

1. O Clube de Colecionadores elegeu o seu presidente.

Neste clube, os sócios com mais de 18 anos de idade têm de optar entre duas categorias: Titular ou Efetivo.

Nos Estatutos do Clube está definido o número de votos a que cada sócio tem direito.

Titular – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 2 votos. Por cada 5 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Efetivo – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 1 voto. Por cada 10 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Apresentaram-se às eleições dois candidatos, a Teresa e o Ricardo. Apurados os resultados, verificou-se que a Teresa obteve 210 votos, referentes aos 71 sócios que nela votaram.

Na tabela seguinte, está registado o número de sócios que votaram no Ricardo, agrupados por categoria e por antiguidade de associado.

Anos como Sócio	Titular	Efetivo
[1,5[	4	1
[5,10[	6	2
[10,15[	30	11
[15,20[	12	3

Verifique se é verdadeira a afirmação seguinte:

«Apesar de o número de sócios que votaram no Ricardo ser menor do que o número de sócios que votaram na Teresa, o Ricardo venceu as eleições.»

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

2. Na escola de Serrado de Cima, todos os anos é organizada uma visita de estudo a um país estrangeiro. No último ano, apresentou-se aos alunos três países de destino possíveis. No boletim de voto, cada aluno colocou os três países por ordem decrescente de preferência.

A tabela seguinte apresenta as quatro listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos alunos e o respetivo número de votos; o número de votos obtido por uma das listas ordenadas é indicado por  $X$ .

Preferência	Nº. de votos			
	$X$	15	12	7
1ª	Bélgica	Croácia	Dinamarca	Bélgica
2ª	Dinamarca	Dinamarca	Croácia	Croácia
3ª	Croácia	Bélgica	Bélgica	Dinamarca

- 2.1. Admita que a escolha do país a visitar será feita considerando apenas a primeira preferência indicada pelos alunos. Nestas condições, o segundo país mais votado para a visita de estudo seria a Bélgica.

Assim, um valor possível de  $X$  é

- (A) 4      (B) 7      (C) 10      (D) 11

- 2.2. Considere agora que  $X = 9$ .

Foi decidido que a escolha do país a visitar resultaria da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de votos em cada país, como primeira preferência, e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta. Caso isso se verifique, esse país é o vencedor.
- Caso contrário, o país que obteve o menor número de votos, como primeira preferência, é eliminado da tabela. A tabela de preferências é, em seguida, reestruturada, e, em cada coluna, os países que ocupavam os lugares abaixo do país eliminado sobem uma linha, mantendo-se pela mesma ordem.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que um dos países obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Determine, por aplicação do método descrito, qual o país escolhido pelos alunos como destino para a sua visita de estudo.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

3. A organização decidiu exibir os filmes A, B, C e D no dia de abertura do CineJov. Antecipadamente, colocou à votação do público a ordem pela qual os filmes iriam ser exibidos. A votação foi realizada no sítio dedicado à divulgação do ciclo de cinema, tendo cada votante de ordenar os quatro filmes, de acordo com a sua preferência. Nesta votação, foram apurados 750 votos válidos.

A tabela seguinte apresenta as preferências de 600 desses 750 votantes.

Preferência \ N.º. de votos	N.º. de votos		
	225	180	195
1 <sup>a</sup>	D	C	A
2 <sup>a</sup>	C	B	D
3 <sup>a</sup>	B	A	B
4 <sup>a</sup>	A	D	C

Os 150 votantes cujas preferências não estão registadas na tabela anterior votaram todos numa mesma ordenação dos quatro filmes, sendo essa ordenação diferente das três constantes da tabela anterior.

Concluída a votação, a organização aplicou o método a seguir descrito para definir a ordem de exibição dos quatro filmes.

- São atribuídos pontos a cada um dos filmes em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada filme recebe:
  - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
  - três pontos por cada voto na segunda preferência;
  - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
  - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos filmes.
- Ordenam-se os filmes, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de exibição, ou seja, é exibido em primeiro lugar o filme com maior pontuação.
- Em caso de empate, caberá à organização escolher a ordem de exibição dos filmes empatados.

