1. O Clube de Colecionadores dispõe de três espaços (E1, E2 e E3), de diferentes dimensões, que aluga para a exposição de coleções.

   Três sócios, A, B e C, pretendem alugar os três espaços durante o mesmo período de tempo. Como não chegam a acordo sobre a distribuição dos espaços, o Clube decide aplicar o método seguinte, tanto para a distribuição dos espaços como para o apuramento do valor a pagar pelo seu aluguer.

   - Cada sócio propõe, secretamente, o valor a pagar pelo aluguer de cada um dos espaços, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três sócios são registados numa tabela.
   - Determina-se o valor global atribuído por cada sócio aos espaços e o valor que cada um considera justo pagar pelo aluguer, considerando-se que este valor é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três espaços.
   - Cada espaço é destinado ao sócio que mais o valoriza, e considera-se que o valor do aluguer é, provisoriamente, o valor monetário que o sócio atribuiu ao respetivo espaço.
   - Se o valor que o sócio se propõe pagar pelo aluguer do espaço ultrapassar o que ele considera justo pagar, apura-se o excedente. Caso contrário, apura-se o défice.
   - Após os procedimentos anteriores, o valor correspondente à diferença entre o valor total do excedente e o valor total do défice é descontado, em partes iguais, ao valor que cada sócio considera justo pagar, apurando-se assim o valor final a pagar por cada um dos três sócios pelo aluguer do espaço que lhe é destinado.

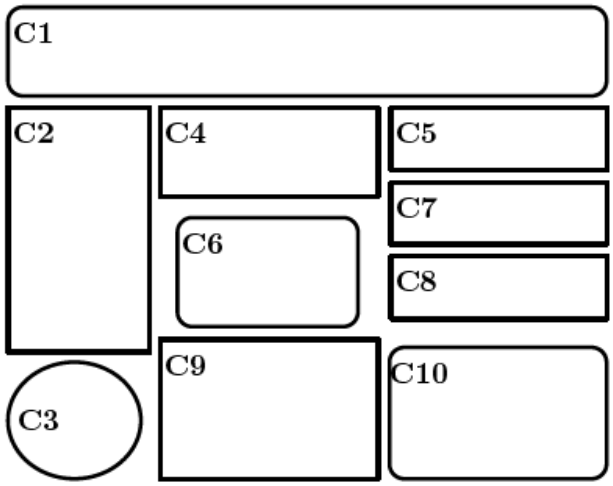
   Na tabela seguinte, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada um dos sócios aos espaços E1, E2 e E3, nas licitações secretas.

Espaços / Sócios	E1	E2	E3
A	150	211	158
B	249	252	120
C	200	258	145

   Determine o valor de aluguer que cada um dos sócios terá de pagar pelo espaço que lhe é destinado, de acordo com o método acima descrito.

Exame – 2019, 2.ª Fase

2. Três amigos, a Laura (L), o Paulo (P) e a Rita (R), pretendem criar um blogue. A primeira página do blogue, composta por dez caixas, C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9 e C10, terá um aspeto gráfico semelhante ao da figura seguinte.

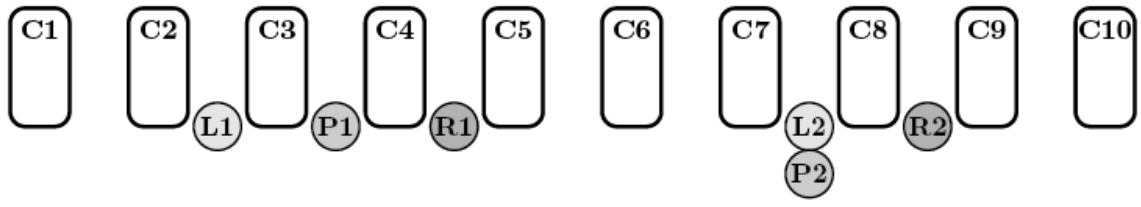


Cada amigo ficará responsável pelo conteúdo a apresentar num conjunto destas caixas.

Para as distribuir entre eles, decidiram utilizar o método a seguir descrito.

