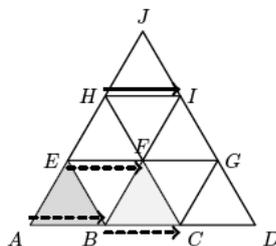


# AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

## Isometrias - Ficha de Trabalho nº 1 - 8º ano

Exames até 2019

1. Observando que  $\vec{HI} = \vec{AB} = \vec{BC} = \vec{EF}$  (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que a imagem do triângulo  $[ABE]$ , pela translação de vetor  $\vec{HI}$ , é o triângulo  $[BCF]$

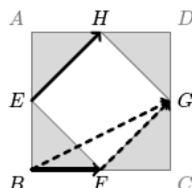


Resposta: Opção A

Prova Final 3.º Ciclo - 2019, Época especial

2. Observando que  $\vec{FG} = \vec{EH}$  (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

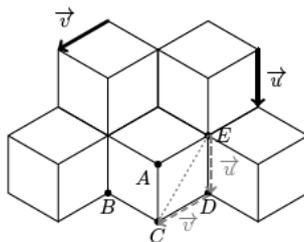
$$\vec{BF} + \vec{EH} = \vec{BF} + \vec{FG} = \vec{BC}$$



Prova Final 3.º Ciclo - 2019, 2.ª chamada

3. Observando que  $[ACDE]$  é um losango, também é um paralelogramo e como os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  podem ser representados sobre lados desse paralelogramo, usando a regra do paralelogramo para a soma de vetores, temos que:

$$E + (\vec{u} + \vec{v}) = C$$

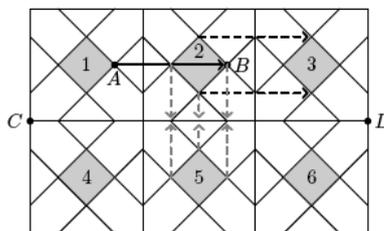


Resposta: Opção C

4. Temos que:

- a reflexão do quadrado 5 relativamente ao eixo  $CD$  é o quadrado 2
- a translação do quadrado 2 associada ao vetor  $\vec{AB}$  é o quadrado 3

Assim, a imagem do quadrado 5 pela reflexão deslizante de eixo  $CD$  e vetor  $\vec{AB}$ , é o quadrado 3



Resposta: Opção B

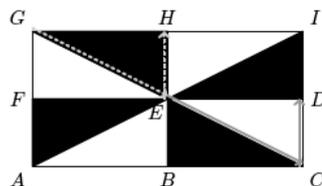
Prova Final 3.º Ciclo - 2018, Época especial

5. Como  $\vec{GE} = \vec{EC}$  e  $\vec{EH} = \vec{CD}$ , temos que:

- $T_{\vec{GE}}(E) = T_{\vec{EC}}(E) = E + \vec{EC} = C$
- $T_{\vec{EH}}(C) = T_{\vec{CD}}(C) = C + \vec{CD} = D$

Assim, temos que:

$$T_{\vec{EH}}(T_{\vec{GE}}(E)) = T_{\vec{EH}}(C) = D$$



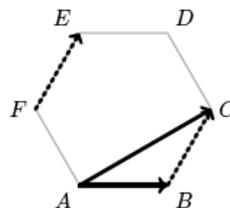
Ou seja a imagem do ponto  $E$  pela translação composta  $T_{\vec{EH}}$  com  $T_{\vec{GE}}$  é o ponto  $D$

Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 2.ª chamada

6. Observando que  $\vec{FE} = \vec{BC}$  (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

$$\vec{AB} + \vec{FE} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Resposta: Opção D



7.1. Em cada linha temos que:

(1) Identificando os vetores  $\overrightarrow{AD}$  e  $\overrightarrow{DN}$  podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN}$$

pele que deve ser assinalada a coluna (E) na linha (1)

(2) Identificando os vetores  $\overrightarrow{AD}$  e  $\overrightarrow{DO}$  podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

E que:

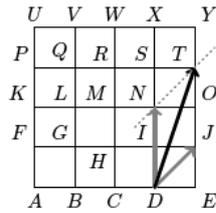
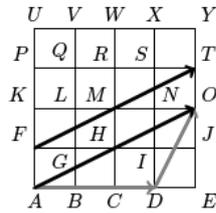
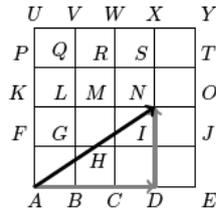
$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{FT}$$

pele que deve ser assinalada a coluna (D) na linha (2)