Após a contabilização da pontuação total de cada um dos filmes, tendo em conta as preferências dos 750 votantes, verificou-se que as pontuações obtidas pelos filmes A e D eram iguais e que o filme B obteve a maior pontuação.

Identifique a ordenação dos filmes feita pelos 150 votantes cujas preferências não estão registadas na tabela anterior.

Na sua resposta, apresente a pontuação de cada filme, aplicando o método descrito:

- aos 600 votos registados na tabela anterior;
- ao total de 750 votos, tendo em conta a ordenação dos filmes que identificou.

4. A Escola de Vilar de Sadeija inscreveu-se num concurso em que vai participar com uma equipa de 10 alunos.

Para formar a equipa, foi realizada uma eleição à qual concorreram as listas V, X, Y e Z.

Na tabela seguinte, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157

Os dados da Tabela anterior permitem concluir que nenhuma das listas obteve maioria absoluta. Nestas circunstâncias, fazem-se, por vezes, coligações.

Admita que o número de votos obtidos por uma coligação é igual à soma dos números de votos validamente expressos nas listas que formam essa coligação, e que o número de votos das outras listas se mantém.

Qual das coligações seguintes permitiria obter maioria absoluta?

- (A) V com Z      (B) X com Z      (C) Y com Z      (D) V com Y

Exame – 2017, 2.ª Fase

5. No âmbito das comemorações do seu décimo aniversário, a referida cadeia de restaurantes promoveu ainda o concurso «Ementa TOP».

Os clientes preencheram um boletim, no qual ordenaram quatro ementas, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1638 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados desta votação.

Preferência \ N.º. de votos	N.º. de votos		
	602	309	727
1ª	C	A	D
2ª	B	B	B
3ª	A	C	C
4ª	D	D	A

Concluída a votação, o apuramento da ementa vencedora é feito através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de ementas e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à ementa mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas ementas. A ementa com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das ementas ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa ementa é a vencedora.

Determine qual foi a ementa vencedora por aplicação do método descrito, começando por selecionar as ementas A e B.

Exame – 2017, 1.ª Fase

6. O canal Televisão Para Todos (TPT) vai realizar uma gala para entrega de prémios em diversas categorias. Na categoria de melhor ator, foram nomeados os atores: António Santana (A), Pedro Pereira (P), Ricardo Teixeira (R) e Vasco Silva (V).

Os espetadores votaram por sms ao longo de uma semana, ordenando os quatro atores, de acordo com as suas preferências. Cada sms, indicando uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1500 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

Preferência \ N.º. de votos	N.º. de votos			
	615	300	435	150
1 <sup>a</sup>	P	V	R	R
2 <sup>a</sup>	A	R	V	V
3 <sup>a</sup>	V	A	A	P
4 <sup>a</sup>	R	P	P	A

O ator vencedor foi apurado através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de atores e, não alterando o número de votos nem a ordem das preferências, elabora-se uma nova tabela, semelhante à apresentada, apenas com os votos nos dois atores que constituem esse par.
- Comparam-se os votos obtidos por esses dois atores, atendendo apenas à primeira linha da nova tabela; o ator com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até um dos atores ter vencido em todas as comparações com os restantes.
- Indica-se o ator vencedor.

O diretor da gala afirmou que o vencedor seria diferente se o apuramento tivesse sido realizado aplicando o método que a seguir se descreve.

- Atribuem-se pontos a cada um dos atores em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada ator recebe:
  - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
  - três pontos por cada voto na segunda preferência;
  - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
  - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos atores.
- O vencedor é o ator com o maior número de pontos.

Prove que, recorrendo a um ou ao outro método, Vasco Silva (V) é o vencedor do prémio de melhor ator.