- Dispõem-se as caixas em linha, por ordem crescente de numeração.
- Cada amigo dispõe de dois marcadores para dividir, de forma justa e secreta, a linha de caixas em três segmentos. Os marcadores da Laura designam-se L1 e L2, os do Paulo designam-se P1 e P2, e os da Rita designam-se R1 e R2.
- Depois de se revelarem quais os marcadores de cada amigo, percorre-se a linha de caixas, partindo da caixa mais à esquerda, até se encontrar o primeiro marcador. O amigo que colocou esse marcador fica responsável por todas as caixas à esquerda do mesmo. Esse amigo já tem a sua parte.
- De seguida, percorre-se a linha de caixas, sempre da esquerda para a direita, até se encontrar o segundo marcador de um dos outros dois amigos. O amigo que colocou esse marcador fica responsável pelas caixas compreendidas entre os seus primeiro e segundo marcadores.
- O amigo que resta fica responsável por todas as caixas situadas à direita do seu segundo marcador.
- Se sobrarem caixas, estas serão atribuídas por sorteio.

Na figura seguinte, está representada a linha de caixas, já ordenadas, a distribuir pelos três amigos, com os respetivos marcadores colocados.



Distribua as caixas pelos amigos, aplicando o método anteriormente descrito, e indique, se for o caso, quais as caixas que serão sorteadas entre eles.

Exame – 2019, 1.ª Fase

3. O principal patrocinador da festa de comemoração dos 200 anos do município de Fonte Melo, que comercializa alfaias agrícolas, ofereceu ao município uma enfardadeira (E), um motocultivador (M) e um trator (T).

Para se proceder à distribuição destes bens pelas freguesias A, B e C, utiliza-se o método a seguir descrito.

- Cada presidente de junta de freguesia atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos três bens e coloca o registo dessas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada presidente de junta e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada presidente de junta considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três bens.
- Cada bem é destinado à freguesia cujo presidente mais o valoriza, considerando-se que a freguesia recebe o valor monetário que o seu presidente atribuiu ao respetivo bem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, uma freguesia não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor dos bens recebidos por essa freguesia é zero euros.
- Caso o valor dos bens recebidos por uma freguesia ultrapasse o valor que o seu presidente tinha considerado justo receber, a freguesia disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, a freguesia recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda reste dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelas três juntas de freguesia.

Na tabela seguinte, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada presidente de junta, nas licitações secretas.

Bem / Presidente da Junta de Freguesia	E	M	T
A	224	2050	4950
B	182	2000	5003
C	226	1800	6005

De acordo com o método acima descrito, determine como serão distribuídos os bens por cada uma das freguesias e o valor monetário a pagar ou a receber, de forma a que nenhum dos presidentes de junta tenha razão para reclamar.

Exame – 2018, Ép. especial

4. Os guias Mary e Paul que acompanharam os alunos na visita de estudo receberam do grupo de alunos três presentes: um CD de fado (C), uma embalagem de doces regionais (D) e uma bandeira de Portugal (P).

   Como não chegaram a acordo sobre a divisão dos três presentes, os guias resolveram aplicar o método a seguir descrito.

   - Cada um dos guias atribui, secretamente, um certo número de pontos a cada um dos presentes, num total de 100 pontos.
   - Cada presente é destinado, temporariamente, ao guia que mais o valoriza.
   - Determina-se o total de pontos do(s) presente(s) temporariamente destinado(s) a cada um dos guias. Seja A o guia com o total de pontos mais elevado e B o outro guia.
   - Procede-se ao ajuste da partilha, de modo a que os dois guias fiquem com número igual no total de pontos. O presente que tiver menor diferença de pontos atribuídos será utilizado para se proceder ao ajuste, sendo esse o presente a partilhar pelos guias.
   - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao guia A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento dos pontos por ele atribuído ao presente a partilhar.
   - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao guia B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento dos pontos por ele atribuído ao presente a partilhar.
   - Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x com o qual a partilha ficará equilibrada.
   - O guia B fica com o(s) presente(s) a si destinado(s) temporariamente e x por cento do presente a partilhar e o guia A fica com o restante.

   Na tabela seguinte, apresenta-se o número de pontos atribuído aos três presentes por cada um dos guias.

	C	D	P
Mary	33	20	47
Paul	56	24	20

   Proceda à partilha dos presentes, aplicando o método acima descrito.