(3) Identificando os vetores  $\overrightarrow{DN}$  e  $\overrightarrow{DJ}$  e usando a regra do paralelogramo para fazer a soma, podemos observar que:

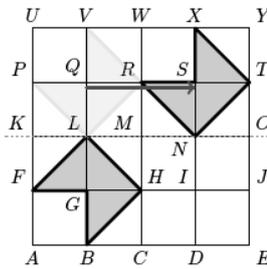
$$\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DT}$$

pele que deve ser assinalada a coluna (B) na linha (3)



7.2. Considerando a reflexão do pentágono  $[BHLFG]$  de eixo  $KO$  e depois a translação do pentágono transformado pelo vetor  $\overrightarrow{QS}$ , obtemos o pentágono  $[NTXSR]$ , pelo que a isometria que transforma  $[BHLFG]$  em  $[NTXSR]$  é a reflexão deslizante de eixo  $KO$  e vetor  $\overrightarrow{QS}$

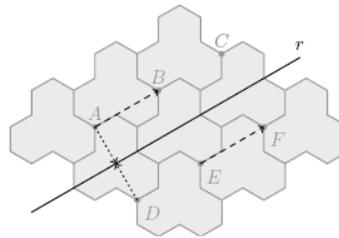
Resposta: Opção C



8. Temos que:

- a reflexão do ponto  $D$  relativamente ao eixo  $r$  é o ponto  $A$
- a translação do ponto  $A$  associada ao vetor  $\overrightarrow{EF}$  é o ponto  $B$

Assim, a imagem do ponto  $D$  pela reflexão deslizante de eixo  $r$  e vetor  $\overrightarrow{EF}$ , é o ponto  $B$

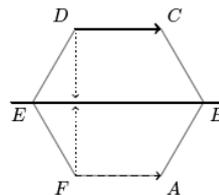


9. Temos que:

- a reflexão do ponto  $F$  relativamente ao eixo  $EB$  é o ponto  $D$
- a translação do ponto  $D$  associada ao vetor  $\overrightarrow{FA}$  é o ponto  $C$

Assim, a imagem do ponto  $F$  pela reflexão deslizante de eixo  $EB$  e vetor  $\overrightarrow{FA}$ , é o ponto  $C$

Resposta: Opção C



Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 2ª chamada

10. Como um hexágono regular tem os lados opostos paralelos e com o mesmo comprimento, então as diagonais  $[QS]$  e  $[PT]$  também são paralelas e com o mesmo comprimento, pelo que:

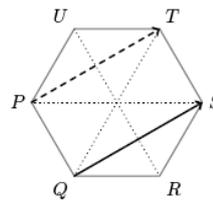
$$\overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PT}$$

E assim, vem que:

$$P + \overrightarrow{QS} = P + \overrightarrow{PT} = T$$

Ou seja, a imagem do ponto  $P$  pelo translação associada ao vetor  $\overrightarrow{QS}$  é o ponto  $T$  (como se pretende ilustrar na figura ao lado).

Resposta: Opção D



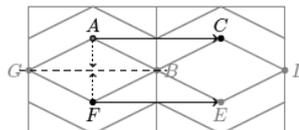
Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 1ª chamada

11. Como a reflexão do ponto  $F$  e eixo  $GB$  é o ponto  $A$

E a imagem do ponto  $A$  pela translação associada ao vetor  $\overrightarrow{FE}$ , ou seja, ao vetor  $\overrightarrow{AC}$ , é o ponto  $C$

então, a reflexão deslizante de eixo  $GB$  e vetor  $\overrightarrow{FE}$  é:

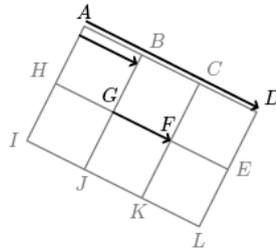
o ponto  $C$



12.1. Como  $\vec{AD} = 3\vec{AB}$ , então  $\frac{1}{3}\vec{AD} = \vec{AB}$

E assim, temos que a imagem do ponto  $G$  pela translação associada ao vetor  $\frac{1}{3}\vec{AD}$ , ou seja, ao vetor  $\vec{AB}$ , é:

o ponto  $F$

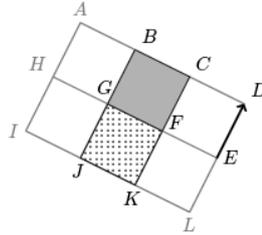


12.2. Como podemos observar que:

- $G + \vec{ED} = B$
- $F + \vec{ED} = C$
- $K + \vec{ED} = F$
- $J + \vec{ED} = G$

