

Posições relativas de retas e planos (9.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

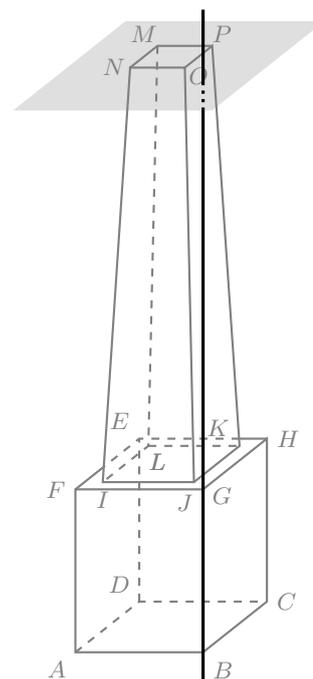


1. Como a base do obelisco é um prisma quadrangular reto as arestas laterais são perpendiculares às bases, ou seja, a reta BG é perpendicular ao plano que contém a face $[EFGH]$.

Como o tronco de pirâmide tem duas bases paralelas, os planos que contém as faces $[EFGH]$ e $[MNOP]$ são paralelos.

Logo a reta BG também é perpendicular ao plano que contém a face $[MNOP]$.

Resposta: **Opção B**



Prova de Matemática, 9.º ano – 2021

2. A única face do prisma triangular que não intersesta as restantes segundo um ângulo reto é a face correspondente ao painel solar, ou seja a face $[ACDE]$.

Assim, o plano que não é perpendicular ao plano que contém a face $[ABFE]$ é o plano que contém a face $[ACDE]$, ou seja o plano EAC .

Resposta: **Opção B**

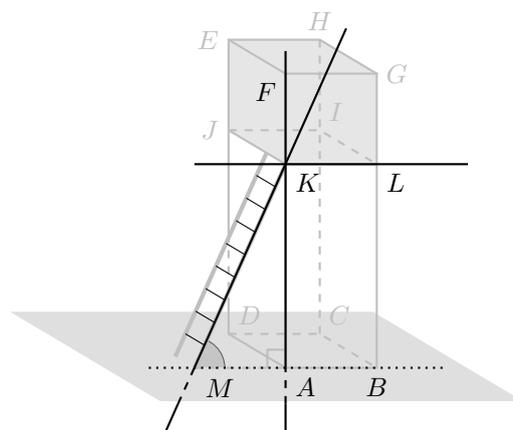
Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

3. Observando cada uma das retas apresentadas nas diferentes opções, temos que:

- A reta $[KM]$ intersecta o plano $[ABCD]$ no ponto M , pelo que é secante ao plano e não é perpendicular porque $\hat{AMK} = 66^\circ$
- A reta $[AB]$ pertence ao plano $[ABCD]$ porque sabemos que tem dois pontos em comum com o plano (os pontos A e B)
- A reta $[AF]$ é perpendicular ao plano $[ABCD]$ porque $\hat{KAM} = 90^\circ$
- A reta $[KL]$ é paralela ao plano $[ABCD]$ porque pertence ao plano JKL e os planos JKL e EFG são paralelos.

Logo, de entre as opções apresentadas, a reta KM é única reta secante e não perpendicular ao plano que contém a base $[ABCD]$

Resposta: **Opção A**

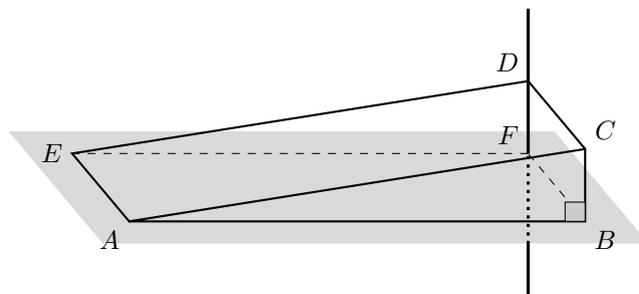


Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

4. Como o prisma triangular é reto, as faces $ABFE$ e $BCDF$ são perpendiculares.

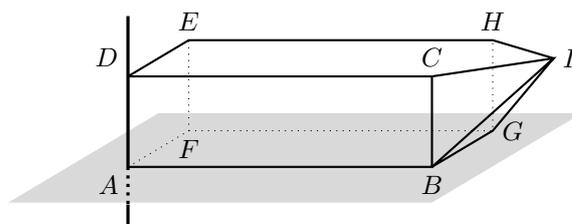
Desta forma, como a reta DF é perpendicular às retas FB e FE , e ambas pertencem ao plano que contém a face $[ABFE]$, podemos concluir que a reta DF é perpendicular ao plano contém a face $[ABFE]$

Resposta: **Opção B**



Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

5. Como o plano definido pelas retas AG e BF é o plano AFG , ou seja, o plano que contém a face lateral $[AFGB]$ do paralelepípedo retângulo, então, qualquer reta que contenha uma aresta de uma base do paralelepípedo que não pertença a esta face nem seja paralela, é perpendicular a este plano, por exemplo a reta AD



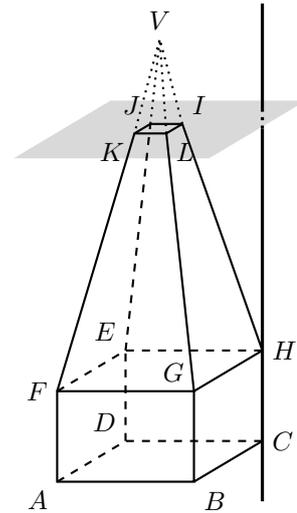
Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial



6. Como $[ABCDEFGH]$ é prisma reto de bases quadradas, então a reta CH é perpendicular à face $[EFGH]$.

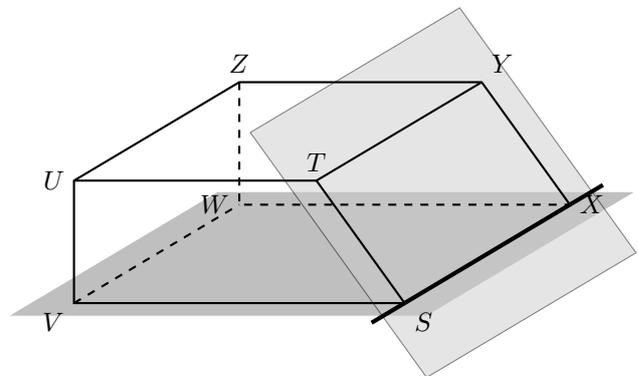
Como as faces $[EFGH]$ e $[IJKL]$ são paralelas, então a reta CH também é perpendicular à face $[IJKL]$, ou seja, ao plano que contém esta face.

