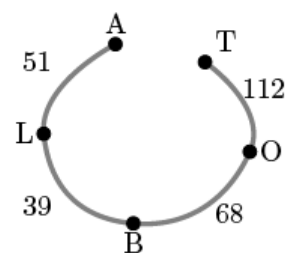


1. De acordo com a tabela, considerando as arestas por ordem crescente de ponderação, e desenhando um grafo que resulta da aplicação do algoritmo, temos:

- I- Aresta BL - ponderação 39
- II- Aresta LA - ponderação 51
(não se considera a aresta BA, porque forma um circuito)
- III- Aresta BO - ponderação 68
(não se considera a aresta LO, porque forma um circuito)
- IV- Aresta OT - ponderação 112



Observando o grafo, temos que:

- Número de vértices: 5
- Número de arestas: $4=5-1$
- Ponderação total: $39 + 51 + 68 + 112 = 270$

Desta forma, nas condições do enunciado, o projeto de iluminação deve contemplar na sua fase inicial 270 km de estrada.

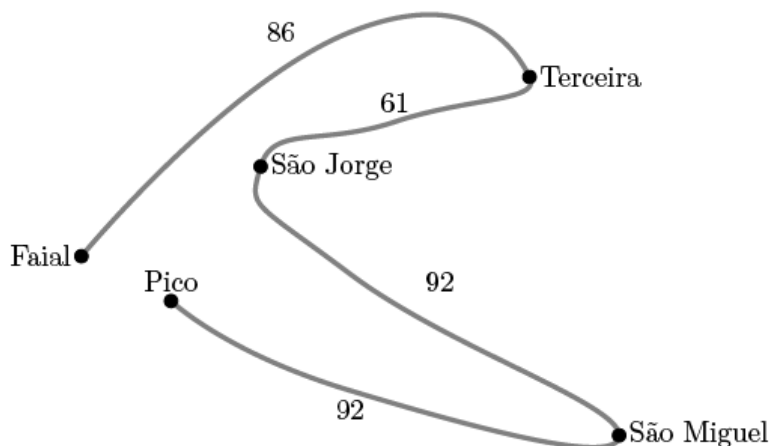
Exame – 2018, Ép. especial

2. De acordo com o grafo, iniciando o percurso na ilha do Faial e usando o método descrito, excluindo as ilhas de Santa Maria, Graciosa, Flores e Corvo, por terem menos de 6000 habitantes, obtemos a seguinte ordenação esquematizada no grafo da figura:

- Faial - Terceira (86€)
- Terceira - São Jorge (61€)
- São Jorge - São Miguel (92€)
- São Miguel - Pico (92€)

E assim o custo mínimo em deslocações aéreas de cada elemento da companhia de teatro na sua digressão pelo arquipélago dos Açores, determinado a partir da aplicação do algoritmo é:

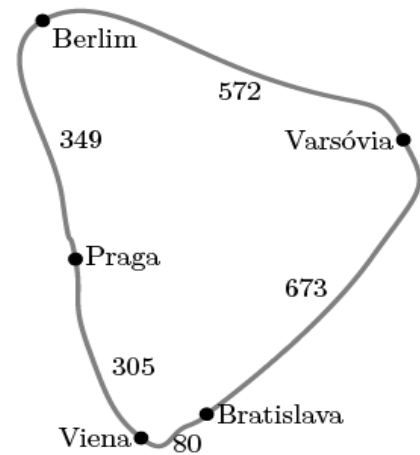
$$86 + 61 + 92 + 92 = 331€$$



3. De acordo com a tabela e com a aplicação do algoritmo, obtemos a seguinte ordenação das arestas e grafo da figura:

- I- Aresta Bratislava-Viena - ponderação 80 (a aresta com menor peso)
- II- Aresta Praga-Viena - ponderação 305
- III- Aresta Berlim-Praga - ponderação 349
- IV- Aresta Berlim-Varsóvia - ponderação 572
- V- Aresta Bratislava-Varsóvia - ponderação 673

(não se considera a aresta Bratislava-Praga, porque fecharia um percurso sem incluir o vértice Berlim, nem a aresta Berlim-Varsóvia porque iria fechar um percurso sem que todos os vértices estivessem incluídos).



Desta forma, um percurso que Mariana poderá ter definido, com início e fim em Praga, é:

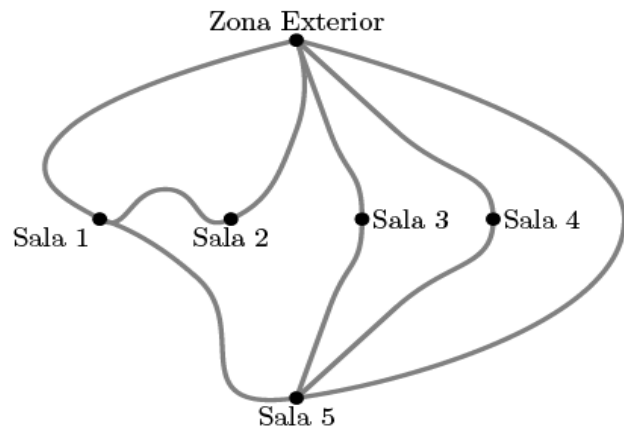
$$\text{Praga} \rightarrow \text{Berlim} \rightarrow \text{Varsóvia} \rightarrow \text{Bratislava} \rightarrow \text{Viena} \rightarrow \text{Praga}$$

(o mesmo percurso em sentido inverso também satisfaz as condições do enunciado).

Exame – 2018, 1ª Fase

4. De acordo com a planta do edifício, considerando as salas e o espaço exterior como vértices e as portas como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- Sala 1 - Grau 3
- Sala 2 - Grau 2
- Sala 3 - Grau 2
- Sala 4 - Grau 2
- Sala 5 - Grau 4
- Zona Exterior - Grau 5



Como se tentou encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (Sala 1), e utiliza cada aresta (porta) uma única vez, estamos a tentar encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: Sala 1 (grau 3) e Zona Exterior (grau 5). Ou seja, o funcionário tem razão.