7. De dois em dois anos, o SCC participa no Encontro Desportivo Internacional, que, em 2016, se realiza em Pracóvia.

Na cerimónia de abertura do encontro, cada clube participante é representado por um atleta que desfila levando o seu estandarte. Quatro dos atletas mais antigos do SCC, Eduarda (E), Francisco (F), Gabriela (G) e Henrique (H), são candidatos a porta-estandarte. Para seleccionar o candidato que será porta-estandarte, os elementos dos órgãos diretivos do clube votam nos quatro candidatos por ordem de preferência.

Foram apurados 47 votos válidos, cujos resultados estão registados na tabela seguinte.

Preferência \ N.º. de votos					
	11	14	7	6	9
1 <sup>a</sup>	F	G	E	F	H
2 <sup>a</sup>	G	H	H	E	G
3 <sup>a</sup>	E	E	F	H	F
4 <sup>a</sup>	H	F	G	G	E

A seleção do candidato resulta da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta na primeira preferência. Caso isso se verifique, esse candidato é o vencedor.
- Caso contrário, elimina-se o candidato menos votado na primeira preferência e a tabela de preferências é reestruturada, passando a incluir menos um candidato. Os candidatos nas preferências imediatamente a seguir vão ocupar o lugar vazio deixado pelo candidato eliminado.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que um dos candidatos obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Verifique, justificando, se o candidato declarado vencedor, por aplicação do método descrito, foi o que teve maior número de votos na primeira preferência.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

8. Num determinado dia da próxima edição do festival de música MaréFest, vão atuar no palco principal as bandas A, B, C e D. Numa ação de campanha publicitária, os organizadores puseram à votação do público a ordem pela qual as bandas deveriam atuar. A votação decorreu *on-line*.

Ao votar, cada internauta tinha de dispor os nomes das bandas, A, B, C e D, de acordo com a ordem pela qual gostaria de as ver atuar, validando a seguir o seu voto. A votação encerrou quando foram apurados os votos dos primeiros mil internautas.

A tabela seguinte apresenta as preferências de 900 desses 1000 internautas.

Preferência \ N.º. de votos	200	400	300
	1 <sup>a</sup>	A	B
2 <sup>a</sup>	B	A	D
3 <sup>a</sup>	C	C	B
4 <sup>a</sup>	D	D	A

Os 100 internautas restantes votaram todos numa mesma ordenação das quatro bandas, sendo essa ordenação diferente das três constantes da tabela anterior.

Concluída a votação, os organizadores aplicaram o método a seguir descrito para tomarem a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada uma das bandas em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada banda recebe:
  - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
  - três pontos por cada voto na segunda preferência;
  - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
  - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das bandas.
- Ordenam-se as bandas, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de atuação, ou seja, atua em primeiro lugar a banda mais votada.
- Em caso de empate, caberá aos elementos da organização escolher a ordem de atuação das bandas empatadas.

Demonstre que as afirmações seguintes são falsas, justificando a sua resposta.

*I - A banda C poderá atuar em primeiro lugar.*

*II - Nunca haverá bandas com o mesmo número de pontos.*

Na sua resposta, apresente:

- a pontuação de cada banda, resultante da aplicação do método acima descrito aos votos registados na tabela anterior.
- para cada uma das afirmações, um exemplo que a contrarie e que resulte das votações possíveis dos 100 internautas cujas preferências se desconhecem.

9. Os alunos da escola de Penha Alta estudam a aplicação dos métodos eleitorais e de partilha a várias situações.

A direção da associação de estudantes da escola de Penha Alta decidiu inquirir os alunos da escola sobre a cor da bandeira da associação. Os alunos podem escolher de entre as cores seguintes: amarelo (A), vermelho (V) e castanho (C).

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, as três cores, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 430 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	150 votos	180 votos	100 votos
1ª Preferência	Castanho	Amarelo	Castanho
2ª Preferência	Amarelo	Vermelho	Vermelho
3ª Preferência	Vermelho	Castanho	Amarelo

O Manuel afirma que a falta de indicação do método a usar no apuramento da cor vencedora pode inviabilizar o processo de escolha da cor, pois, aplicando o método A ou o método B, a cor vencedora não será a mesma.