Resposta: **Opção B**



Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

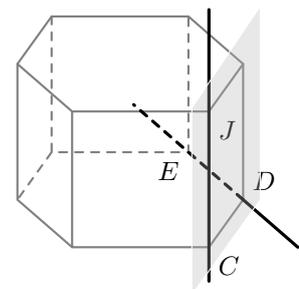
7. Como os dois planos contêm o ponto S e o ponto X e não são coincidentes, a sua interseção é a reta SX .



Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

8. As retas JC e ED não são coplanares, porque os pontos J , C e D pertencem à mesma face do prisma, ou seja, ao mesmo plano, mas o ponto E não pertence ao mesmo plano, ou seja, ao plano JCD (como se pretende ilustrar na figura ao lado).

Resposta: **Opção A**



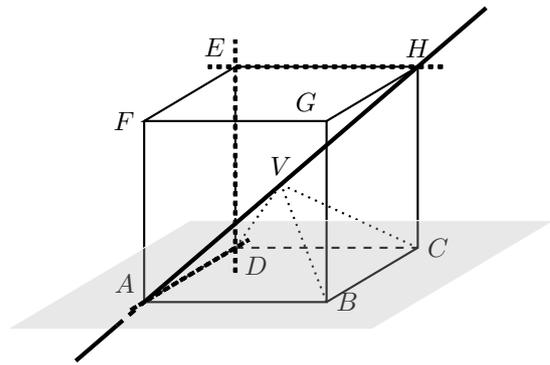
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial



9. Verificando que as retas AD , EH e ED contêm arestas do cubo, então, respectivamente, pertencem, são paralelas ou são perpendiculares ao plano que contém a face $[ABCD]$ do cubo.

Assim, a reta AH , que contém uma diagonal do cubo, intersesta as seis faces do cubo sem ser perpendicular a nenhum deles, em particular é secante e não perpendicular ao plano que contém a face $[ABCD]$

Resposta: **Opção A**



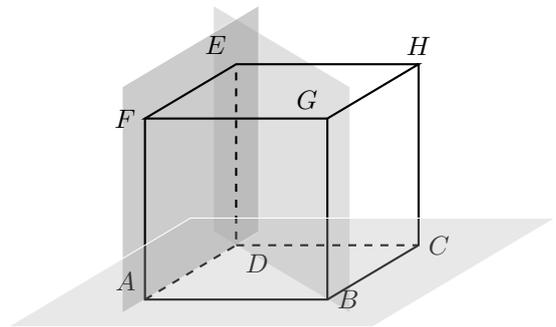
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

10. Dois planos, ambos perpendiculares a um terceiro plano, não são necessariamente perpendiculares entre si.

Assim, temos que:

- o plano AFE é perpendicular ao plano ABC (porque contém faces adjacentes do cubo)
- o plano BDE também é perpendicular ao plano ABC (porque contém faces adjacentes do cubo)

Mas, como o ângulo ADB não é reto, os planos AFE e BDE , não são perpendiculares entre si.

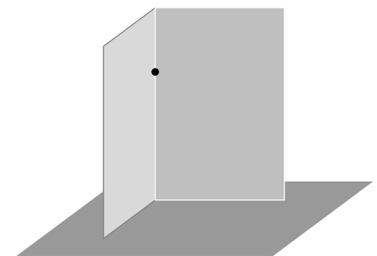


Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

11. Considerando três planos perpendiculares (como por exemplo no canto de uma sala) podemos identificar um plano e dois planos perpendiculares que contêm um ponto exterior ao primeiro plano.

Desta forma a afirmação "Por um ponto exterior a um plano passa um **único** plano perpendicular ao primeiro", é falsa.

Resposta: **Opção D**



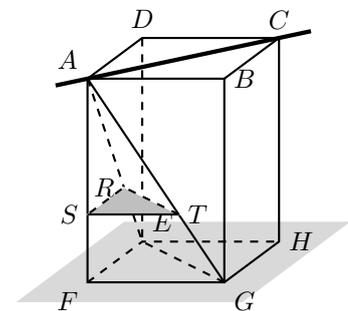
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

12. Como as bases de um prisma são paralelas entre si, qualquer reta contida no plano que contém a base superior do prisma $[ABCD]$ é paralela ao plano que contém a base inferior do prisma $[FGHE]$.

Assim, uma reta paralela ao plano EFG , é, por exemplo:

a reta AC

(Qualquer reta contida no plano RST também é paralela ao plano EFG).