Logo, o transformado do quadrado  $[GFKJ]$  pela translação associada ao vetor  $\vec{ED}$  é o quadrado  $[BCFG]$

Resposta: Opção D



Prova de Aferição 8.º ano - 2016

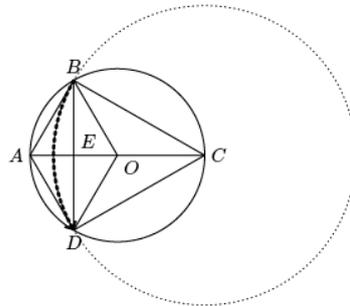
13. Como  $\widehat{BAD} = \widehat{EAB} + \widehat{EAD} = 60 + 60 = 120^\circ$  (porque os triângulos  $OAB$  e  $OAD$  são equiláteros), a rotação de centro  $A$ , que transforma o ponto  $B$  no ponto  $D$  tem amplitude  $120^\circ$  (no sentido negativo).

Relativamente à rotação de centro no ponto  $O$ , pela mesma razão a amplitude da rotação também tem amplitude de  $120^\circ$

Como o ponto  $E$  é o ponto médio do segmento de reta  $[AD]$  a rotação de centro  $E$ , que transforma o ponto  $B$  no ponto  $D$  tem amplitude  $180^\circ$

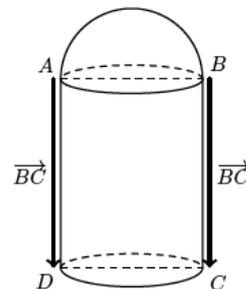
Como o triângulo  $[CBD]$  também é equilátero, a rotação de centro  $C$ , que transforma o ponto  $B$  no ponto  $D$  tem amplitude  $60^\circ$

Resposta: Opção C

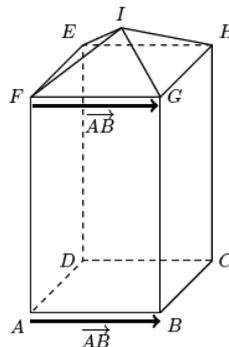


14. A translação associada ao vetor  $\vec{BC}$  transforma o ponto  $B$  no ponto  $C$ , pelo que, da mesma forma, transforma o ponto  $A$  no ponto  $D$

Resposta: Opção D



15. A translação do ponto  $F$  pelo vetor  $\vec{AB}$  é o ponto  $G$

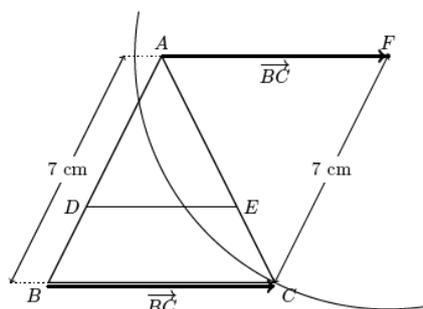


Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada

16. Os triângulos  $[ABC]$  e  $[AFC]$  são congruentes, porque  $\overline{AF} = \overline{BC}$ ,  $[AC]$  é um lado comum, e os ângulos  $ACB$  e  $CAF$  são iguais (porque são ângulos alternos internos).

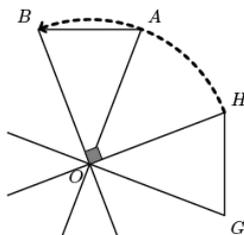
Assim, temos que os lados  $[FC]$  e  $[AB]$  são lados correspondentes, e por isso  $\overline{FC} = \overline{AB} = 7$

Logo o raio da circunferência de centro em  $F$  e que contém o ponto  $C$  tem comprimento 7 cm.