   Na sua resposta:

   – apresente a partilha temporária dos presentes pelos guias;
   – determine o total de pontos dos presentes temporariamente destinados a cada guia;
   – selecione o presente a utilizar no ajuste da partilha;
   – apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;
   – apresente a partilha final dos presentes.

Exame – 2018, 1.ª Fase

5. A direção da escola atribuiu um prémio a três projetos, o Jornal da Escola (J), o Clube da Ciência (C) e o Clube de Teatro (T). O prémio é constituído por um computador, uma impressora e uma máquina fotográfica.

Como os coordenadores dos projetos não chegaram a acordo quanto à divisão do prémio, a direção estabeleceu que o prémio seria partilhado utilizando o método seguinte.

- Cada um dos coordenadores dos projetos atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos bens, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três coordenadores são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada coordenador e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada coordenador considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três bens.
- Cada bem é atribuído ao projeto coordenado por quem mais o valoriza, e considera-se que o projeto recebe o valor monetário que o seu coordenador atribui ao respetivo bem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um projeto não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o «valor dos bens recebidos» por esse projeto é zero euros.
- Seguidamente, caso o valor dos bens recebidos por um projeto ultrapasse o valor que o seu coordenador considera justo receber, o coordenador paga em dinheiro, dos fundos do seu projeto, o respetivo excedente. Caso contrário, o projeto recebe, em dinheiro, do montante disponibilizado pelos coordenadores que pagaram, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso sobre dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelos três projetos.

Na tabela seguinte, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada um dos coordenadores aos bens, nas licitações secretas.

Projetos / Bens	J	C	T
Computador	350	400	304
Impressora	400	380	168
Máquina Fotográfica	201	252	302

Como será distribuído o prémio pelos três projetos?

Na sua resposta, apresente os valores monetários a pagar ou a receber por cada coordenador.

Exame – 2017, 2.ª Fase

6. O concurso Ganha Sempre é um dos programas com maior audiência do TPT.

Numa das suas emissões, a equipa vencedora, formada por Constança e Deodato, ganhou um carro, uma estada de 15 dias num hotel e uma *scooter*. Os dois decidiram negociar os prémios entre si, utilizando o método que a seguir se descreve.

- Cada elemento da equipa atribui, secretamente, pontos a cada um dos prémios, de modo que o total dos seus pontos atribuídos seja 100.
- Cada prémio é destinado, temporariamente, ao elemento da equipa que mais o valoriza.
- Determina-se o total de pontos dos prémios temporariamente destinados a cada elemento da equipa. Seja A o elemento da equipa com o total de pontos mais elevado e B o outro elemento da equipa.
- Procede-se ao ajuste da partilha, de modo que os elementos da equipa fiquem com igual total de pontos. O prémio que tiver menor diferença de pontos atribuídos é o usado para fazer o ajuste, sendo esse o prémio a partilhar pelos elementos da equipa.
- Representa-se o total final de pontos a atribuir ao elemento A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento do valor por ele atribuído ao prémio a partilhar.
- Representa-se o total final de pontos a atribuir ao elemento B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento do valor por este atribuído ao prémio a partilhar.
- Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x para o qual a partilha fica equilibrada.

A tabela seguinte apresenta os pontos atribuídos aos prémios por cada um dos elementos da equipa.

Elementos da equipa / **Prémios**	**Constança**	**Deodato**
Carro	30	50
Estada	60	35
Scooter	10	15

Proceda à partilha dos prémios, aplicando o método acima descrito. Na sua resposta:

- apresente a partilha temporária dos prémios pelos elementos da equipa;
- determine o total de pontos dos prémios temporariamente destinados a cada elemento da equipa;
- selecione o prémio a utilizar no ajuste da partilha;
- apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;
- prove que, com a solução encontrada, ambos os elementos da equipa ficam com igual total de pontos;
- apresente a partilha final dos prémios.

Exame – 2016, Ép. especial

7. A companhia de aviação ASA5 opera nos aeroportos nacionais.

No avião que faz a viagem entre Lisboa e Faro, há seis tipos de lugares: *Ago*, *Behind*, *Extra-legroom*, *Normal*, *Up-front* e XL. Os bilhetes para esta viagem são vendidos, exclusivamente, por duas agências: a NETVOA e a VOARSEMPRE. As duas agências negoceiam entre si os tipos de lugares que cada uma pode vender.

