1. Considere a função *g*, definida no intervalo $]1,7[$ por $g(x)=\dfrac{\sin x+\ln x}{x}$.

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, visualize o gráfico da função *g* e reproduza-o na sua folha de prova. Com base nesse gráfico e utilizando as ferramentas adequadas da sua calculadora, resolva o seguinte problema:

Seja g' a função derivada de g. O conjunto solução da inequação $g'(x)\langle 0$ *é um intervalo aberto* $]a,b[$. *Determine os valores de a e b. Apresente os resultados arredondados às centésimas.*

Justifique a sua resposta. *(2007)*

2. Na figura 1 está representada parte do gráfico de uma função *h*, de domínio IR_0^+.

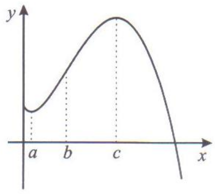


Figura 1

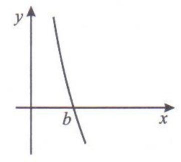


Figura 2

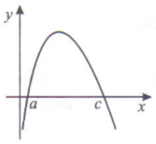


Figura 3

Em cada uma das figuras está representada parte do gráfico de uma função de domínio IR_0^+.

Uma das funções representadas é *h'*, primeira derivada de *h*, e a outra é *h''*, segunda derivada de *h*.

Numa pequena composição, explique em qual das figuras está representado o gráfico da primeira derivada e em qual está representado o gráfico da segunda derivada. Na sua composição, deve referir-se à variação de sinal das funções *h'* e *h''*, relacionando-a com características da função *h* (monotonia e sentido das concavidades do seu gráfico). *(2007)*

3. Considere a função *f*, de domínio $IR\setminus\{0\}$, definida por $f(x)=1-\ln(x^2)$.

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos:

a) Determine os pontos de intersecção do gráfico de *f* com o eixo O*x*.

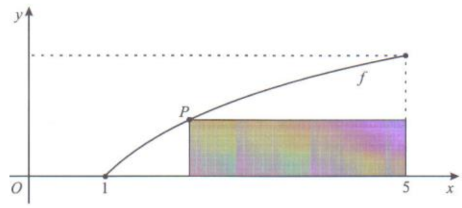
b) Estude a função quanto à monotonia e à existência de extremos relativos. *(2007)*

4. Suponha que a intensidade da luz solar, *x* metros abaixo da superfície da água, é dada, numa certa unidade de medida, por $I(x)=a\,e^{-bx}\quad(x\geq 0)$, onde *a* e *b* são constantes positivas que dependem do instante e do local onde é efectuada a medição. Sempre que se atribui um valor a *a* e um valor a *b*, obtemos uma função de domínio IR^+.

a) Medições efectuadas, num certo instante e em determinado local do oceano Atlântico, mostraram que, a 20 metros de profundidade, a intensidade da luz solar era metade da sua intensidade à superfície da água.
Determine o valor de b para esse instante e local. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

b) Considere agora *b*=0,05 e *a*=10.
Estude essa função quanto à monotonia e existência de assímptotas do seu gráfico.
Interprete os resultados obtidos no contexto da situação descrita. *(2007)*

5. Seja *f* a função, de domínio $[1,5]$, definida por $f(x)=\ln x$.

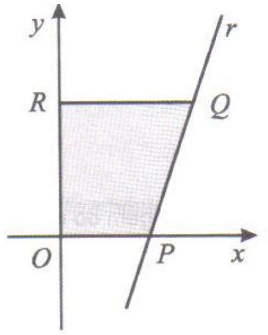


Na figura está representado em referencial o.n. xOy, o gráfico da função *f*. Considere que um ponto *P* se desloca ao longo o gráfico de *f*. Para cada posição do ponto *P*, considere o rectângulo em que um dos seus lados está contido no eixo O*x*, outro na recta de equação *x*=5 e os outros dois nas rectas vertical e horizontal que passam pelo ponto *P*.