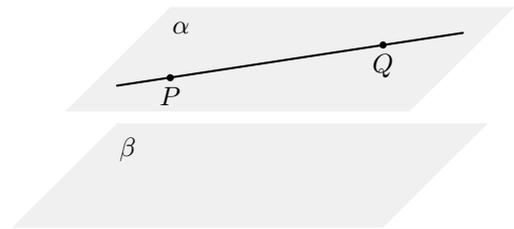


Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase



13. Se os planos α e β são paralelos, todas as retas contidas no plano α são paralelas ao plano β

Como os pontos P e Q pertencem ao plano α , então a reta PQ está contida no plano α , e por isso, é paralela ao plano β

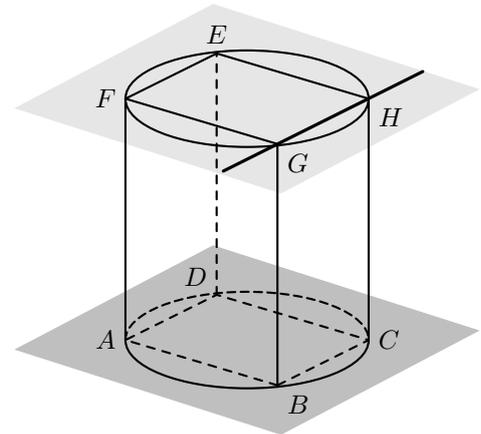


Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

14. Como as bases do prisma são paralelas, qualquer reta do plano que contém a base superior é paralela ao plano que contém a base inferior.

Assim, uma reta paralela ao plano ABC (que contém a base $[ABCD]$), é, por exemplo:

a reta GH

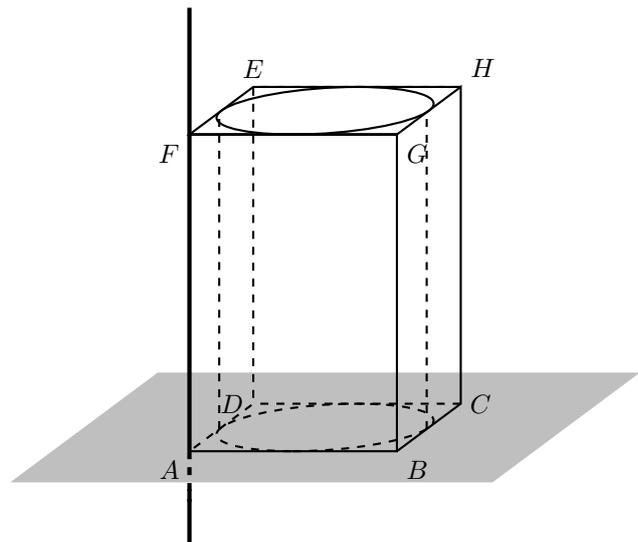


Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

15. Como as arestas laterais de um prisma são perpendiculares às bases do prisma, também o são relativamente ao plano que contém uma das bases do prisma.

Assim, uma reta perpendicular ao plano ABC , é, por exemplo:

a reta AF



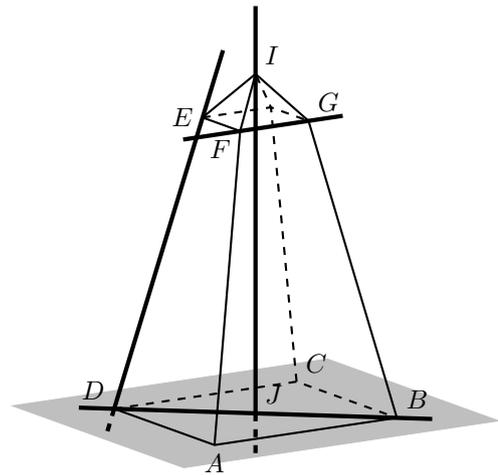
Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase



16. Analisando as quatro retas indicadas podemos ver que
- a reta FG é paralela ao plano ABC
 - a reta ED é concorrente, mas não perpendicular ao plano ABC
 - a reta BD pertence ao plano ABC

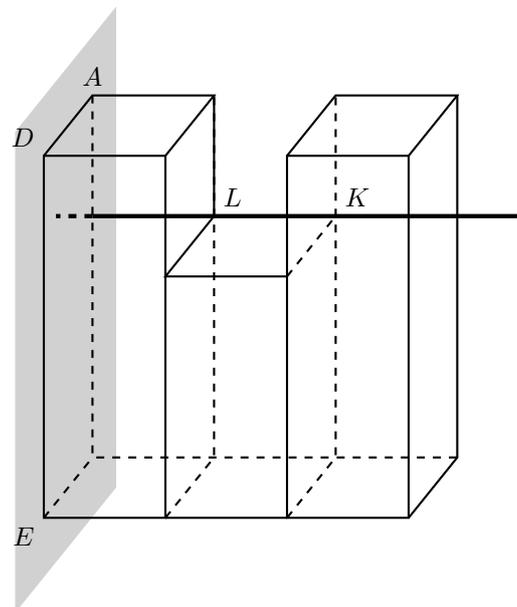
A reta IJ é perpendicular ao plano ABC

Resposta: **Opção B**



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

17. Usando as letras da figura podemos definir seis retas perpendiculares ao plano ADE , por exemplo,
- a reta LK



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

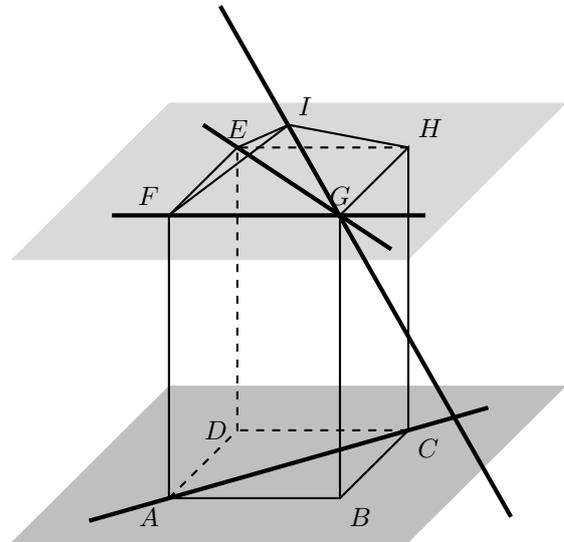


18. Analisando as quatro retas indicadas podemos ver que as retas FG e EG pertencem a um plano paralelo ao plano ABC , e por isso são paralelas ao plano ABC

A reta AC pertence ao plano ABC , pelo que não é concorrente com o plano.