Assim, podemos verificar que não considerando a aresta que une os dois vértices de grau de ímpar, tornaria o percurso possível, porque todos os vértices teriam grau par, pelo que a porta que corresponde a esta aresta é aquela em que o funcionário terá necessariamente de passar duas vezes, ou seja a porta entre a Sala 1 e a Zona Exterior.

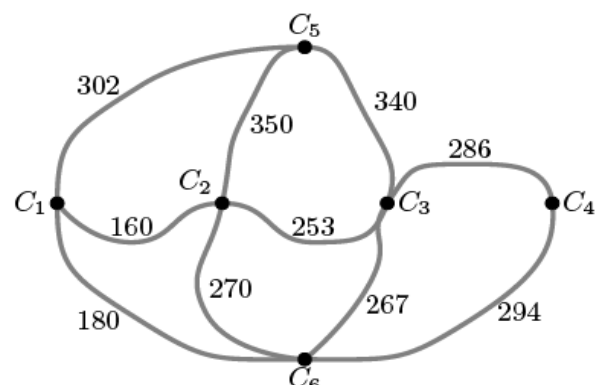
5. De acordo com a tabela obtemos o grafo da figura ao lado.

Iniciando o pedipaper se no posto de controlo C_5 e aplicando o algoritmo, temos a seguinte sequência de visita aos postos de controlo:

$$C_5 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_6 \rightarrow C_4$$

E assim, o comprimento do percurso, respeitando as condições definidas pela associação de estudantes, é:

$$302 + 160 + 253 + 267 + 294 = 1276 \text{ m}$$



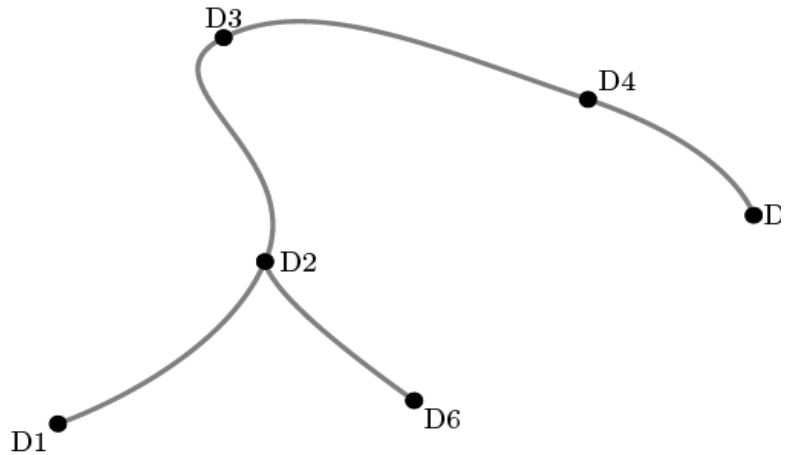
6. De acordo com o grafo apresentado e com a aplicação do algoritmo, selecionando inicialmente a diversão D1, obtemos a seguinte seleção das arestas e o grafo da figura seguinte:

- I- Diversão D1
- II- Aresta D1-D2 - ponderação 360
- III- Aresta D2-D3 - ponderação 302
- IV- Aresta D2-D6 - ponderação 308
- V- Aresta D3-D4 - ponderação 480
- VI- Aresta D4-D5 - ponderação 286

(a seleção de outra diversão na fase inicial do algoritmo não altera a árvore abrangente mínima obtida).

Assim, a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar, corresponde à soma das ponderações das arestas selecionadas, ou seja:

$$360 + 302 + 308 + 480 + 286 = 1736 \text{ m}$$

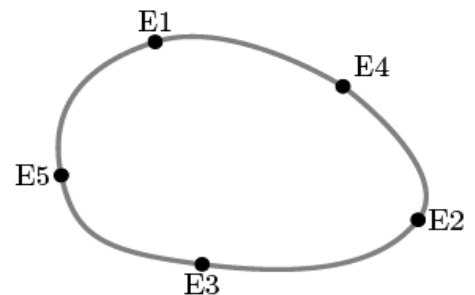


7. Ordenando as distâncias entre os cinco edifícios registadas na tabela, temos:

$$\frac{109}{E3-E5} < \frac{125}{E1-E4} < \frac{151}{E2-E3} < \frac{166}{E1-E2} < \frac{169}{E2-E5} < \frac{206}{E1-E3} < \frac{207}{E3-E4} < \frac{264}{E2-E4} < \frac{287}{E1-E5} < \frac{309}{E4-E5}$$

Aplicando o algoritmo indicado, obtemos a seguinte seleção de arestas e o grafo da figura seguinte:

- I- Aresta E3-E5 (109 m)
- II- Aresta E1-E4 (125 m)
- III- Aresta E2-E3 (151 m)
 - (não se considera a aresta E1-E2, porque se encontrariam três arestas no vértice E1)
 - (não se considera a aresta E2-E5, porque fecharia um percurso sem que todos os vértices estivessem incluídos)
 - (não se consideram as arestas E1-E3 e E3-E4, porque se encontrariam três arestas no vértice E3)
- IV- Aresta E2-E4 (264 m)
- V- Aresta E1-E5 (287 m)



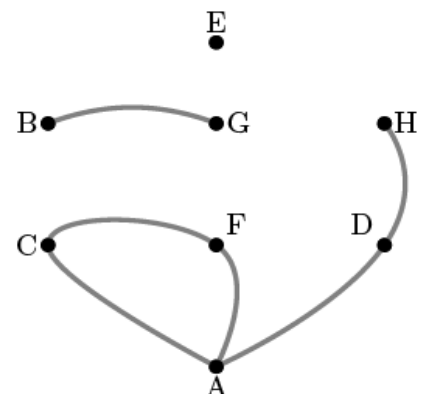
Assim, um possível percurso final definido pelo estafeta, com início e fim no edifício principal (E3), é:

$$E3 \rightarrow E5 \rightarrow E1 \rightarrow E4 \rightarrow E2 \rightarrow E3 \rightarrow E5$$

8. De acordo com a tabela obtemos o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa uma modalidade e cada aresta representa a compatibilidade dentro do mesmo bloco.

