

6.2. $y=\frac{424{,}72}{1+10{,}86\times e^{-0{,}18\times36}}\approx417{,}761$

Resposta: 417 761 alunos.

6.3.

Dados oficiais		Estimativas pelo modelo	
2010	390	2010	411
2014	371	2014	418
2016	358	2016	420
2018	373	2018	421
2020	397	2020	422
2024	338	2024	423

Poderá não ser um modelo adequado, pois de acordo com este, a partir de 2010, estima-se que o número de alunos esteja sempre acima de 400 mil, o que na realidade não se verifica (consultando os valores reais). Para além disso, em 2024 o valor real é 448 mil, o que já ultrapassa o limite dado pelo modelo (424,72 mil).

Pág. 185

7.1. Tendo em conta que $x=1$ corresponde a 1960, $x=11$ a 1970, $x=22$ a 1981, $x=32$ a 1991, $x=42$ a 2001, $x=52$ a 2011 e $x=62$ a 2021, obtêm-se os seguintes modelos.

	Grupo etário	
Modelo	**0-14**	**65+**
Exponencial	$y=2{,}820\times0{,}989^x$ $r\approx-0{,}966$	$y=0{,}693\times1{,}021^x$ $r\approx0{,}998$
Logarítmico	$y=2{,}839-0{,}279\ln(x)$ $r\approx-0{,}782$	$y=0{,}405+0{,}352\ln(x)$ $r\approx0{,}801$

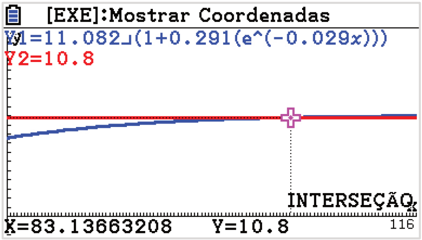
7.2. Para ambos os grupos etários o modelo mais adequado é o exponencial (apresenta correlação muito forte).

7.3. $y=\frac{11{,}082}{1+0{,}291e^{-0{,}029x}}$

7.4. **a)** **(C)**. Ano 2005: $x=46 \rightarrow y\approx10{,}293$

b) **(B)**. Ano 2030: $x=71 \rightarrow y\approx10{,}685$

c)



$x = 81 \rightarrow$ ano 2040; $x = 82 \rightarrow$ ano 2041;

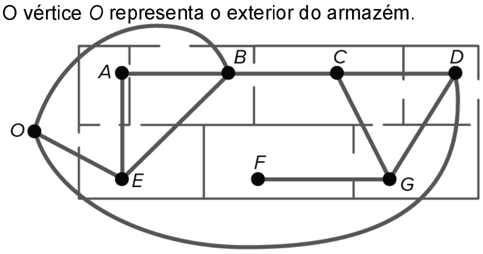
$x = 83 \rightarrow$ ano 2042; $x = 84 \rightarrow$ ano 2043

Resposta: No ano 2042.

Questões tipo exame

Pág. 186

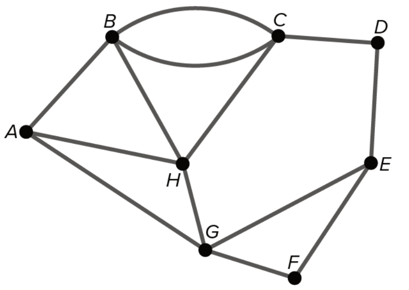
1.1. Vamos esquematizar a situação apresentada através de um grafo. Os vértices do grafo representam as secções e as arestas as passagens (portas) entre as secções.
O vértice *O* representa o exterior do armazém.



Sim, é possível que o funcionário passe pelo menos uma vez por todas as secções (vértices) e volte a sair do armazém. Por exemplo, *O E A B C G F G D O*.

1.2. Procuramos saber se o grafo admite um circuito de Hamilton, ou seja, se existe um caminho que começa e acaba no mesmo vértice, passando por todos os vértices e não mais do que uma vez por cada um deles.
Da observação do grafo facilmente se conclui que não existem circuitos de Hamilton, pois para passar no vértice *F* tem de passar duas vezes no vértice *G*. Dito por outras palavras, para o funcionário ir à secção *F* tem de passar pela secção *G* duas vezes (para entrar em *F* e para sair de *F*).

2.1.



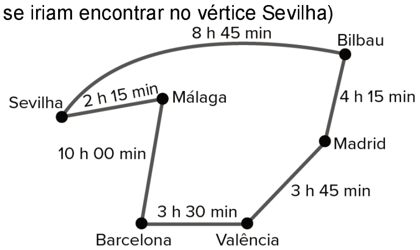
Como o grafo é conexo e apenas tem dois vértices de grau ímpar (*A* e *E*), então o grafo admite um caminho euleriano. Isto significa que o grafo admite um caminho que passa por todas as arestas uma única vez. Assim, o vigilante não tem de percorrer cada um dos trilhos mais do que uma vez. Por exemplo, *A B C B H A G F E G H C D E*.