A reta IG intersecta o plano ABC num único ponto (que não está representado na imagem), ou seja é concorrente com o plano.

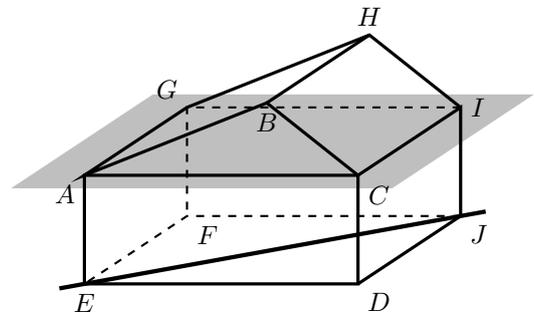
Resposta: **Opção D**



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

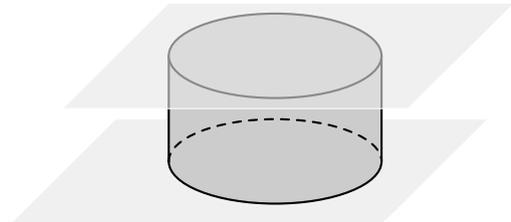
19. Como o plano ACI é o plano que contém a base superior do paralelepípedo retângulo, qualquer reta contida na base inferior do paralelepípedo é paralela ao plano ACI e não está contida no plano.

Assim, usando as letras da figura, uma das respostas possíveis é a reta EJ



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

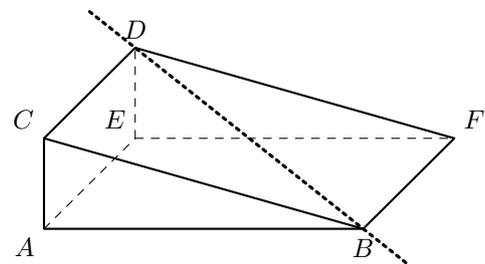
20. Os planos a que pertencem as bases opostas de um cilindro são paralelos.



Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 2.ª chamada

21. Escolhendo um dos pontos, B ou C , e outro ponto assinalado na figura definimos retas concorrentes com a reta CB .

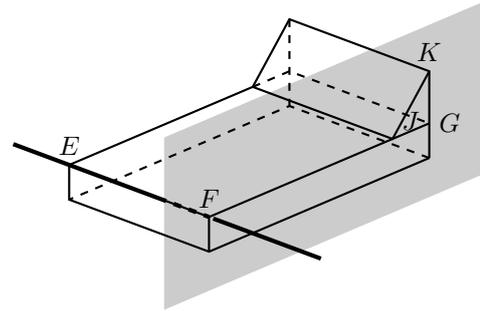
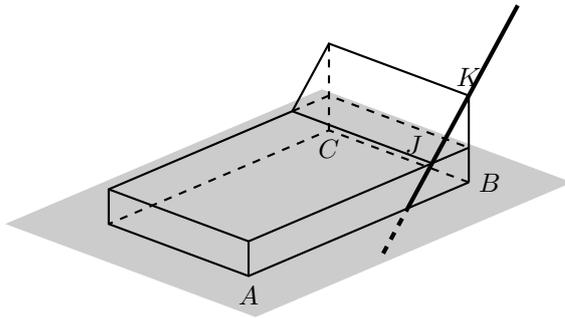
É ainda necessário fazer essa escolha de forma a evitar que a reta definida contenha uma aresta do prisma, pelo que uma das escolhas possíveis é, por exemplo, a reta BD .



Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 1.ª chamada



22. Observando a reta KJ e o plano ABC (na figura seguinte, à esquerda), podemos verificar que a reta não é perpendicular nem paralela ao plano.



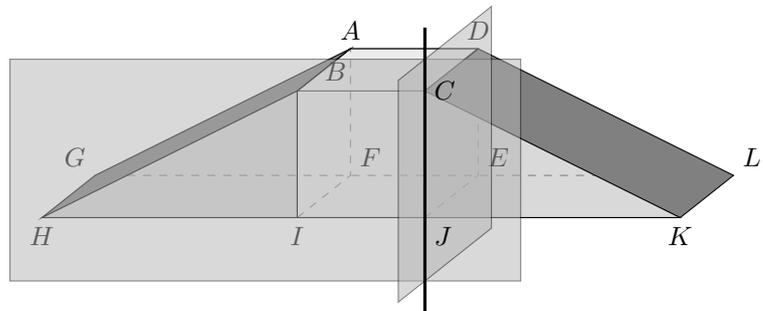
Observando a reta EF e o plano GJK (na figura acima, à direita), podemos verificar que a reta não é paralela ao plano, mas é perpendicular.

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 9.º ano – 12.04.2013

23. Como o plano HIB contém toda a face anterior do sólido, e o plano JCD contém toda a face mais à direita do cubo (como podemos observar na figura ao lado), temos que a interseção dos planos HIB e JCD é a

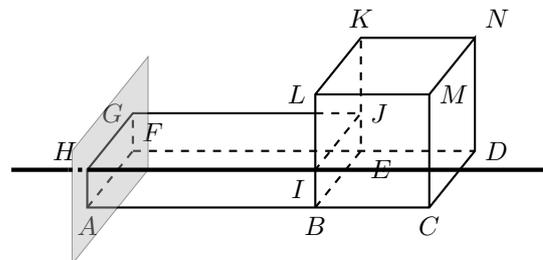
reta CJ



Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 2.ª chamada

24. Como o plano FGH contém a face $[AFGH]$ do paralelepípedo, a aresta $[HI]$ é perpendicular a esta face (como se pode observar na figura ao lado). Assim, uma reta que passe no ponto I e seja perpendicular ao plano FGH é

a reta HI



Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada



25. Como o cubo é parcialmente mergulhado no recipiente com tinta, a uma das faces fica completamente pintada, outra mantém-se branca e as restantes 4 ficam parcialmente pintadas.