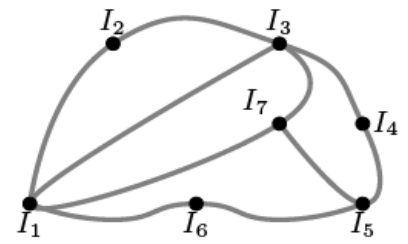
Assim temos que devem ser construídos blocos para as seguintes modalidades:

- Modalidade E (não é compatível com qualquer outra).
- Modalidades B e G.
- Modalidades H e D.
- Modalidades A, C e F.



Assim, temos que é necessário construir, no mínimo quatro blocos.

9. De acordo com a imagem obtemos o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa uma infraestrutura e cada aresta representa um troço pedonal.



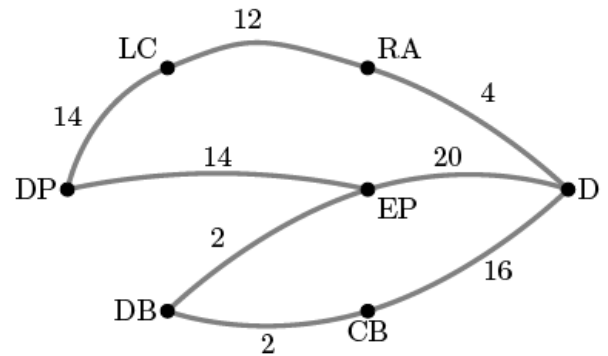
Determinando o grau de cada vértice, temos:

Vértices	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
Grau	4	2	4	2	3	2	3

Desta forma, como existem dois vértices com grau ímpar (os vértices I_5 e I_7), o grafo não admite circuitos de Euler, ou seja, circuitos que percorram todas as arestas, percorrendo cada aresta uma única vez. No contexto da situação descrita significa que não é possível percorrer todos os troços pedonais sem repetir nenhum iniciando e terminando a vistoria junto da mesma infraestrutura, ou seja, a conclusão do vigilante é verdadeira.

Considerando a duplicação da aresta que une os vértices I_5 e I_7 , todos os vértices ficarão com grau par, o que significa que é possível identificar um circuito de Euler no grafo, ou seja, o troço pedonal a repetir pelo vigilante, que lhe permita percorrer todos os troços, iniciando e terminando a vistoria junto da mesma infraestrutura é o troço que une as infraestruturas I_5 e I_7 .

10. De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa uma infraestrutura tarefa, cada aresta representa uma relação de precedência a ponderação, em cada aresta representa o tempo necessário para a execução da tarefa da esquerda (e o tempo de espera necessário para a tarefa da direita).



Assim podemos verificar que podem ocorrer quatro sequências de tarefas:

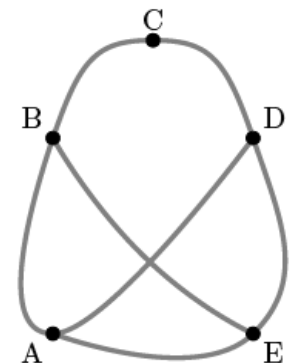
- $DP \rightarrow LC \rightarrow RA \rightarrow D$, com um tempo associado de $14 + 12 + 4 = 30$ minutos
- $DP \rightarrow EP \rightarrow D$, com um tempo associado de $14 + 20 = 34$ minutos
- $DB \rightarrow EP \rightarrow D$, com um tempo associado de $2 + 20 = 22$ minutos
- $DB \rightarrow CB \rightarrow D$, com um tempo associado de $2 + 16 = 18$ minutos

Como cada uma das sequências de tarefas pode decorrer simultaneamente, o tempo mínimo, em minutos, necessário para realizar todas as tarefas que antecedem uma nova descolagem do avião, nas condições previstas na tabela anterior é 34 minutos, correspondente ao tempo necessário para a concretização da sequência com maior duração.

11. De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa uma cidade e cada aresta representa uma ligação rodoviária existente.

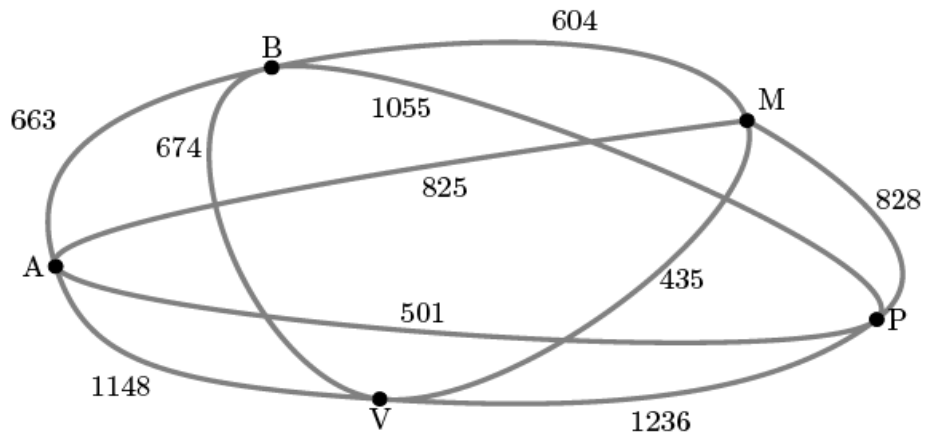
Identificando todos os percursos possíveis em cada alternativa, temos:

- **alternativa 1 :**
 - $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C$
 - $C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C$
- **alternativa 2 :**
 - $C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$
 - $C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C$



Como em ambas as alternativas é possível definir o mesmo número de percursos (dois percursos em cada alternativa), o Sr. Pereira não tem razão.