#### Método A

- Seleciona-se um par de cores e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elaborase uma nova tabela, semelhante à dada, apenas com os votos nas duas cores que constituem esse par.
- Comparam-se essas cores, contabilizando-se apenas a primeira linha; a cor com o maior número de votos na primeira linha é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até uma das cores ter vencido as comparações com as restantes cores.
- Indica-se a cor vencedora.

#### Método B

- Na ordenação das cores, cada primeira preferência recebe, em cada voto, tantos pontos quantas as cores em votação.
- Cada segunda preferência recebe, em cada voto, menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência, em cada voto, um ponto.
- É escolhida a cor com maior número de pontos.

Mostre, aplicando os dois métodos, que o Manuel tem razão.

10. Na escola secundária de Semedo, os métodos eleitorais são aplicados nas atividades da escola.

O diretor da escola pretende organizar um concurso de escrita criativa. O tema é escolhido pelos alunos, de entre os temas seguintes: Liberdade (L), Recompensa (R), Sonhos (S) e Vida (V).

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, os quatro temas, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 500 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª Preferência	V	S	V	L
2ª Preferência	L	R	L	V
3ª Preferência	S	L	R	R
4ª Preferência	R	V	S	S

O tema vencedor é apurado através do método seguinte.

- Seleciona-se um par de temas e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela, semelhante à dada, apenas com os votos nos dois temas que constituem esse par.
- Comparam-se esses temas, contabilizando-se apenas a primeira linha; o tema com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até um dos temas ter vencido as comparações com os restantes temas.
- Indica-se o tema vencedor.

Uma professora afirma: «o tema vencedor seria diferente se a escolha fosse feita por maioria simples, tendo-se em conta apenas a percentagem de votos da primeira preferência».

Mostre que a afirmação da professora tem fundamento.

11. Em 2009, os habitantes de Cabeço-dos-Moinhos votaram em dois momentos distintos.

O presidente eleito da assembleia de freguesia organizou um concerto. Para escolher o tipo de música a tocar nesse concerto, o presidente da assembleia de freguesia propôs que cada cidadão ordenasse uma única vez, de acordo com as suas preferências, o nome de três tipos de música: *pop*, *gospel* e *jazz*. A ordenação efetuada por cada cidadão correspondia a um voto. Foram apurados 10 504 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	1024 votos	4328 votos	5152 votos
1ª Preferência	<i>jazz</i>	<i>pop</i>	<i>gospel</i>
2ª Preferência	<i>pop</i>	<i>jazz</i>	<i>pop</i>
3ª Preferência	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i>

O presidente da assembleia de freguesia, para escolher o tipo de música a tocar nesse concerto, utilizou o método seguinte.

- Seleciona-se um par de tipos de música e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela apenas com os dois tipos de música que constituem esse par.
- Comparam-se esses tipos de música, contabilizando-se apenas a primeira linha; o tipo de música com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até terem sido comparados todos os pares de tipos de música.
- Indica-se, caso exista, o tipo de música que ganha quando comparado com os restantes tipos de música.

Por exemplo, ao selecionar-se o par formado por *jazz* e *gospel*, obtém-se a tabela seguinte.

	1024 votos	4328 votos	5152 votos
1ª linha	<i>jazz</i>	<i>jazz</i>	<i>gospel</i>
2ª linha	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i>

Comparando os dois tipos de música, o *jazz* ganha, uma vez que tem 5352 votos na primeira linha, enquanto o *gospel* tem 5152 votos nessa linha.

Determine, caso exista, o tipo de música escolhido, aplicando o método descrito.

12. Na escola de Bicas, os métodos eleitorais são aplicados na seleção das atividades da escola.

Os alunos da escola de Bicas têm de escolher o tema dos trabalhos da semana cultural. Os alunos podem escolher os temas seguintes: *Bullying*, Solidariedade ou Festas.

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, os três temas de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 985 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	415 votos	370 votos	200 votos
1ª Preferência	<i>Bullying</i>	Solidariedade	Festas
2ª Preferência	Solidariedade	Festas	<i>Bullying</i>
3ª Preferência	Festas	<i>Bullying</i>	Solidariedade

A escolha do tema dos trabalhos da semana cultural é feita usando o método seguinte.