Na negociação, usa-se o método seguinte.

- Cada agência distribui, confidencialmente, 100 pontos pelos diferentes tipos de lugares, de acordo com as suas preferências.
- Cada tipo de lugar é atribuído, temporariamente, à agência que mais o valoriza. Em caso de empate, o tipo de lugar é atribuído à agência que tiver menos pontos.
- Com esta distribuição temporária, somam-se os pontos de cada uma das agências. Se as duas agências tiverem o mesmo número de pontos, a distribuição temporária torna-se definitiva; se não, a agência que tiver mais pontos transfere um tipo de lugar, ou parte dos lugares desse tipo, para a outra agência, até ficarem ambas com o mesmo número de pontos. Para fazer a transferência, calculam-se os quocientes referentes aos tipos de lugares atribuídos à agência que ficou com mais pontos:

$$\frac{\text{número de pontos atribuídos ao tipo de lugar pela agência vencedora inicial}}{\text{número de pontos atribuídos ao tipo de lugar pela agência perdedora inicial}}$$

  Os quocientes são alinhados pela ordem crescente da sua grandeza.
- Faz-se a transferência do tipo de lugar a que corresponde o menor quociente e somam-se, novamente, os pontos de cada uma das agências, de acordo com os pontos distribuídos confidencialmente. Caso esta transferência dê vantagem à agência que a recebe, terá de se efetuar a transferência de apenas uma percentagem dos lugares desse tipo, de modo a igualar o número de pontos.
- No final, obtêm-se os lugares de cada tipo que cada uma das agências pode vender.

A tabela seguinte apresenta os pontos atribuídos por cada agência aos diferentes tipos de lugares.

Tipo de lugar / **Agência**	NETVOA	VOARSEMPRE
Ago	22	18
Behind	26	21
Extra-legroom	6	1
Normal	33	55
Up-front	8	1
XL	5	4

Determine, aplicando o método descrito, como serão distribuídos os tipos de lugares que cada agência pode vender.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame – 2015, Ép. especial

8. Os dois sócios da PTM, David e Tomás, estão em conflito e pretendem partilhar os bens da empresa. Decidem negociá-los entre si, utilizando o método que a seguir se descreve.

   - Cada sócio atribui, secretamente, pontos a cada um dos bens, de modo que o total dos seus pontos seja 100.
   - Cada bem é destinado, temporariamente, ao sócio que mais o valoriza. Determina-se o total de pontos dos bens temporariamente destinados a cada sócio. Seja A o sócio com o total de pontos mais elevado e B o outro sócio.
   - Procede-se ao ajuste da partilha, pois os sócios devem ficar com igual total de pontos. Será o bem que tiver menor diferença de pontos atribuídos o usado para fazer o ajuste, sendo esse o bem a partilhar pelos sócios.
   - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao sócio A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento do valor por ele atribuído ao bem a partilhar.
   - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao sócio B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento do valor por este atribuído ao bem a partilhar.
   - Igualam-se os dois totais finais de modo a determinar o valor de x para o qual a partilha fica equilibrada.

   A tabela seguinte apresenta os pontos atribuídos por cada um dos sócios aos bens da empresa.

Sócios / **Bens**	**David**	**Tomás**
Frota de motos	20	25
Frota de automóveis	45	25
Avião	35	50

   Proceda à partilha dos bens, aplicando o método acima descrito. Na sua resposta:

   – apresente a partilha temporária dos bens pelos sócios;
   – determine o total de pontos dos bens temporariamente destinados a cada sócio;
   – selecione o bem a utilizar no ajuste da partilha;
   – apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;
   – prove que, com a solução encontrada (valor arredondado às centésimas), ambos os sócios ficam com igual total de pontos;
   – apresente a partilha final dos bens.

Exame – 2015, 2.ª Fase

9. Uma agência de viagens, sediada no concelho de Avelares, organiza e vende, através da Internet, percursos de autocarro entre várias cidades europeias.

No final do ano, o diretor da agência de viagens atribuiu um prémio a três dos funcionários, Alice, Bernardo e Camila, por terem atingido os objetivos estabelecidos pela empresa. O prémio é constituído por um computador, um *tablet* e uma viagem.