17. Uma rotação de  $90^\circ$  (no sentido positivo), de centro em  $O$ , transforma o ponto  $H$  no ponto  $B$

Resposta: Opção B



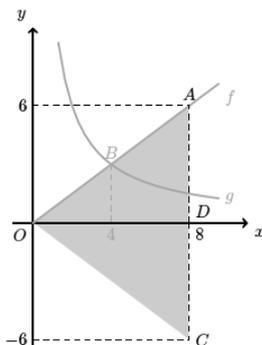
18. Como o ponto  $C$  é uma reflexão do ponto  $A$  relativamente ao eixo  $Ox$  tem a mesma abcissa e ordenada simétrica, ou seja, as coordenadas do ponto  $C$  são  $C(8, -6)$

Relativamente ao triângulo  $[OAC]$  temos que  $\overline{AC} = 6 + 6 = 12$  e que  $\overline{OA} = \overline{OC}$ , e podemos determinar  $\overline{OA}$  recorrendo ao Teorema de Pitágoras, considerando o triângulo retângulo  $[OAD]$ , em que  $D$  é a projeção ortogonal do ponto  $A$  no eixo  $Ox$ :

$$\begin{aligned} \overline{OA}^2 &= \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overline{OA}^2 &= 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 100 \xrightarrow{\overline{OA} > 0} \\ \Rightarrow \overline{OA} &= \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{OA} = 10 \end{aligned}$$

E assim, temos que o perímetro do triângulo  $[OAC]$  é:

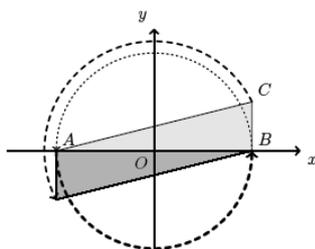
$$P_{[OAC]} = \overline{AC} + 2\overline{OA} = 12 + 2 \times 10 = 12 + 20 = 32$$



Teste intermédio 9.º ano - 12.04.2013

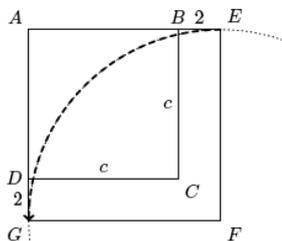
19. Considerando a rotação de cada ponto, podemos construir o triângulo o transformado do triângulo  $[ABC]$  por meio da rotação de centro no ponto  $O$  e amplitude  $180^\circ$  e verificar que é o triângulo representado na opção (C)

Resposta: Opção C



20. Como  $[AGFE]$  é um quadrado, uma rotação de  $90^\circ$ , de centro no ponto  $F$  transforma o ponto  $E$  no

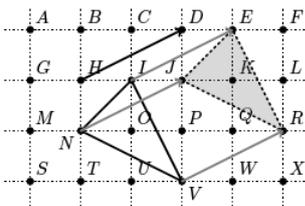
ponto  $G$



- 21.1. Identificando o vetor  $\overrightarrow{HD}$  como o vetor associado à translação que transforma o ponto  $H$  no ponto  $D$ ,  $H + \overrightarrow{HD} = D$ , temos que

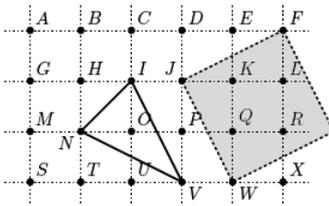
- $N + \overrightarrow{HD} = J$
- $I + \overrightarrow{HD} = E$
- $V + \overrightarrow{HD} = R$

Logo, o transformado do triângulo  $[NIV]$  pela translação associada ao vetor  $\overrightarrow{HD}$  é o triângulo  $[JER]$



- 21.2. Considerando os dois quadrados de lado  $JF$ , o único que tem como outro vértice um dos pontos assinalados (representado na figura ao lado) é o quadrado com vértice no ponto  $W$

Resposta: Opção C

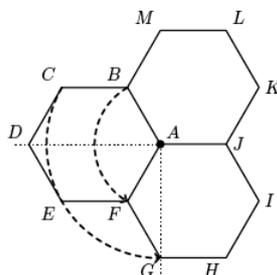


Teste intermédio 8.º ano - 29.02.2012

1. Como os ângulos internos de um hexágono regular têm  $120^\circ$  de amplitude, o transformado do ponto  $B$  por uma rotação de centro em  $A$  e amplitude  $120^\circ$  é o ponto  $F$

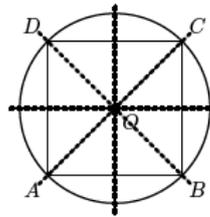
Traçando retas perpendiculares pelo ponto  $A$  podemos observar que o ângulo  $DAG$  é reto, e que o ângulo  $CAD$  tem amplitude de  $30^\circ$ , pelo que o ângulo  $CAG$  tem amplitude de  $120^\circ$ , ou seja, o transformado do ponto  $C$  por uma rotação de centro em  $A$  e amplitude  $120^\circ$  é o ponto  $G$

Assim, o transformado do segmento  $[BC]$  por uma rotação de centro em  $A$  e amplitude  $120^\circ$  é o segmento  $[FG]$



23. Desenhando sobre o quadrado as duas diagonais e as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 4 eixos de simetria do quadrado.