- Podemos **rejeitar** a **Planificação A** porque não tem nenhuma face completamente pintada.
- Podemos **rejeitar** a **Planificação D** porque a completamente pintada e a face totalmente branca são adjacentes e não opostas como no cubo mergulhado no recipiente.
- Podemos **rejeitar** a **Planificação B** porque a parte pintada das faces parcialmente pintadas não são adjacentes à face totalmente pintada como no cubo mergulhado no recipiente.

A Planificação C cumpre todas as condições que as restantes não verificam, pelo que é a planificação do cubo depois de retirado do recipiente.

Resposta: **Opção C**

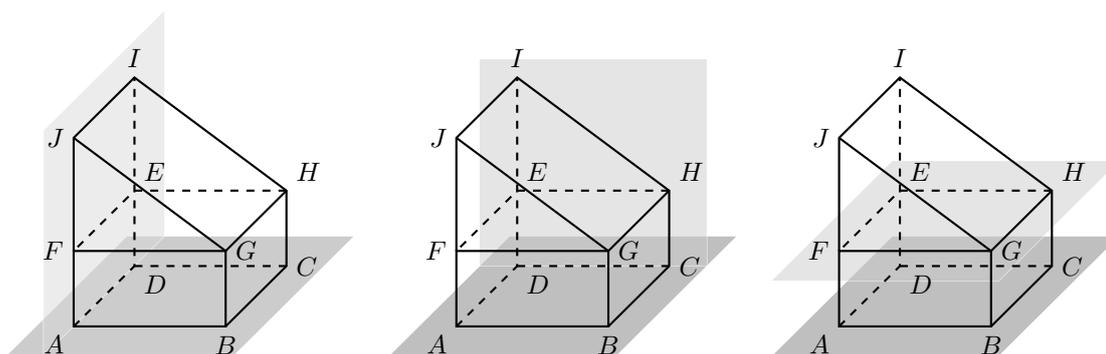
Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

26. Como os três lados do triângulo são diagonais de quadrados congruentes, então o triângulo é equilátero. Como o triângulo é equilátero então as amplitudes dos ângulos internos são iguais, e a soma é 180° , pelo que

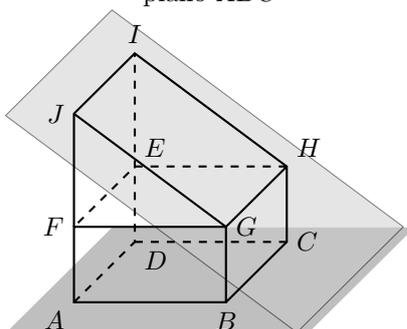
$$\hat{A}CB + \hat{A}BC + \hat{B}AC = 180 \Leftrightarrow 3 \times \hat{A}CB = 180 \Leftrightarrow \hat{A}CB = \frac{180}{3} \Leftrightarrow \hat{A}CB = 60^\circ$$

Teste Intermédio 8.º ano – 29.2.2012

27. Os planos IJF e IDC são concorrentes, mas também perpendiculares, com o plano ABC ; e o plano FGH é paralelo ao plano ABC



De entre as opções apresentadas o plano IJG é o único plano concorrente, não perpendicular, com o plano ABC



Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, Época especial

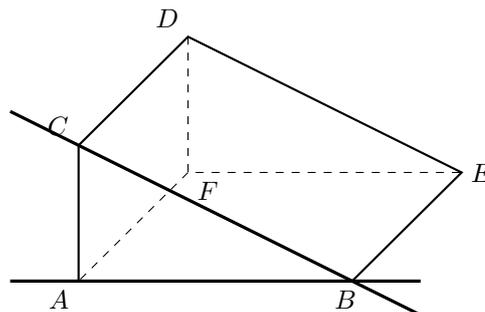


28.

- 28.1. Escolhendo uma mesma letra na definição das duas retas, é suficiente para garantir que as retas têm esse ponto em comum, ou seja são concorrentes.

Ainda assim existem várias escolhas possíveis, por exemplo

a reta BC e a reta BA



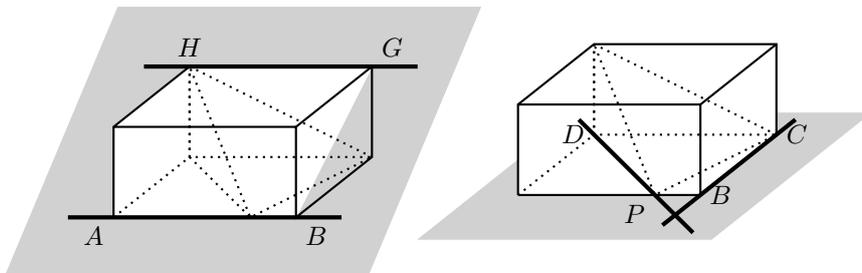
- 28.2. Como as faces triangulares do prisma são triângulos retângulos, podemos excluir a planificação A e a planificação B.

Como, o lado menor das faces triangulares é concorrente com as faces retangulares e não com as faces quadradas, também podemos excluir a planificação C.

Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 2.ª chamada

29. As retas AB e HG são paralelas, pelo que não são concorrentes, mas existe um plano ao qual ambas pertence, ou seja, são coplanares.



As retas DP e BC pertencem ambas ao plano que contém a base inferior do paralelepípedo, ou seja, são coplanares e intersectam-se no prolongamento das arestas $[DP]$ e $[BC]$, num ponto exterior do paralelepípedo.

Resposta: **Opção A**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª chamada



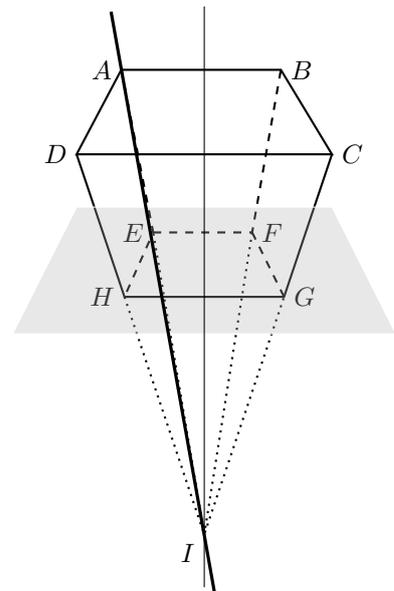
30. A reta AI não pertence ao plano EFG , porque, nem o ponto A , nem o ponto I pertencem ao plano.