- Para que um voto possa ser considerado válido, cada aluno ordena, uma única vez, os temas de acordo com as suas preferências.
- Na ordenação final dos temas, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantos os temas em votação.
- Cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto.
- É escolhido o tema com maior número de pontos.

Antes de anunciar o tema escolhido, a diretora da escola excluiu o tema Festas, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências (tabela anterior).

Verifique se o tema escolhido se mantém, aplicando o método de escolha acima descrito aos dois casos:

- incluindo o tema Festas;
- excluindo o tema Festas.

13. Em 2011, a junta de freguesia de Freixo dinamizou algumas atividades sob a responsabilidade de uma comissão organizadora.

Para constituir a comissão, foi aberto um concurso. A Maria (M), a Luísa (L) e a Fernanda (F) candidataram-se ao cargo de presidente da comissão organizadora das atividades, sendo a escolha feita por votação.

Cada habitante de Freixo ordenou, uma única vez, os nomes das três candidatas, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada habitante corresponde a um voto. Foram apurados 6100 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1ª Preferência	M	L	F	F
2ª Preferência	L	F	L	M
3ª Preferência	F	M	M	L

A escolha da presidente é feita usando o método seguinte.

- Seleciona-se um par de candidatos e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela apenas com os dois candidatos que constituem esse par.
- Comparam-se esses candidatos, contabilizando-se apenas a primeira linha; o candidato com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até terem sido comparados todos os pares de candidatos.
- Indica-se, caso exista, o candidato que ganha quando comparado com os restantes candidatos.

Por exemplo, ao selecionar-se o par formado pela Maria (M) e pela Fernanda (F), obtém-se a tabela seguinte.

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1ª Linha	M	F	F	F
2ª Linha	F	M	M	M

Comparando as duas candidatas, a Fernanda é a vencedora, uma vez que tem 4600 votos na primeira linha, enquanto a Maria tem 1500 votos nessa linha.

Determine, caso exista, a candidata escolhida para presidente da comissão organizadora, aplicando o método descrito.

14. A Joana estuda na Escola Secundária de Potes. Na turma da Joana, os alunos têm de escolher uma cidade, que será o destino de uma visita de estudo. Os alunos podem escolher Amarante, Braga ou Lamego.

Não havendo consenso entre os alunos, a Diretora de Turma propôs que a decisão fosse tomada por votação. Cada aluno deveria ordenar, uma única vez, os nomes das três cidades de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados vinte e um votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	8 votos	6 votos	4 votos	3 votos
1ª Preferência	Braga	Lamego	Amarante	Amarante
2ª Preferência	Lamego	Amarante	Lamego	Braga
3ª Preferência	Amarante	Braga	Braga	Lamego

Suponha que a Diretora de Turma decide aplicar o método de contagem de Borda para escolher a cidade a visitar.

Segundo o método de contagem de Borda, a escolha faz-se de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- para que um voto seja considerado válido, cada aluno ordena, uma única vez, os nomes das três cidades de acordo com as suas preferências;
- na ordenação final das cidades, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantas as cidades em votação;
- cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto;
- é escolhida a cidade com maior número de pontos.

Verifique se, aplicando o método de contagem de Borda, a cidade vencedora respeitaria a primeira preferência mais votada.

Exame – 2011, 2.ª Fase

15. A associação de estudantes da Escola Secundária de Monte da Azinha decidiu aplicar o método da Contagem de Borda, para escolher o representante dos alunos da escola num fórum internacional sobre ciência. Concorreram quatro candidatos: a Ana, a Inês, o Nuno e o Pedro.

Segundo o método da Contagem de Borda, o apuramento do vencedor faz-se de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- para que um voto possa ser considerado válido, cada eleitor vota em todos os candidatos, ordenando-os de acordo com as suas preferências;
- na ordenação final dos concorrentes, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantos os candidatos em votação;
- cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto;
- o vencedor é o concorrente com maior número de pontos.