2.2. Percurso: *A B C B H A G E F G H C D E G A*

3. **(B)**
A partir do grafo apresentado, analisando o grau de cada de cada vértice, tem-se: *A* – grau 2; *B* – grau 3; *C* – grau 1; *D* – grau 3; *E* – grau 1
Iniciar e terminar o circuito da visita numa mesma fonte, percorrendo todos os caminhos, incluindo os novos, sem repetir nenhum deles corresponde à definição de um circuito de Euler. Tal só será possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem quatro vértices com grau ímpar: *C* e *E* (grau 1) e *B* e *C* (grau 3).
Assim, o número mínimo de caminhos pedonais a construir é 2, correspondendo a novas arestas no grafo que liguem os vértices de grau ímpar, para que passem a ter grau par.
Por exemplo, construir novos caminhos entre *C* e *E* e entre *B* e *D*, ou entre *B* e *C* e *D* e *E*.

Pág. 187

4. De acordo com a tabela e com a aplicação do algoritmo, obtemos a seguinte ordenação das arestas:
Sevilha – Málaga, peso 2 h 15 min ✓
Barcelona – Valência, peso 3 h 30 min ✓
Madrid – Valência, peso 3 h 45 min ✓
Madrid – Bilbao, peso 4 h 15 min ✓
Madrid – Sevilha, peso 5 h 30 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Madrid)
Madrid – Málaga, peso 5 h 30 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Madrid)
Barcelona – Bilbao, peso 6 h 15 min × (porque formaria um percurso fechado que não incluía todos os vértices)
Málaga – Valência, peso 6 h 20 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Valência)
Madrid – Barcelona, peso 6 h 30 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Madrid)
Valência – Bilbao, peso 6 h 30 min ×(porque três arestas se iriam encontrar no vértice Valência)
Sevilha – Valência, peso 6 h 50 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Valência)
Sevilha – Bilbao, peso 8 h 45 min ✓
Málaga – Bilbao, peso 9 h 45 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Bilbao)
Barcelona – Málaga, peso 10 h ✓
Barcelona – Sevilha, peso 10 h 30 min × (porque três arestas se iriam encontrar no vértice Sevilha)

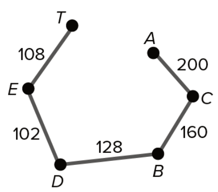


Não é possível visitar os locais pela mesma ordem da Leonor, pois, de acordo com o método aplicado, ao sair de Madrid tem de seguir para Bilbao ou para Valência. Itinerário possível:
Madrid – Bilbao – Sevilha – Málaga – Barcelona – Valência – – Madrid
Tempo total de viagem: 32 horas e 30 minutos

Pág. 188

5.1. I – c) ; II – b) ; III – a) ; IV - b)
Percursos possíveis:
A – B – C – D – E; *A – B – C – E – D*; *A – E – D – C – B*; *A – D – E – C – B*

5.2. *T – E – D – B – C – A* $(108 + 10 + 128 + 160 + 200 = 698$ metros)

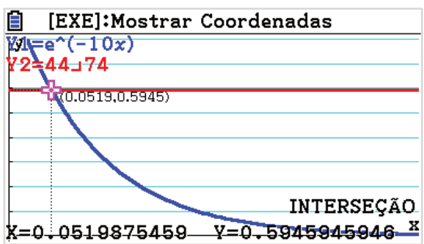


6.1. $D_0 = 95 - 21 = 74\,°\text{C}$

$T(t) = 21 + 74e^{-kt}$ (vamos determinar o parâmetro k)

$T(10) = 65 \Leftrightarrow 21 + 74e^{-10k} = 65 \Leftrightarrow 74e^{-10k} = 44 \Leftrightarrow e^{-10k} = \frac{44}{74}$

Resolve-se graficamente a equação (interseção dos gráficos das funções $y = e^{-10k}$ e $y = \frac{44}{74}$).

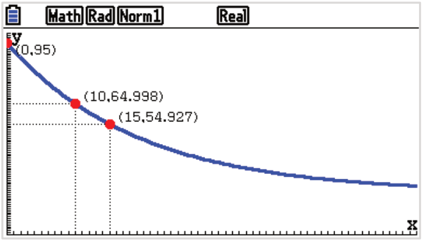


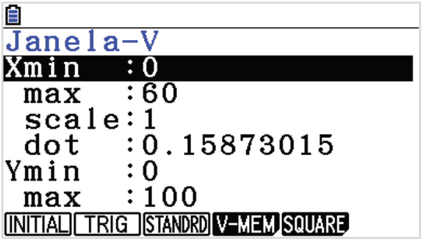
Então, $k \approx 0{,}05199$. Assim, $T(t) = 2174e^{-0{,}05199t}$.

6.2. **a)** $T(15) = 21 + 74e^{-0{,}05199 \times 15} \approx 54{,}9$

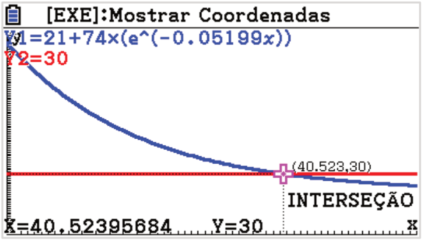
b) $T(30) = 21 + 74e^{-0{,}05199 \times 30} \approx 36{,}6$ ºC

6.3.