Como o ponto E pertence à reta AI e ao plano EFG , podemos afirmar que a reta não é estritamente paralela ao plano.

A reta perpendicular ao plano EFG que contém o ponto I é a altura da pirâmide, pelo que a reta que contém a aresta $[AI]$ não é perpendicular ao plano.

Assim, podemos afirmar que a reta AI é concorrente (no ponto E) com o plano EFG , mas não é perpendicular, ou seja é concorrente oblíqua.

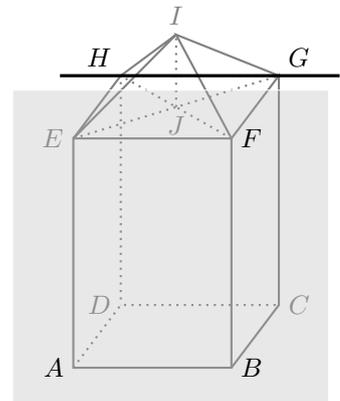
Resposta: **Opção B**



Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 2.ª chamada

31. Como o plano ABF contém uma face do prisma e a reta HG contém uma aresta da face oposta, e as faces opostas do prisma estão em planos paralelos, então a reta HG é estritamente paralela ao plano ABF

Resposta: **Opção C**

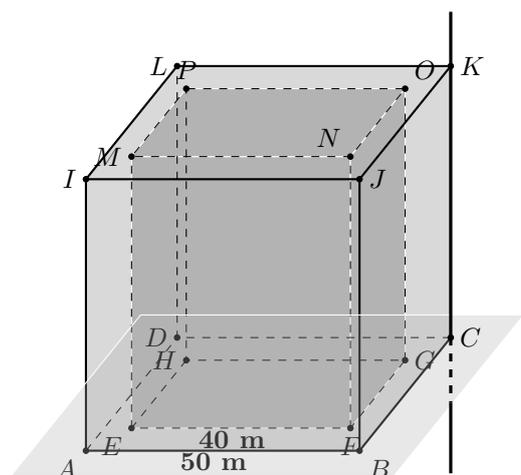


Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 1.ª chamada

32. Como o prisma é reto, e o cubo também é um prisma reto, qualquer reta que contenha uma aresta lateral do prisma (ou uma aresta do cubo que não pertença às faces $[ABCD]$ e $[IJKL]$) é perpendicular ao plano que contém a base da floreira.

Assim, a reta pretendida pode ser, por exemplo,

a reta CK



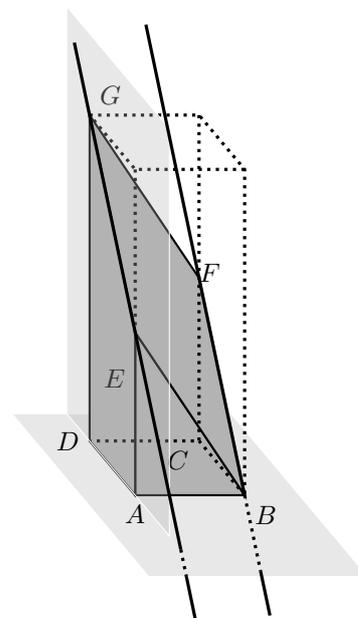
Prova Final 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada



33. A reta EG não é paralela nem perpendicular ao plano $[ABCD]$, que contém a base do prisma.

A reta FB como está contida na face do prisma que é paralela à face $[ADGE]$ é paralela ao plano que contém esta face.

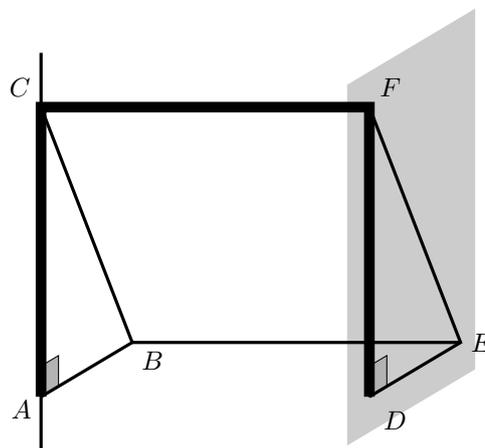
Resposta: **Opção C**



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 1.ª chamada

34. Como o poste representado pelo segmento $[AC]$ é paralelo ao poste representado pelo segmento $[DF]$, e este está contido no plano DEF , então o poste representado pelo segmento $[AC]$ é estritamente paralelo ao plano DEF

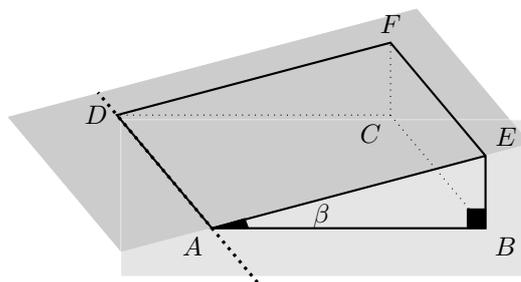
Resposta: **Opção B**



Teste Intermédio 9.º ano - 09.02.2009

35. Como a reta AD é perpendicular ao plano que contém a face $[ABE]$ e está contida no plano que contém a face $[AEFD]$, então os dois planos são perpendiculares.