Para dividirem o prémio, de modo que nenhum dos funcionários tenha razão para reclamar, acordaram utilizar o método de licitação secreta a seguir descrito.

- Cada funcionário atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos três bens e coloca o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três funcionários são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada funcionário e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada funcionário considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três bens.
- Cada bem é atribuído ao funcionário que mais o valoriza, considerando-se que ele recebe o valor monetário que atribuiu ao respetivo bem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um funcionário não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor dos bens recebidos por esse funcionário é zero euros.
- Caso o valor dos bens recebidos por um funcionário ultrapasse o valor que este tinha considerado justo receber, o funcionário disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, o funcionário recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda sobre dinheiro este é distribuído em partes iguais pelos três funcionários.

Na tabela seguinte, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada funcionário aos bens, nas licitações secretas.

Funcionários / **Bens**	**Alice**	**Bernardo**	**Camila**
Computador	600	950	750
Tablet	350	300	300
Viagem	850	1000	810

De acordo com o método acima descrito, determine como será distribuído o prémio por cada um dos funcionários e o valor monetário a pagar ou a receber, de forma que nenhum deles tenha razão para reclamar.

Exame – 2015, 1.ª Fase

10. Em dezembro de 2012, no Grupo Desportivo de Pontes de Cima (GDP), realizaram-se eleições para a direção. O método aplicado para a conversão de votos em mandatos foi o método de Hondt.

Na tabela seguinte, estão indicados os números de votos, validamente expressos, obtidos pelas quatro listas concorrentes.

Os votos em branco ou nulos não foram considerados como votos validamente expressos.

Lista	**A**	**B**	**C**	**D**
Número de votos	1232	1035	613	555

Nessa eleição, foram atribuídos 8 mandatos, correspondentes aos lugares da direção.

O número de votos obtidos por cada uma das listas condiciona o acesso aos bens que são propriedade do GDP.

As listas vão fazer a partilha do acesso aos bens, e o método utilizado é o seguinte.

- Cada lista atribui um valor monetário a cada um dos bens, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. No final, são abertos os envelopes e são registados, numa tabela, os valores das licitações de todas as listas.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada lista e o valor que cada lista considera justo receber, designado por porção justa. A porção justa obtém-se, para cada lista, multiplicando-se a percentagem de votos, arredondada às unidades, que a lista obteve pela soma das licitações feitas por essa lista.
- Cada bem é atribuído à lista que mais o valoriza, e considera-se que ela recebe o valor que atribui a esse bem. Se uma lista não receber qualquer bem, considera-se, para efeitos de cálculo, que o «valor dos bens recebidos» por essa lista é zero.
- Se o valor dos bens recebidos por uma lista for superior ou for inferior à porção justa por si determinada, então essa lista terá de pagar ou de receber a diferença, respetivamente.
- Caso exista excesso, este obtém-se subtraindo-se ao total do valor a pagar o total do valor que as listas têm a receber.
- O excesso, caso exista, é distribuído na proporção direta da percentagem de votos, arredondada às unidades, da lista em causa.

Na tabela seguinte, estão registados os valores monetários, em euros, atribuídos, nas licitações secretas, por cada lista a cada um dos bens.

Lista	**A**	**B**	**C**	**D**
Automóvel	10 000	15 000	12 500	12 000
Computador	1500	500	2000	2500

Determine a partilha dos dois bens, e o valor a receber ou a pagar por cada lista, aplicando o método descrito, de forma que nenhuma lista tenha razão para reclamar.

Exame – 2013, 2.ª Fase

11. O Manuel, o José e o Paulo compraram, em conjunto, um certo número de rifas. Do dinheiro despendido na compra, o Manuel participou com 40%, e o José e o Paulo participaram com 30% cada um.

Um dos bilhetes que compraram permitiu-lhes receber um prémio constituído por três bens: uma máquina fotográfica, um televisor e uma consola de jogos.

Os três jovens vão fazer a partilha do prémio, e o método utilizado é o seguinte.