Exprima a área do rectângulo em função da abcissa de *P*, e, recorrendo à calculadora gráfica, determine a abcissa de *P* (aproximada às centésimas) para a qual a área do rectângulo é máxima. Apresente os elementos recolhidos na utilização da calculadora: o gráfico obtido e o ponto de ordenada máxima e respectivas coordenadas. *(2007)*

6. Seja $f:[0,2]\to IR$ uma função contínua tal que $f(0)=f(2)=0$ *e* $f(1)\rangle 0$.
Prove que existe pelo menos um número real c no intervalo $]0,1[$ tal que $f(c)=f(c+1)$.
Sugestão: considere a função $g:[0,1]\to IR$, definida por $g(x)=f(x)-f(x+1)$ *(2006)*

7. Seja *f* a função, de domínio $]1,+\infty[$, definida por $f(x)=x+x\ln(x-1)$.
Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes:



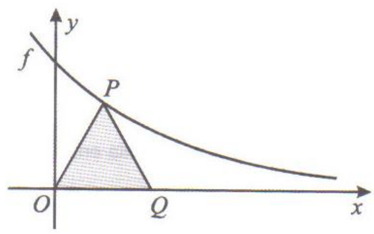
a) Estude a função quanto à existência de assímptotas do seu gráfico.
b) Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy, uma recta *r* e um trapézio [OPQR].
- Q tem abcissa 2 e pertence ao gráfico de *f* (o qual não está representado na figura;
- *r* é tangente ao gráfico de *f* no ponto Q;
- P é o ponto de intersecção da recta *r* com o eixo OX;
- R pertence ao eixo OY e tem ordenada igual à do ponto Q.

Determine a área do trapézio [OPQR]. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
(2006)

8. De uma função *f*, de domínio IR, sabe-se que:
- *f* é contínua;
- a recta de equação *y*=*x* é assímptota do gráfico de *f*, quer quando $x\to+\infty$, quer quando $x\to-\infty$.

Mostre que o gráfico da função *g*, definida, em IR, por $g(x)=x\,f(x)$, não tem qualquer assímptota.
(2006)

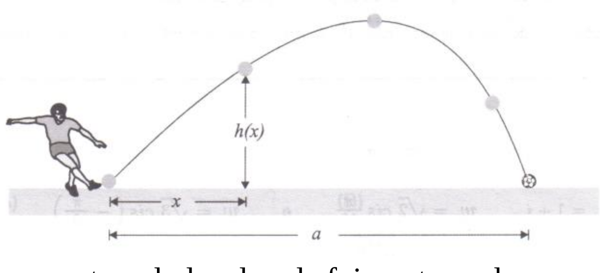
9. Na figura estão representados:



- parte do gráfico da função *f*, de domínio IR, definida por $f(x)=e^{-x}$;
- um triângulo isósceles [OPQ] $(\overline{PO}=\overline{PQ})$, em que O é a origem do referencial, P é um ponto do gráfico de *f* e Q pertence ao eixo das abcissas.

a) Mostre que, para cada $x\in IR^+$, se tem $A(x)=xe^{-x}$.
b) Sem recorrer à calculadora, estude a função *A* quanto à monotonia e conclua qual é o valor máximo que a área do triângulo [OPQ] pode assumir. *(2006)*

10. Na figura está representada a trajectória de uma bola de futebol, depois de ter sido pontapeada por um jogador, durante um jogo do EURO 2004. Designou-se por ***a*** a distância, em metros, entre o ponto onde a bola foi pontapeada e o ponto onde ela caiu. Considere a função *g* definida em [0 , *a*] por $g(x)=2x+10\ln(1-0{,}1x)$.



Admita que *g*(*x*) é a distância, em metros, da bola ao solo, no momento em que a sua projecção no solo se encontra a *x* metros do local onde foi pontapeada.
a) **Recorrendo à calculadora**, determine o valor de ***a***.
Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às centésimas).
b) **Sem utilizar a calculadora**, **a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos**, estude a função g quanto à monotonia e conclua qual foi a maior altura que a bola atingiu, relativamente ao solo, depois de pontapeada. Apresente o resultado em metros, arredondado às centésimas.
c) **Sem utilizar a calculadora**, mostre que a taxa de variação média da função *g*, no intervalo $[1,3]$, é
$\ln\left[e^2\left(\frac{7}{9}\right)^5\right]$. *(2005)*

11. No início de 1972 havia 400 lobos num determinado parque natural. As medidas de protecção a lobos fizeram com que o referido número aumentasse continuamente. Os recursos do parque permitem que o número de lobos cresça até bastante perto de um milhar, mas não permite que este número seja ultrapassado. Nestas condições, apenas uma das expressões seguintes pode definir a função N que dá o número aproximado de lobos existentes no parque natural, t anos após o início de 1972.