Resposta: **Opção A**

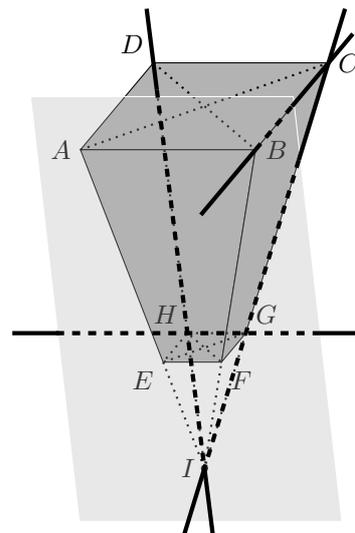


Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 2.ª chamada



36. Analisando cada uma das afirmações temos que:

- A reta DH contém o ponto I , que também pertence ao plano que contém a face $[ABFE]$, pelo que a reta intersecta o plano, ou seja, a reta não é paralela ao plano.
- A reta CG intersecta o plano que contém a face $[ABFE]$ no ponto I , segundo um ângulo que não é reto, pelo que é oblíqua ao plano.
- Como as faces laterais de uma pirâmide não são perpendiculares à base da pirâmide, então nenhuma reta contida na base pode ser perpendicular ao plano que contém uma face lateral. Como a reta CB pertence ao plano da base, então não é perpendicular ao plano que contém a face $[ABFE]$
- A reta HG é estritamente paralela à reta EF , pois ambas contêm lados opostos de um quadrado. Como a reta HG é estritamente paralela a uma reta do plano que contém a face $[ABFE]$, então é paralela ao plano.



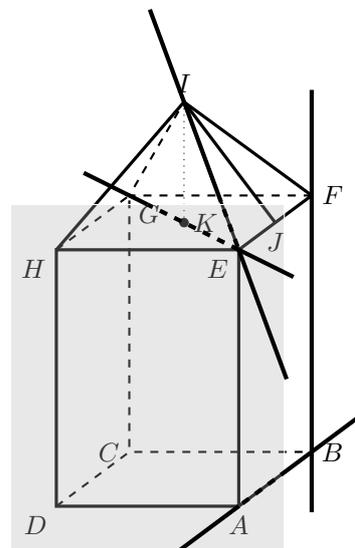
Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª chamada

37. Comparando cada uma das retas com o plano ADH , temos que:

- A reta AB não é paralela ao plano ADH , porque se intersectam no ponto A
- A reta IE não é paralela ao plano ADH , porque se intersectam no ponto E
- Como a face $[ABFE]$ é um retângulo, então a reta BF é paralela à reta AE , e como a reta AE pertence ao plano ADH , então a reta BF é paralela ao plano ADH
- A reta EG não é paralela ao plano ADH , porque se intersectam no ponto E

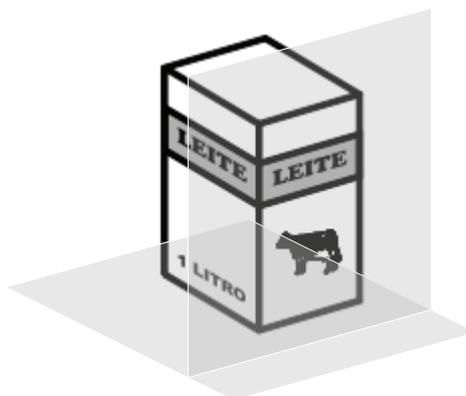
Resposta: **Opção C**



Teste Intermédio 9º ano – 07.05.2008

38. Como o pacote tem a forma de um paralelepípedo retângulo, então as bases são perpendiculares às faces laterais.

Resposta: **Opção D**

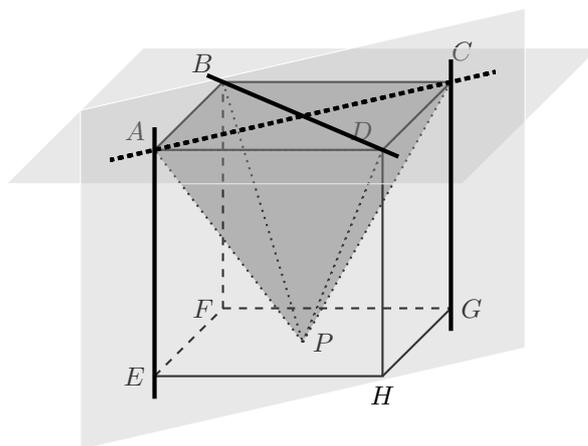


Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2008



39. Podemos considerar dois planos que contêm a reta $[AC]$:

- Considerando o plano ABC , podemos verificar que uma reta perpendicular à reta $[AC]$ é a reta $[BD]$ (porque contêm as diagonais de um mesmo quadrado)
- Considerando o plano ACG , podemos verificar que uma reta perpendicular à reta $[AC]$ é a reta $[AE]$ ou a reta $[CG]$ (porque contêm arestas concorrentes de um quadrado)

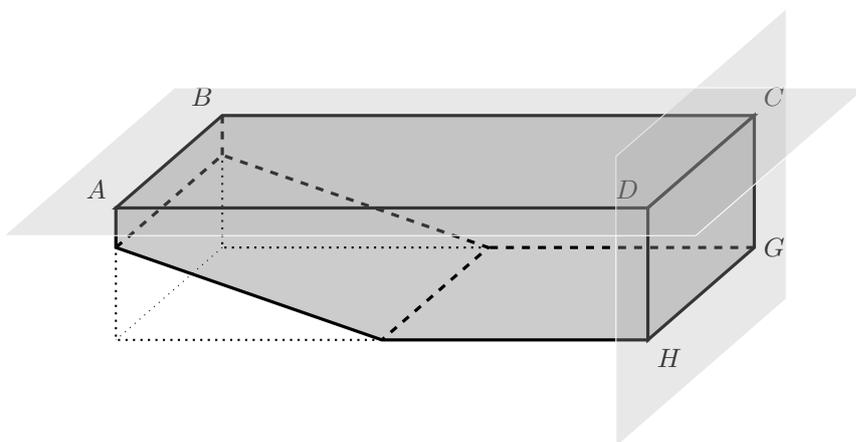


Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 1.ª chamada

40. Como num paralelepípedo retângulo duas faces que não sejam paralelas têm uma aresta em comum, ou seja, são correntes.