- Primeira etapa: cada jovem atribui um valor monetário a cada um dos bens do prémio, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. No final, são abertos os envelopes e são registados, numa tabela, os valores das licitações de todos os jovens.
- Segunda etapa: determina-se o valor global atribuído, por cada jovem, ao prémio e o valor que cada jovem considera justo receber, designado por porção justa. A porção justa obtém-se, para cada jovem, através de uma proporção direta entre a percentagem de participação de cada jovem na compra das rifas e a soma das licitações atribuídas por esse jovem.
- Terceira etapa: cada bem é atribuído ao jovem que mais o valoriza, e considera-se que ele recebe o valor que atribui a esse bem. Se um jovem não receber qualquer bem, considera-se, para efeitos de cálculo, que o «valor dos bens recebidos» por esse jovem é zero.
- Quarta etapa: se o valor dos bens recebidos por um jovem for superior ou for inferior à porção justa por si determinada, então esse jovem terá de pagar ou de receber a diferença, respetivamente.
- Quinta etapa (só é aplicada quando existe dinheiro em excesso): o excesso obtém-se subtraindo ao total do valor a pagar o total do valor que os jovens têm a receber. Este excesso é distribuído na proporção direta da participação de cada jovem na compra das rifas.

Na tabela seguinte, estão registados os valores monetários atribuídos, nas licitações secretas, por cada jovem a cada um dos bens, o que corresponde à primeira etapa.

	Manuel	**José**	**Paulo**
Máquina fotográfica	€140	€120	€180
Televisor	€800	€700	€600
Consola de jogos	€580	€700	€500

Determine a partilha dos três bens, aplicando o método descrito, de forma a nenhum jovem ter razão para reclamar.

Na sua resposta, deve:

- calcular o valor global atribuído ao prémio por cada jovem;
- determinar a porção justa para cada jovem;
- atribuir os bens aos jovens;
- apurar o valor a pagar ou a receber por cada jovem;
- apurar o excesso, caso exista;
- dividir o excesso, caso exista, pelos jovens;
- indicar o bem e o valor final a receber, ou a pagar, por cada jovem.

Exame – 2011, 2.ª Fase

12. A Ana, a Berta, a Carla e a Daniela são as quatro herdeiras dos bens do senhor Francisco. Elas vão efetuar a partilha da herança deixada pelo senhor Francisco, herança essa constituída por um automóvel, um terreno e uma casa.

O método usado para a partilha é o seguinte:

- Primeira etapa: cada herdeira atribui um valor monetário a cada um dos bens da herança, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. No final, são abertos os envelopes e registados, numa tabela, os valores das licitações de todas as herdeiras;
- Segunda etapa: determina-se o valor global atribuído, por cada herdeira, à herança e o valor que cada herdeira considera justo receber, designado por porção justa. A porção justa obtém-se, para cada herdeira, através do quociente entre a soma das licitações atribuídas por essa herdeira e o número de herdeiras;
- Terceira etapa: cada bem é atribuído à herdeira que mais o valoriza, e considera-se que ela recebe o valor que atribui ao respetivo bem. Se uma herdeira não receber qualquer bem, considera-se, para efeitos de cálculo, que o «valor dos bens recebidos» por essa herdeira é zero;
- Quarta etapa: se o valor dos bens recebidos por uma herdeira for superior ou for inferior à porção justa por si determinada, então essa herdeira terá de pagar ou de receber a diferença, respetivamente;
- Quinta etapa (só é aplicada quando existe dinheiro em excesso): o excesso obtém-se subtraindo, do total do valor a pagar, o total do valor que as herdeiras têm a receber. Este excesso é dividido em partes iguais pelas herdeiras.

Na tabela seguinte, encontram-se registados os valores monetários atribuídos, nas licitações secretas, por cada herdeira a cada um dos bens, o que corresponde à primeira etapa.

	ANA	**BERTA**	**CARLA**	**DANIELA**
Automóvel	€15 000	€18 000	€15 600	€16 500
Terreno	€33 000	€20 000	€27 000	€30 000
Casa	€117 000	€150 000	€120 000	€180 000

Determine a partilha dos três bens, aplicando o método descrito, de forma que nenhuma herdeira possa ter razão para reclamar.

Na sua resposta, deve:

- calcular o valor global atribuído à herança por cada herdeira;
- determinar a porção justa de cada herdeira;
- atribuir os bens às herdeiras;
- apurar o valor a pagar ou a receber por cada herdeira;
- apurar o excesso, caso exista;
- dividir o excesso, caso exista, pelas herdeiras;
- indicar o valor total a receber por cada herdeira.