$(A)\ \dfrac{1000}{1+e^{-0,5t}}$ $(B)\ \dfrac{1000}{1+1,5e^{-0,5t}}$ $(C)\ \dfrac{1200}{1+2e^{-t}}$ $(D)\ 1000-\dfrac{600(t^3+1)}{e^t}$

Qual é a expressão correcta? Numa pequena *composição*, explique as razões que o levam a rejeitar as outras três expressões (**apresente três razões diferentes, uma por cada expressão rejeitada**).
Nota: poder-lhe-á ser útil recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtidos. *(2005)*

12. Seja f uma função de domínio IR$^+$, tal que a sua derivada é dada por $f'(x)=2+x\ln x,\ \forall x\in IR^+$.
Sem recorrer à calculadora, resolva as alíneas seguintes.

a) Seja r a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.
Seja P o ponto de intersecção da recta r com o eixo OX.
Sabendo que $f(1)=3$, determine a abcissa do ponto P.

b) Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão. *(2005)*

13. Admita que o número de elementos de uma população de aves, t anos após o início de 1970, é dado aproximadamente por $P(t)=5,2\times10^7\times e^{(N-M)t},\ t\geq 0$, em que N e M são duas constantes, denominadas, respectivamente, taxa de natalidade e taxa de mortalidade da população. **Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes:

a) Sabendo que $N\langle M$, calcule $\lim\limits_{t\to+\infty}P(t)$ e interprete o resultado obtido, no contexto do problema.

b) No início de 2000, a população era metade da que existia no início de 1970.
Sabendo que a taxa de natalidade é 7,56, determine a taxa de mortalidade. Apresente o resultado arredondado às centésimas.
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos conserve, no mínimo, três casas decimais. *(2005)*

14. Considere, para cada $\alpha\in\left]0,1\right[$, a função, de domínio IR$^+$, definida por $f(x)=x^\alpha$.
Prove que, qualquer que seja o valor de $\alpha\in\left]0,1\right[$, o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo. *(2004)*

15. Considere a função f, de domínio $IR\setminus\{0\}$, definida por $f(x)=\dfrac{e^x-1}{x}$.

a) **Sem recorrer à calculadora**, resolva as duas alíneas seguintes:
a.1) Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.
a.2) Estude a função f quanto à existência de assímptotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

b) O conjunto solução da inequação $f(x)\leq 3+\ln x$ é um intervalo fechado $[a,b]$.
Recorrendo à sua calculadora, determine, graficamente, valores para a e b, arredondados às centésimas.
Nota: apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, o gráfico ou gráficos obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos. *(2004)*

16. Considere a função f, de domínio IR, definida por $f(x)=1+3x^2e^{-x}$.

a) **Sem recorrer à calculadora**, mostre que a função f tem um único mínimo relativo e determine-o.

b) **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), mostre que, no intervalo $\left]-1,0\right[$, existe pelo menos um objecto cuja imagem, por meio de f, é 4. *(2004)*

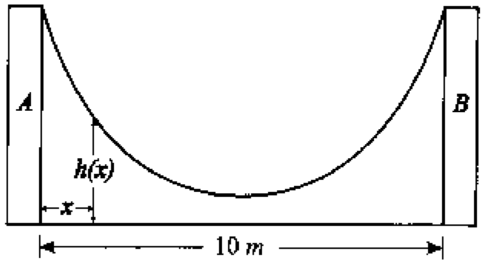
17. Admita que, ao longo dos séculos XIX e XX e dos dois primeiros anos do século XXI, a população de Portugal Continental, em milhões de habitantes, é dada, aproximadamente, por $\mathbf{p(t)} = 3{,}5 + \dfrac{6{,}8}{1+12{,}8\,\mathbf{e}^{-0{,}036\mathbf{t}}}$