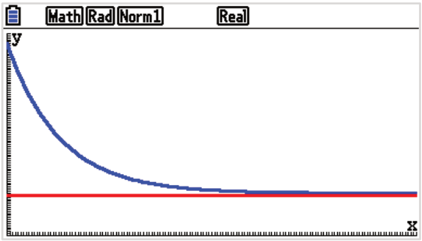


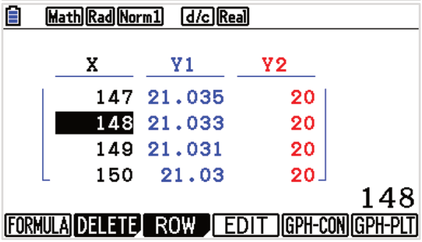


6.4. a) Passados 40 minutos e 30 segundos.

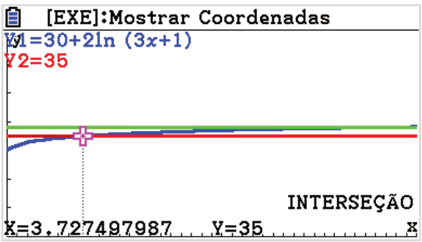


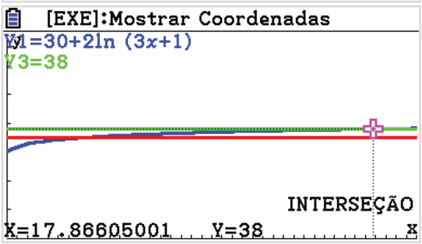
b) Nunca, pois a temperatura irá tendencialmente estabilizar em torno dos 21 ºC (temperatura ambiente).





7.1.

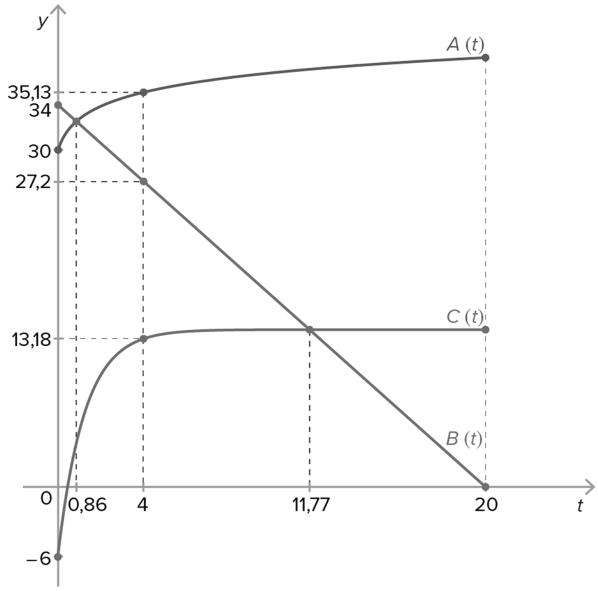




17,9 – 3,7 = 14,2 anos

Resposta: Durante 14 anos.

7.2.



$A(0) = 30$ e $A(4) = 35{,}13 \rightarrow$ Aumento: 5,13 mil euros

$B(0) = 34$ e $B(4) = 27{,}3 \rightarrow$ Diminuição: 6,8 mil euros

$C(0) = -6$ e $C(4) = 13{,}18 \rightarrow$ Aumento: 19,18 mil euros

Resposta:

(a) – (3) e (4)

(b) – (1), (5), (6) e (8)

(c) – (2) e (7)

8.1. Recorrendo à calculadora obtém-se $a \approx 3{,}472$; $b \approx 0{,}864$ e $c \approx 3{,}652$

Modelo logístico: $y = \dfrac{3{,}652}{1 + 3{,}472e^{-0{,}864x}}$

8.2. **a)** $9:45 \rightarrow x = 4{,}5$

Assim, $y = \dfrac{3{,}652}{1 + 3{,}472e^{-0{,}864 \times 3{,}5}} \approx 3{,}125$.

Aproximadamente, 3125 operações.

b) Resolve-se graficamente a equação:

$\dfrac{3{,}652}{1 + 3{,}472e^{-0{,}864x}} = 3{,}55$

Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $t = 5{,}55$.

$5{,}55 \times 30 = 166{,}5$ minutos

$166{,}5 : 60 = 2{,}775$ horas

0,775 hora ≈ 47 minutos

Assim, o número de operações ultrapassou, pela primeira vez, as 3550 ao fim de, aproximadamente, 2 horas e 47 minutos, ou seja, às 10:47.

8.3. Recorrendo à calculadora obtém-se $a \approx 0{,}05$ e $b = 3{,}5$.

Modelo linear: $y = 0{,}05x + 3{,}5$

$0{,}05x + 3{,}5 = 4 \Leftrightarrow 0{,}05x = 4 - 3{,}5 \Leftrightarrow x = \dfrac{0{,}5}{0{,}05} \Leftrightarrow x = 10$

Como dez períodos de 30 minutos são 5 horas, o número de operações atingiu as 4000 às 16:00.