Foram apurados noventa e cinco votos válidos. Os resultados obtidos são os seguintes.

	25 votos	40 votos	15 votos	10 votos	5 votos
1ª Preferência	Nuno	Pedro	Nuno	Pedro	Pedro
2ª Preferência	Ana	Inês	Inês	Nuno	Nuno
3ª Preferência	Inês	Nuno	Ana	Ana	Inês
4ª Preferência	Pedro	Ana	Pedro	Inês	Ana

Determine a pontuação final de cada candidato, e indique o vencedor.

Exame – 2009, 1.ª Fase

16. Os alunos do 12.º ano da Escola «Bom Estudante» pretendem organizar uma viagem de finalistas a uma cidade espanhola. Os delegados das oito turmas reuniram-se para escolher essa cidade. Como não conseguiram consenso, decidiram que seriam todos os alunos do 12.º ano a eleger o destino da viagem, sendo Granada, Madrid, Sevilha e Vigo as cidades colocadas à votação. Cada aluno, no seu boletim de voto, ordena as quatro cidades, de acordo com a ordem das suas preferências, sendo o seu voto atribuído à cidade colocada em primeira preferência. Na tabela (quadro de preferências) que se segue, estão registados as sequências das preferências obtidas na votação e o número correspondente de boletins.

Preferências	Votos					
	1ª	Madrid	Vigo	Sevilha	Granada	Madrid
2ª	Sevilha	Sevilha	Granada	Madrid	Vigo	Sevilha
3ª	Granada	Granada	Vigo	Vigo	Sevilha	Madrid
4ª	Vigo	Madrid	Madrid	Sevilha	Granada	Vigo
<b>Total de votos</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>40</b>	<b>14</b>	<b>30</b>	<b>22</b>

O método escolhido para apurar a cidade a eleger como destino da viagem de finalistas foi o método preferencial, de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- contabiliza-se o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade;
- caso uma cidade obtenha a maioria absoluta de votos na primeira preferência, ela é eleita vencedora e o processo termina;
- caso contrário, elimina-se da eleição a cidade que obteve o menor número de votos, na primeira preferência, e o quadro de preferências é reestruturado, passando a incluir menos uma cidade (consequentemente, também menos uma preferência);
- a este «novo» quadro de preferências, aplicam-se novamente todos os procedimentos anteriores, pela ordem enunciada;
- o processo repete-se até uma das cidades obter maioria absoluta de votos, na primeira preferência.

Tendo em conta os resultados da votação expressos na tabela:

- 16.1. Calcule o número de votos que cada uma das cidades obteve, na primeira preferência.
- 16.2. Indique o número mínimo de votos que uma cidade deveria ter obtido, na primeira preferência, para ser eleita vencedora na primeira contagem.
- 16.3. Determine, segundo o método descrito, qual é a cidade aonde se vai realizar a viagem de finalistas.
- Na sua resposta deve incluir, obrigatoriamente, o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade, em cada uma das contagens que efetuar para determinar a cidade a visitar.
- 16.4. Determine quantos alunos frequentam o 12.º ano de escolaridade na Escola «Bom Estudante», sabendo que 4% dos alunos do 12.º ano não votaram.

17. Realizou-se uma Assembleia-geral de uma associação cultural, com o objetivo de eleger uma pessoa para representar a associação em sessões oficiais. Apresentaram-se três candidatos, o Rui, o Luís e o João. A Mesa da Assembleia propôs que cada associado votasse nos três candidatos, por ordem de preferência. O método escolhido para apurar o vencedor foi o preferencial, de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- por cada voto em primeira preferência, o candidato votado recebe três pontos, em segunda preferência, dois pontos e, em terceira preferência, um ponto;
- feito o apuramento da pontuação obtida por cada candidato, será vencedor o que obtiver uma pontuação total mais elevada.

A contagem dos votos vem descrita na tabela seguinte.