Exame – 2010, 1.ª Fase

13. O clube desportivo «O Duelo» oferece aos seus sócios cinco modalidades desportivas: Basquetebol, Futebol, Ténis, Golfe e Râguebi. Cada candidato a praticante pode escolher, de entre as cinco, a modalidade que pretende praticar, mas só pode inscrever-se numa delas.

No quadro seguinte, está registado o número total de praticantes inscritos, distribuídos por cada uma dessas modalidades desportivas.

	Modalidade desportiva					**TOTAL**
	Basquetebol	**Futebol**	**Ténis**	**Golfe**	**Râguebi**	
N.º praticantes	186	218	91	45	191	**731**

O clube desportivo «O Duelo» recebeu um subsídio da Câmara Municipal, no valor de €10 965.

A direção decidiu repartir esse dinheiro pelas várias modalidades desportivas, na proporção do respetivo número de praticantes.

Determine o valor, em euros, recebido por cada uma das modalidades.

Na sua resposta deve:

- escrever a fração a que cada modalidade desportiva teve direito;
- indicar a quantia, em euros, que foi atribuída a cada modalidade.

Exame – 2009, 2.ª Fase

14. O senhor Silvino deixou uma herança, a ser distribuída, equitativamente, pelos seus únicos herdeiros: os filhos Pedro, Rita e Sofia. A herança é constituída por um apartamento e um terreno.

Pelo valor sentimental que nutrem pelos bens, os irmãos não os querem colocar à venda. Assim, decidem distribuir os bens, utilizando o seguinte método:

- cada herdeiro atribui, secretamente, um valor a cada um dos bens;
- seguidamente, são divulgados esses valores (que se apresentam na tabela abaixo).

Herdeiros / Bens	**Pedro**	**Rita**	**Sofia**
Apartamento	€200 000	€210 000	€190 000
Terreno	€100 000	€90 000	€80 000

Tendo em conta os valores que cada herdeiro atribui a cada um dos bens, o método prossegue da seguinte forma:

- determina-se o valor global atribuído à herança por cada herdeiro e o valor da mesma que cada um considera justo receber ($\frac{1}{n}$ do valor atribuído à herança pelo herdeiro, sendo n o número de herdeiros);
- cada bem é atribuído ao herdeiro que mais o valoriza, e considera-se que ele recebe o valor que atribui ao respetivo bem;
- caso, por aplicação do procedimento anterior, um herdeiro não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que «valor dos bens recebidos» por esse herdeiro é zero euros;
- seguidamente, caso o valor dos bens recebidos por um herdeiro:
  - ultrapasse o valor da parte que este considera justo receber, o herdeiro disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente;
  - não atinja o valor da parte que este considera justo receber, o herdeiro recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta;
- após este procedimento, caso sobre dinheiro, este é distribuído em partes iguais por todos os herdeiros.

De acordo com o método acima descrito:

14.1. Indique quanto vale a herança para cada um dos herdeiros, bem como o valor que cada um deles considera justo receber.

14.2. Num pequeno texto, indique, justificando, se algum dos herdeiros pode ter razão para reclamar do resultado final da divisão, face ao que considerava justo receber.

O texto deve, obrigatoriamente, contemplar os pontos que a seguir se indicam:

- o valor da herança que cada herdeiro efetivamente recebeu;
- a comparação entre o valor da herança que cada um dos herdeiros considerava justo receber e o que efetivamente recebeu;
- a conclusão quanto à razão para algum herdeiro reclamar, ou não, do resultado final da divisão.

Comece por calcular como ficou distribuída a herança pelos três irmãos, determinando:

- a quem foi atribuído cada um dos bens;
- o valor, em dinheiro, que cada um dos herdeiros recebeu ou pagou, após a atribuição dos bens;
- o valor, em dinheiro, que cada um dos herdeiros efetivamente recebeu ou pagou, no final de todo o processo.

Na resposta a este item, quando for necessário proceder a arredondamentos, utilize duas casas decimais.

Caso não tenha respondido à questão anterior, e somente neste caso, considere que o valor da herança que o Pedro, a Rita e a Sofia consideram justo receber é de €100 000, €99 000 e €91 000, respetivamente.

Exame – 2008, 1.ª Fase