12. Usando a informação da tabela obtemos o grafo da figura seguinte:



Aplicando o algoritmo indicado, obtemos a seguinte seleção de arestas:

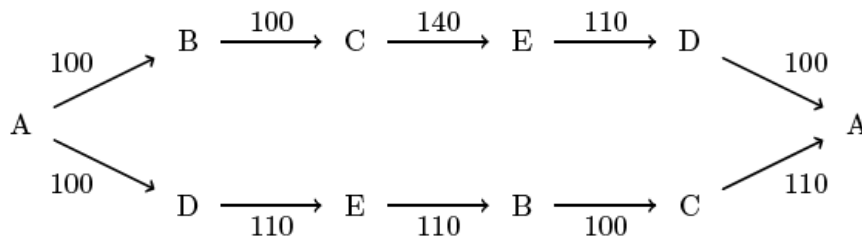
- I- Aresta M-V (435 km)
- II- Aresta A-P (501 km)
- III- Aresta B-M (604 km)
- IV- Aresta A-B (663 km)
 - (não se considera a aresta B-V, porque se encontrariam três arestas no vértice B)
 - (não se consideram as arestas A-M, e M-P porque se encontrariam três arestas no vértice M)
 - (não se considera a aresta B-P, porque se encontrariam três arestas no vértice B)
 - (não se considera a aresta A-V, porque se encontrariam três arestas no vértice A)
- V- Aresta P-V (1236 km)

Assim, um possível percurso final definido pelo funcionário, com início e fim em Amesterdão (A), é:

$$A \rightarrow P \rightarrow V \rightarrow M \rightarrow B \rightarrow A$$

(o mesmo percurso em sentido inverso também satisfaz as condições do enunciado).

13. Definindo os circuitos possíveis compatíveis com o algoritmo definido, considerando a escolha aleatória da primeira vivenda (B ou D), temos:



Assim, temos que a distância total de cada percurso é:

- Percurso $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$: $100 + 100 + 140 + 110 + 100 = 550$ metros
- Percurso $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$: $100 + 110 + 110 + 100 + 110 = 530$ metros

Logo, aplicando o algoritmo, a escolha aleatória, quando existem duas vivendas à mesma distância, pode levar o Francisco a percorrer uma distância maior do que seria necessário se optar pela vivenda B na primeira escolha.

14. Ordenando as distâncias entre os sete pavilhões registadas na tabela, temos:

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 100 & < & 150 & < & 190 & < & 200 & < & 220 & = & 220 & < & 240 & < & 340 & < & 350 & < & 500 & < & 650 & < & 730 \\ A3-A5 & & A3-A4 & & A2-A3 & & A2-A5 & & A4-A5 & & A5-A6 & & A4-A6 & & A2-A6 & & A1-A7 & & A1-A2 & & A6-A7 & & A1-A6 \end{array}$$

Aplicando o algoritmo indicado, obtemos a seguinte seleção de arestas e o grafo da figura seguinte:

I- Aresta A3-A5 (100 m)

II- Aresta A3-A4 (150 m)

III- Aresta A2-A3 (190 m)

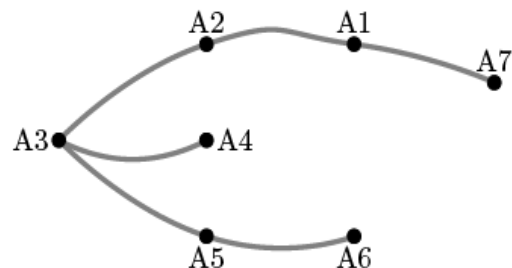
(não se consideram as aresta A2-A5 e A4-A5, porque levariam à formação de circuitos)

IV- Aresta A5-A6 (220 m)

(não se consideram as aresta A4-A6 e A2-A6, porque levariam à formação de circuitos)

V- Aresta A1-A7 (350 m)

VI- Aresta A1-A2 (500 m)



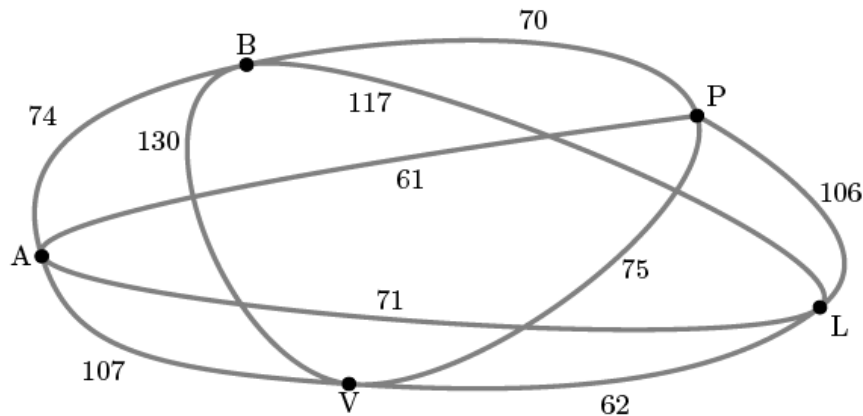
Como o número de arestas seleccionadas é igual ao número de vértices menos um ($7 - 1 = 6$), o algoritmo termina e o número mínimo de metros de cabo de fibra ótica necessários, é:

$$100 + 150 + 190 + 220 + 350 + 500 = 1510 \text{ metros}$$

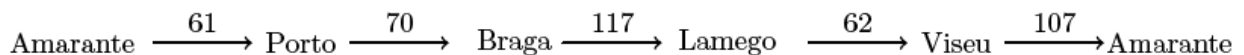
Como a instalação de cabo de fibra ótica custa 3,40 euros por metro, o custo mínimo da instalação do cabo de fibra ótica, é:

$$1510 \times 3,40 = 5134 \text{ euros}$$

15. Usando a informação da tabela obtemos o grafo da figura seguinte:



Aplicando o algoritmo indicado na opção 1, obtemos a seguinte percurso:



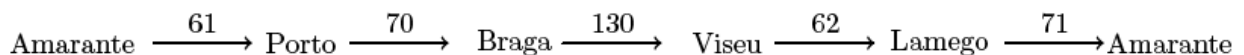
Aplicando o algoritmo indicado na opção 2, temos que a ordenação das distâncias entre as cidades, registadas na tabela, é:

$$\underset{A-P}{61} < \underset{L-V}{62} < \underset{B-P}{70} < \underset{A-L}{71} < \underset{A-B}{74} < \underset{P-V}{75} < \underset{P-L}{106} < \underset{A-V}{107} < \underset{B-L}{117} < \underset{B-V}{130}$$