Assim, podemos considerar quaisquer dois planos em que um contenham faces não paralelas do paralelepípedo retângulo, por exemplo, os planos

ABC e CDH



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª Chamada

41. Identificando as posições relativas dos símbolos  ,  e  , nas planificações apresentadas e nas figuras, podemos verificar que:

- As faces com os símbolos  e  , na figura da esquerda, são faces adjacentes, e nas Planificações B e D são faces opostas, pelo que, estas planificações não representam o dado das figuras.
- As faces com os símbolos  e  , na figura da direita, são faces adjacentes, e na Planificação C são faces opostas, pelo que, esta planificação não representa o dado das figuras.

Desta forma, de entre as planificações apresentadas, a única que pode representar o dado das figuras é a Planificação A.

Resposta: **Opção A**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 2.ª Chamada

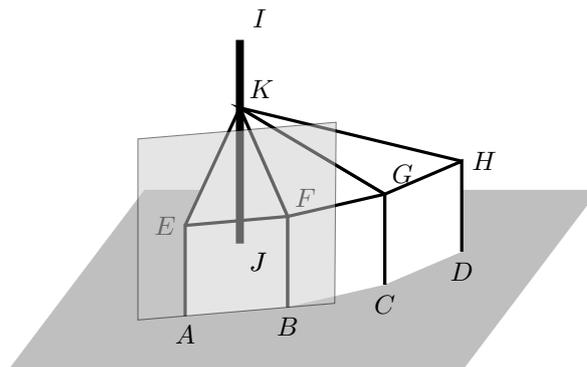


42.

- 42.1. Como os segmentos de reta $[EA]$ e $[FB]$ são perpendiculares ao chão, e pertencem ao plano ABF , então este plano é perpendicular ao chão.

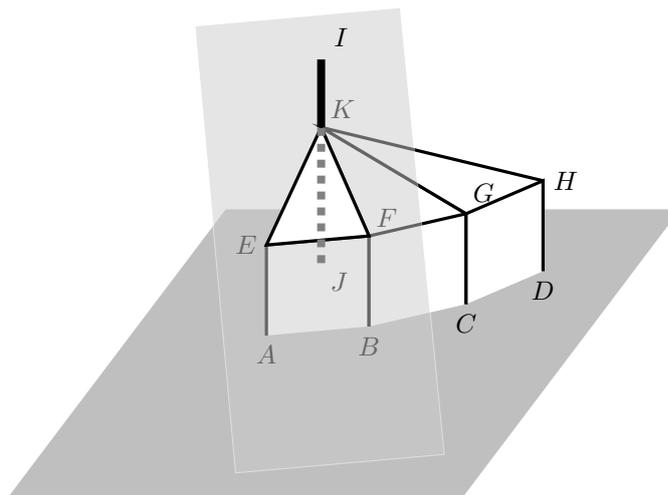
Assim, qualquer reta perpendicular ao chão é paralela ao plano ABF , como por exemplo:

a reta IJ



- 42.2. Um plano que intersecte o plano do chão e uma reta perpendicular ao chão num único ponto, não é perpendicular ao plano do chão. Como a reta JK é perpendicular ao chão, um plano com estas características, é, por exemplo:

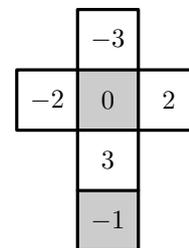
o plano EFK



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2005, 1.ª Chamada

43. Observando a planificação podemos verificar que as faces com os números -3 , -2 , 3 e 2 são adjacentes à face com o número 0 porque têm uma aresta em comum com esta face.

Desta forma, o número que se encontra na face oposta ao do 0 (zero) é o número -1



Prova de Aferição – 2004

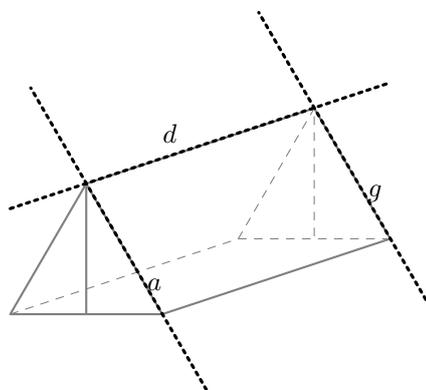
44.

- 44.1. Como as faces laterais de um prisma são retângulos, quaisquer duas arestas opostas de uma face lateral são paralelas, tal como os ferros correspondentes, ou seja, por exemplo, os ferros:

a e g

- 44.2. De forma análoga, quaisquer duas arestas concorrentes de uma face lateral são perpendiculares, tal como os ferros correspondentes, ou seja, por exemplo, os ferros:

a e d



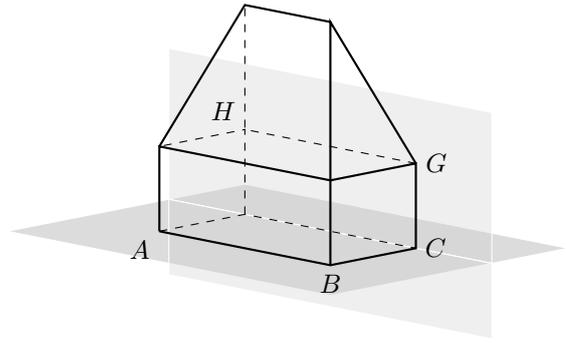
Prova de Aferição – 2003



45. Como $[ABCDEFGH]$ é um prisma quadrangular reto, quaisquer duas faces adjacentes pertencem, respectivamente a dois planos perpendiculares.

Assim, o plano que contém o chão da casa, ou seja o plano ABC é perpendicular, por exemplo ao

plano CGH



Prova de Aferição – 2002