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Rui	João	Luís
2ª	Luís	Luís	Rui
3ª	João	Rui	João
<b>TOTAL</b>	40	45	38

17.1. Copie para a sua folha de prova a tabela abaixo apresentada e, depois, complete-a utilizando o método preferencial.

Qual foi o candidato vencedor, segundo este método?

<b>MÉTODO PREFERENCIAL</b>		
	Contagem dos pontos	Pontuação total
João	$40 \times 1 + 45 \times 3 + 38 \times 1$	
Rui		
Luís		

17.2. Se fosse adotado o sistema maioritário, só a primeira preferência seria tida em conta, ganhando o candidato cujas primeiras preferências tivessem uma maioria relativa. Utilizando este método, o candidato vencedor seria o João.

No entanto, este candidato perderia quando comparado com os outros candidatos, dois a dois. Uma forma de comparar os candidatos dois a dois é utilizar o método maioritário, sem contar com os votos no terceiro candidato. Por exemplo, não contando com os votos no Luís, as votações no João e no Rui passam a ser as seguintes:

#### COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO JOÃO COM A VOTAÇÃO NO RUI

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Rui	João	Rui
2ª	João	Rui	João
<b>TOTAL</b>	40	45	38

Utilizando o método maioritário relativamente à primeira preferência, o Rui seria o candidato vencedor, uma vez que tinha 78 votos, enquanto o João teria apenas 45.

17.2.1. Construa duas tabelas semelhantes à anterior, não contando, primeiro, com a votação no João e, depois, com a votação no Rui. Em cada uma das comparações, quem é o vencedor?

17.2.2. Terminadas as comparações possíveis, dois a dois, o Luís afirmou que ele próprio deveria ser considerado o vencedor global. Numa pequena composição, justifique que este candidato está em condições de se considerar vencedor global, tendo em conta os resultados obtidos.

**Deve incluir, obrigatoriamente, na sua resposta a soma dos resultados referentes às contagens dos votos na comparação dos candidatos dois a dois, com a consequente ordenação dos candidatos.**

18. No dia 14 de Dezembro de 1997, realizaram-se eleições autárquicas em Portugal.

Num certo concelho, concorreram quatro partidos às eleições para a Câmara Municipal. Estavam em disputa sete mandatos.

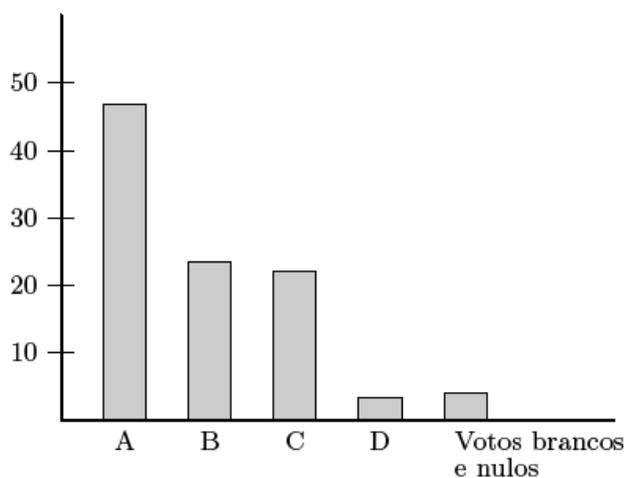
Esses quatro partidos são aqui designados pelas letras A, B, C e D.

A distribuição dos votos pelos quatro partidos, nessas eleições de 1997, foi a seguinte.

Partidos	A	B	C	D
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120

Houve 1 258 votos brancos e nulos.

Em 2001, realizaram-se novamente eleições para a mesma Câmara Municipal. Os partidos concorrentes foram os mesmos. Os resultados estão representados no seguinte gráfico de barras.



Nas eleições para uma Câmara Municipal, é eleito Presidente da Câmara o cabeça-de-lista da força política mais votada. Sabendo que o Presidente da Câmara, eleito em 1997, se recandidatou ao cargo em 2001, pelo mesmo partido, verifique, justificando, se ele foi, ou não, reeleito.

Exame – 2006, 2.ª Fase