Selecionado os pares de cidades de acordo com o algoritmo, temos:

- I- Amarante-Porto (61 km)
- II- Lamego-Viseu (62 km)
- III- Braga-Porto (70 m)
- IV- Amarante-Lamego (71 km)
(não se considera o par Amarante-Braga porque Amarante apareceria três vezes)
(não se consideram os pares Porto-Viseu, nem Porto-Lamego, porque Porto apareceria três vezes)
(não se considera o par Amarante-Viseu porque Amarante apareceria três vezes)
(não se considera o par Braga-Lamego porque Lamego apareceria três vezes)
- V- Braga-Viseu (130 km)

Assim, obtemos a seguinte percurso:



Logo temos que o número total de quilómetros percorridos em cada uma das duas opções, é:

- Opção 1: $61 + 70 + 117 + 62 + 107 = 417$ km
- Opção 2: $61 + 70 + 130 + 62 + 71 = 394$ km

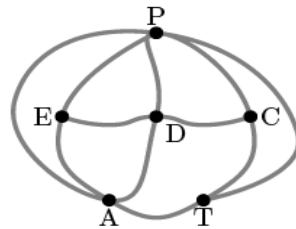
Pelo que podemos concluir que o Luís não tem razão, porque o percurso escolhido através do algoritmo da versão é o que tem um número inferior de quilómetros.

16. Como se tentou encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (posto A), e utiliza cada aresta (trajeto) uma única vez, estamos a tentar encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: Posto E (grau 3) e posto F (grau 3).

Assim, não é possível organizar a caminhada que cumpra, em simultâneo as três condições.

17. De acordo com o esquema do espaço, considerando as salas e o pátio como vértices e as portas como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- P - Grau 5
- E - Grau 3
- D - Grau 4
- C - Grau 3
- A - Grau 4
- T - Grau 3

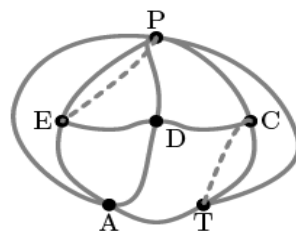


- P - Pátio
- E - Exposição
- D - Espaço de debate
- C - Cantina
- A - Auditório
- T - Teatro

A funcionária não consegue efetuar uma ronda ao recinto começando e terminando essa ronda na cantina, percorrendo todas as portas e passando por cada porta uma única vez porque este objetivo corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem quatro vértices com grau ímpar: E, C e T (todos com grau 3) e P (com grau 5).

Assim, a solução para o problema da funcionária, passa por duplicar arestas que permitam obter um grafo conexo com todos os vértices com grau par, por exemplo duplicando as arestas PE e CT (assinaladas a tracejado na figura seguinte), o que corresponde a passar nessas duas portas, por duas vezes, ficando desta forma todos os vértices com grau par, como se apresenta na figura seguinte:

- P - Grau 6
- E - Grau 4
- D - Grau 4
- C - Grau 4
- A - Grau 4
- T - Grau 4



Assim, uma possibilidade para organizar a ronda ao recinto começando e terminando na cantina, percorrendo todas as portas e passando o menor número de vezes possível por cada porta, é:

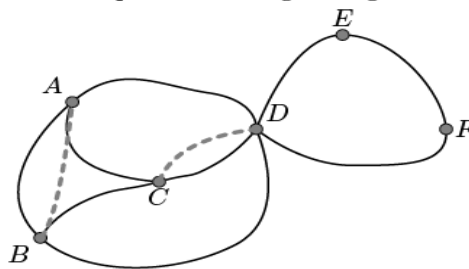
$$C \rightarrow T \rightarrow A \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow P \rightarrow T \rightarrow C$$

(o mesmo percurso em sentido inverso também satisfaz as condições do enunciado).

18. O Carlos observou que é impossível passar por todos os trajetos diretos sem repetir nenhum, porque este objetivo corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem quatro vértices com grau ímpar: A, B e C (todos com grau 3) e D (com grau 5).

Assim, a solução para o problema, passa por duplicar arestas que permitam obter um grafo conexo com todos os vértices com grau par, por exemplo duplicando as arestas AB e CD (assinaladas a tracejado na figura seguinte), o que corresponde a percorrer estes dois trajetos por duas vezes, ficando desta forma todos os vértices com grau par, como se apresenta na figura seguinte:

- A - Grau 4
- B - Grau 4
- C - Grau 4
- D - Grau 6
- E - Grau 2
- F - Grau 2



19. Usando a informação da tabela e aplicando o algoritmo nos dois casos, temos que:

- 1.º caso: a estrada que liga A a B está transitável:

$$F \xrightarrow{18} A \xrightarrow{28} B \xrightarrow{32} D \xrightarrow{48} C \xrightarrow{20} F$$

$$\text{Comprimento total do percurso: } 18 + 28 + 32 + 48 + 20 = 146 \text{ km}$$

- 2.º caso: a estrada que liga A a B não está transitável:

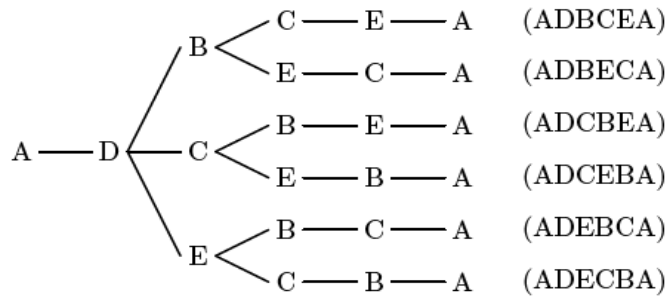
$$F \xrightarrow{18} A \xrightarrow{30} D \xrightarrow{32} B \xrightarrow{36} C \xrightarrow{20} F$$

$$\text{Comprimento total do percurso: } 18 + 30 + 32 + 36 + 20 = 136 \text{ km}$$