Resposta: Opção C

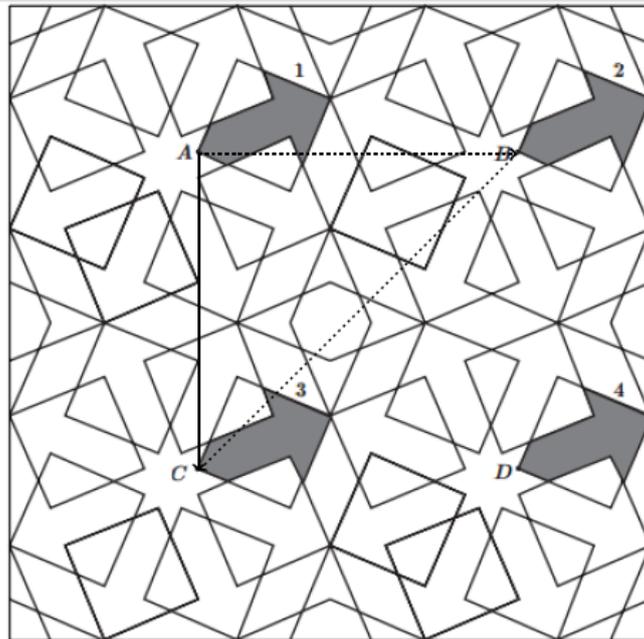


24. Como o polígono 3 pode ser obtido como imagem do polígono 1 por meio da translação associada ao vetor  $\vec{AC}$ , e temos que

- $\vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB}$
- $\vec{AC} + \vec{CA} = \vec{AA} = \vec{0}$
- $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$
- $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Temos que é o translação associada ao vetor  $\vec{AB} + \vec{BC}$  que transforma o polígono 1 no polígono 3

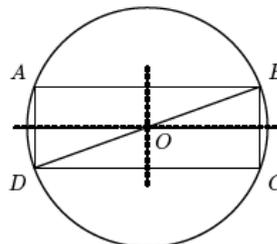
Resposta: Opção D



Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

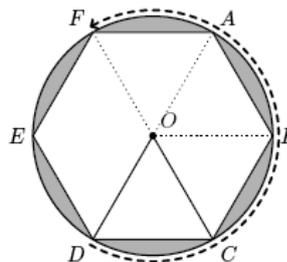
25. Desenhando sobre o retângulo as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 2 eixos de simetria do retângulo (as diagonais não são eixos de simetria).

Logo, o retângulo  $[ABCD]$  tem 2 eixos de simetria



26. Como os ângulos internos de um triângulo equilátero têm amplitude  $60^\circ$ , uma rotação de amplitude  $240^\circ$  corresponde a 4 ângulos internos de triângulos equiláteros ( $4 \times 60 = 240^\circ$ ).

Assim, temos que o transformado do ponto  $D$  pela rotação de centro no ponto  $O$  e de amplitude  $240^\circ$  é o ponto  $F$  (como se pode observar na figura ao lado).



27. As rotações de centro em  $O$  e amplitudes  $180^\circ$  ou  $-180^\circ$  transformam o quadrado  $[OHDE]$  no quadrado  $[OFG]$ , assim como a simetria axial de eixo  $AC$

O transformado do quadrado  $[OHDE]$  simetria axial de eixo  $DB$  é o próprio quadrado  $[OHDE]$ , porque a diagonal  $[OD]$  é um eixo de simetria do quadrado.

Resposta: Opção D

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

28. Como  $[ABCDEFGH]$  é um octógono regular, pode ser dividido em 8 triângulos isósceles congruentes, cujos ângulos menores têm amplitude  $\frac{360}{8} = 45^\circ$

Assim, como  $\frac{135}{45} = 3$ , o transformado do triângulo  $[AOB]$  pela rotação de centro no ponto  $O$  e de amplitude  $135^\circ$  é o triângulo  $[GOF]$  (como se pode observar na figura ao lado).

Resposta: Opção D