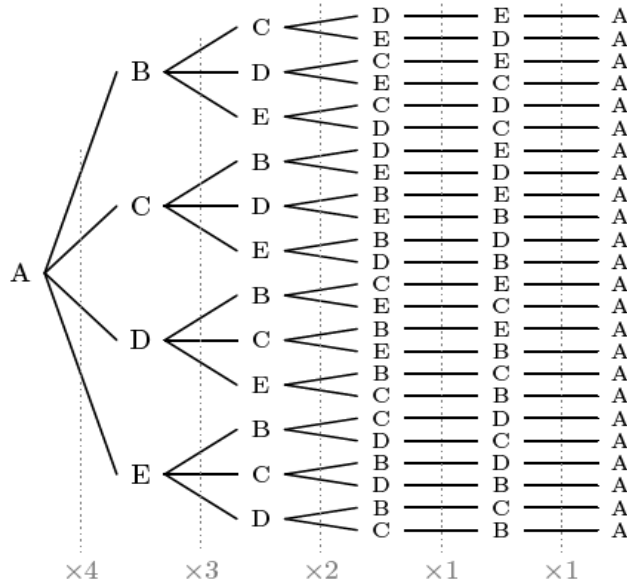
Assim, podemos verificar que, aplicando o algoritmo apresentado, se a estrada que liga a aldeia A à aldeia B estiver intransitável, obtemos um percurso mais curto, pelo que a afirmação do anúncio é falsa.

20.

20.1. As voltas que têm início na sede, visitam primeiro o supermercado D, depois os restantes, sem repetir nenhum deles e voltam à sede, ou seja, todas as voltas possíveis para aquele dia, são:



20.2. Identificando todas as voltas que podem fazer parte da lista do Miguel, temos:



Assim, podemos ver que existem $1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$ percursos diferentes, mas como metade dos percursos corresponde à outra metade percorridos por ordem inversa, o número de voltas que podem fazer parte da lista do Miguel, é $\frac{24}{2} = 12$

21.

21.1. Como o António pretende encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (posto A), e utiliza cada aresta (estrada) uma única vez, pretende definir um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: C (grau 3) e F (grau 3).

Assim, não é possível satisfazer, em simultâneo, as pretensões do António.

21.2. Determinando o comprimento total da proposta do João, somando os pesos das arestas, temos:

$$1253 + 832 + 938 + 712 + 941 + 911 = 5587 \text{ metros}$$

Aplicando o algoritmo sugerido pelo José, temos:

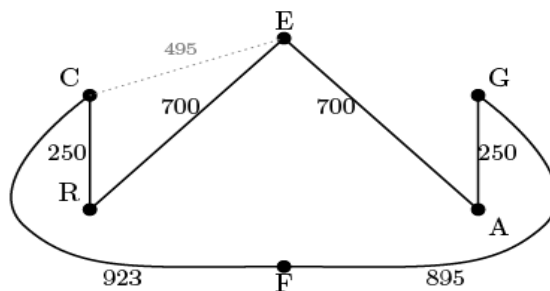
- Passo 1: Arestas (B,E) (712 m) e (F,G) (832 m)
- Passo 2: Aresta (C,D) (911 m)
- Passo 3: Aresta (B,F) (938 m)
- Passo 4: Aresta (C,E) (941 m)
(não se consideram as arestas (D,E) e (E,F) porque iriam fechar um circuito)
- Passo 5: Aresta (A,G) (1248 m)

E assim, o comprimento total da ligação definida pela proposta do José, somando os pesos das arestas, é:

$$712 + 832 + 911 + 938 + 941 + 1248 = 5582 \text{ metros}$$

Assim, de modo a usar a menor extensão de cabo de fibra ótica, a empresa deve escolher a proposta do José, porque é a que tem um comprimento total menor.

22. Como o António pretende encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (C), e percorrer o número mínimo de metros, não é necessário utilizar todos os trajetos. Como o grafo tem dois vértices com grau ímpar: C (grau 3) e E (grau 3), suprimindo a aresta (C,E), estes dois vértices também ficam com grau par e assim podemos obter um circuito de Euler, como indicado na figura ao lado.



Assim um percurso que satisfaz o que o António pretende, é:

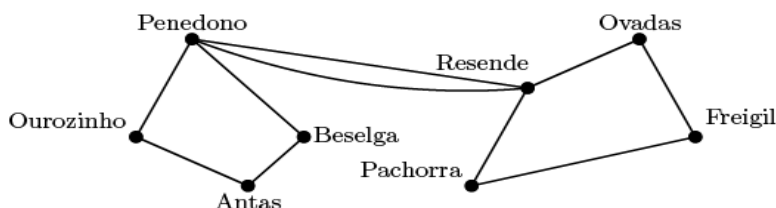
$$C \xrightarrow{923} F \xrightarrow{895} G \xrightarrow{250} A \xrightarrow{700} E \xrightarrow{700} R \xrightarrow{250} C$$

(o mesmo percurso em sentido inverso também satisfaz as condições do António).

Logo, o número de metros que ele tem de percorrer, é: $923 + 895 + 250 + 700 + 700 + 250 = 3718$ m

23. Não é possível limpar todas as estradas representadas no grafo partindo e terminando de Beselga, percorrendo todas as estradas uma e uma só vez porque este objetivo corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: Penedono e Resende (ambos com grau 3).

Assim, a é possível alterar a solução se acrescentar uma aresta que corresponde à duplicação da aresta Penedono-Resende, o que corresponde a passar nesta estrada, por duas vezes, como se apresenta na figura seguinte.

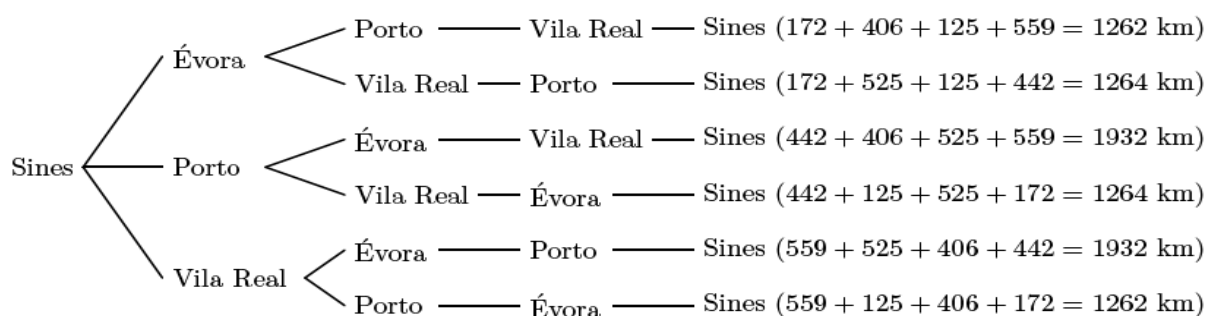


Logo, como estes dois vértices passem a ter grau 4, obtemos um grafo conexo com todos os vértices com grau par, onde podemos definir vários circuitos de Euler, em particular dois com início e fim em Beselga, como pretendido.

24.

24.1. Não é possível organizar um circuito que permita que um camionista da GNC percorra uma e uma só vez cada trajeto assinalado no grafo porque este objetivo corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices do grafo tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem vértices com grau ímpar: Faro (grau 1), Évora, Vila Real e Porto (todos com grau 3).

24.2. Identificando todos os trajetos entre estas cidades, partindo e regressando a Sines, temos:



Como os seis circuitos possíveis correspondem apenas a três pares, respetivamente percorridos pela ordem inversa, temos que o menor circuito tem a extensão de 1262 km.

Como o preço do transporte cobrado pela empresa GNC aos clientes é de € 2,00 por quilómetro e a empresa faz um desconto de 8%, o preço a pagar pelo menor circuito, é:

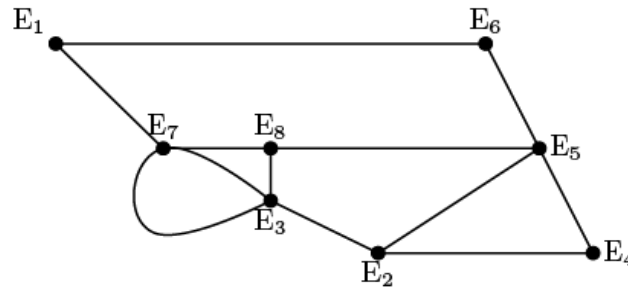
$$1262 \times 2 \times 0,92 = 2322,08 \text{ €}$$

25.1. Um dos percursos possíveis, com início em E_4 que termine em E_2 , passando por todos os ecopontos uma única vez, é:

$$E_4 \rightarrow E_5 \rightarrow E_6 \rightarrow E_1 \rightarrow E_7 \rightarrow E_8 \rightarrow E_3 \rightarrow E_2$$

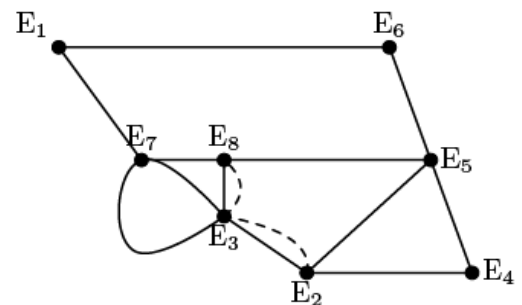
25.2. Representado a informação do mapa recorrendo a um grafo, em que cada vértice representa um ecoponto e cada aresta um troço de rua, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- E_1 - Grau 2
- E_2 - Grau 3
- E_3 - Grau 4
- E_4 - Grau 2
- E_5 - Grau 4
- E_6 - Grau 6
- E_7 - Grau 4
- E_8 - Grau 3



A impossibilidade de inspecionar todos os troços de rua, passando por cada um deles uma única vez corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices do grafo tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem vértices com grau ímpar: E_2 e E_8 (ambos com grau 3).

Assim, para determinar um percurso que se inicie e termine no ecoponto E_2 e que permita ao funcionário inspecionar todos os troços de rua, sendo o número de troços de rua a percorrer o menor possível, depende de duplicar arestas para tornar par o grau dos vértices com grau ímpar.



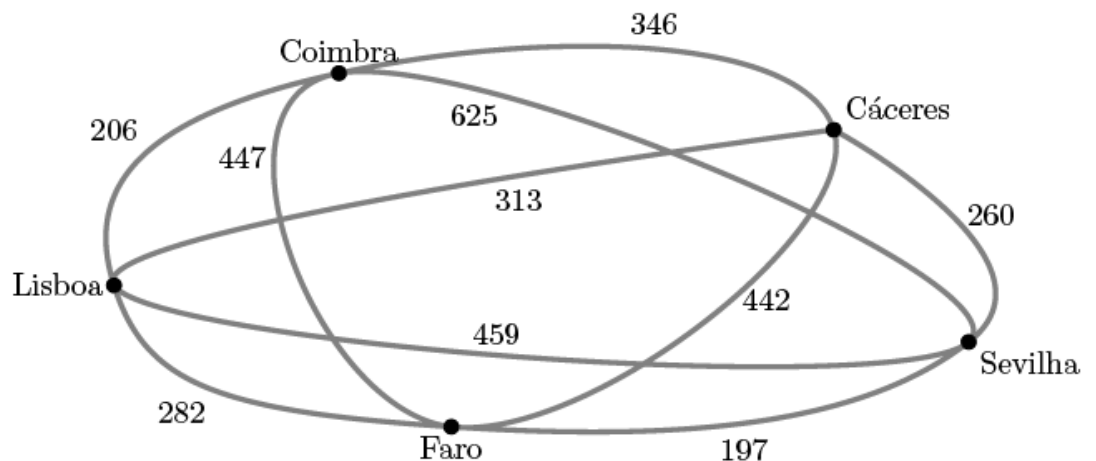
Como não existe uma aresta que ligue os vértices E_2 e E_8 , podemos duplicar, por exemplo, as arestas (E_2, E_3) e (E_3, E_8) , mantendo a paridade do grau do vértice E_3 , como se representa na figura ao lado.

Assim, um percurso que se inicie e termine no ecoponto E_2 e que permita ao funcionário inspecionar todos os troços de rua, sendo o número de troços de rua a percorrer o menor possível, é, por exemplo:

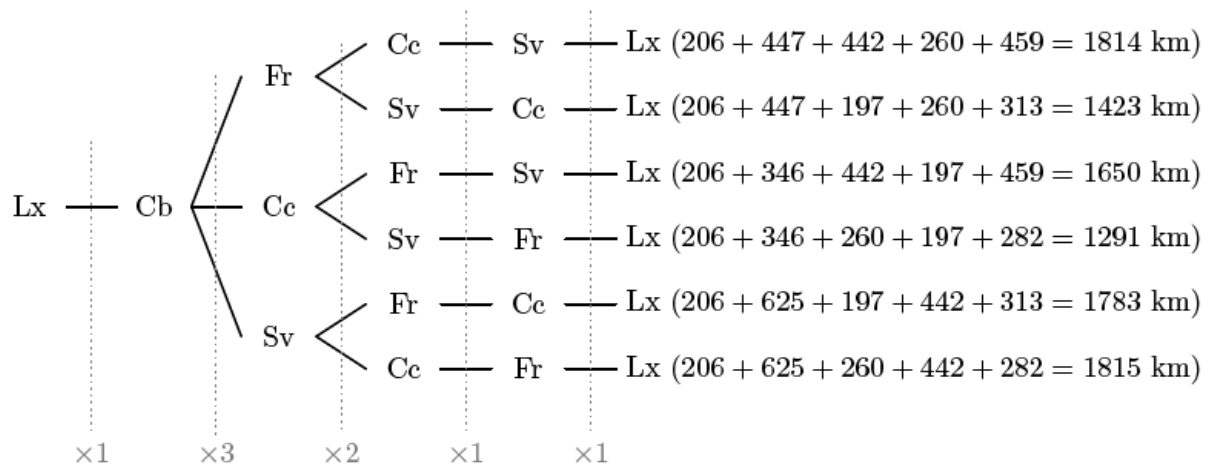
$$E_2 \rightarrow E_4 \rightarrow E_5 \rightarrow E_2 \rightarrow E_3 \rightarrow E_7 \rightarrow E_3 \rightarrow E_8 \rightarrow E_7 \rightarrow E_1 \rightarrow E_6 \rightarrow E_5 \rightarrow E_8 \rightarrow E_3 \rightarrow E_2$$

26.

26.1. Usando a informação da tabela podemos desenhar o grafo ponderado da figura seguinte:



26.2. Designado Lisboa por Lx, Coimbra por Cb, Faro por Fr, Cáceres por Cc e Sevilha por Sv, podemos identificar todos os percursos possíveis com início e final em Lisboa visitando em primeiro lugar Coimbra, recorrendo ao seguinte diagrama em árvore, bem como a distância percorrida em cada um deles através da informação da tabela:



Assim temos que, no total, existem $1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ circuitos que obedecem aos critérios definidos.

Destes apenas dois estão de acordo com o critério definido pelo António, cujas distâncias percorridas são 1814 km e 1423 km.

Podemos observar que existe um circuito que visita primeiro as cidades espanholas, e só depois Faro, que permite obter uma distância percorrida de 1291 km, portanto sem cumprir o critério definido pelo António mas com uma distância total inferior:

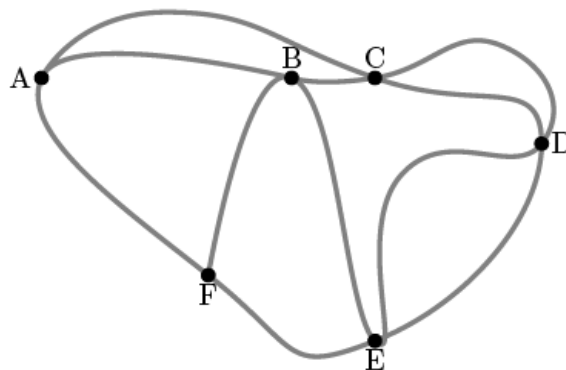
Lisboa → Coimbra → Cáceres → Sevilha → Faro → Lisboa (1291 km)

Assim, concluímos que o António não tem razão.

27.

27.1. De acordo com o mapa da zona do Parque, considerando os cruzamentos como vértices e os caminhos como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- A - Grau 3
- B - Grau 4
- C - Grau 4
- D - Grau 4
- E - Grau 4
- F - Grau 3



Logo, como o grupo de jovens que parte do ponto A, percorre todos os caminhos assinalados e regressa ao ponto A, tem de percorrer pelo menos um caminho, mais do que uma vez, porque percorrer todos os caminhos, uma única vez corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: A e F (ambos com grau 3).

- 27.2. Assim um percurso em que o número de caminhos percorridos mais do que uma vez seja o menor possível, consiste em percorrer o caminho que liga o cruzamento A ao cruzamento F, por duas vezes, tornando assim par o grau de todos os vértices do grafo.

Logo, um dos percursos possíveis que percorre todos os caminhos, começando e terminando no cruzamento A, é:

$$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow A$$

- 27.3. A realidade depende e incorpora detalhes que podem ser simplificados ou ignorados, sem perda de informação relevante, e cuja desvalorização pode resultar em situações mais abstratas, mas mais fáceis de analisar.

Neste processo de simplificação é importante garantir que não são omitidos, simplificados ou ignorados detalhes relevantes, sob pena de comprometer a análise e a adequação da solução encontrada para a situação específica que se pretende estudar.

Nesta situação em particular, no mapa (situação original) existem informações que não são relevantes para a solução, como a localização dos lagos, da fonte, da estufa, ou da tapada. Assim, a omissão destes dados não compromete a adequação da solução para a situação estudada, porque apenas se centra na quantidade de caminhos e dos cruzamentos que cada caminho liga, sendo estas as informações que não podem ser simplificadas ou omitidas no processo de modelação.