(considere que *t* é medido em anos e que o instante *t*=0 corresponde ao **início** do ano 1864).

a) De acordo com este modelo, qual será a população de Portugal Continental no final do presente ano? Apresente o resultado em milhões de habitantes, arredondado às décimas.

b) **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), resolva o seguinte problema: "*De acordo com este modelo, em que ano a população de Portugal Continental foi de 3,7 milhões de habitantes*?" *(2003)*

18. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre duas paredes, **A** e **B**, distanciadas de 10 metros, como se mostra na figura. Considere a função *h* definida por $h(x) = 15 - 4\ln(-x^2 + 10x + 11)$. Admita que *h*(x) é a altura, em metros, do ponto da rampa situado a *x* metros à direita da parede A.



a) Determine a altura da parede **A**. Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

b) Sem recorrer à calculadora, estude a função *h* quanto à monotonia e conclua daí que, tal como a figura sugere, é num ponto equidistante das duas paredes que a altura da rampa é mínima.

c) Mostre, analiticamente, que $h(5-x) = h(5+x)$.
Interprete esta igualdade no contexto da situação descrita. *(2003)*

19. De uma função *f*, de domínio IR, sabe-se que a sua derivada é dada por $f'(x) = (x+1)e^x - 10x$.
Seja A o único ponto de inflexão do gráfico de *f*.
Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abcissa do ponto A, arredondada às décimas. Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora. *(2003)*

20. Num laboratório foi colocado um purificador de ar. Num determinado dia, o purificador foi ligado às zero horas e desligado algum tempo depois. Ao longo desse dia, o nível de poluição do ar **diminuiu**, enquanto o purificador esteve ligado. Uma vez o purificador desligado, o nível de poluição do ar **começou de imediato a aumentar**.
Admita que o nível de poluição do ar no laboratório, medido em mg/l de ar, às *t* horas desse dia, pode ser dado por $P(t) = 1 - \dfrac{\ln(t+1)}{t+1}$, $t \in [0,\ 24]$, (ln designa logaritmo de base e).

a) Qual é o nível de poluição à uma hora e trinta minutos **da tarde**?
Apresente o resultado na unidade considerada, arredondado às décimas.

b) **Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva o seguinte problema: "*Quanto tempo esteve o purificador de ar ligado*?"
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). *(2003)*

21. Prove que, para qualquer função quadrática *g*, existe um e um só ponto do gráfico onde a recta tangente é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares. *(2003)*

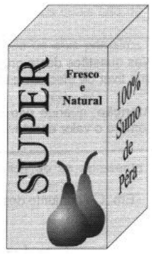
22. O **nível** *N* de um som, medido em decibéis, é função da sua **intensidade** *I*, medida em Watt por metro quadrado, de acordo com a igualdade $N = 10\log_{10}\left(10^{12} I\right)$, para $I \rangle 0$.
Utilizando métodos exclusivamente analíticos, resolva as duas alíneas seguintes.

a) Verifique que $N = 120 + 10\log_{10} I$.

b) Admita que o nível de ruído de um avião a jacto, ouvido por uma pessoa que se encontra na varanda de um aeroporto, é de 140 decibéis. Determine a intensidade desse som, em watt por metro quadrado. *(2002)*

23. Seja f uma função contínua, de domínio $[0, 5]$ e contradomínio $[3, 4]$. Seja g a função, de domínio $[0, 5]$, definida por $g(x) = f(x) - x$. Prove que a função g tem, pelo menos, um zero. *(2002)*

24. Uma nova empresa de refrigerantes pretende lançar no mercado embalagens de sumo de fruta, com capacidade de dois litros. Por questões de *marketing*, as embalagens deverão ter a forma de um prisma quadrangular regular.



a) Mostre que a área total da embalagem á dada por $A(x) = \dfrac{2x^3 + 8}{x}$ (x é o comprimento da aresta da base, em dm; recorde que 1 litro=1dm^3).

b) Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor de x para o qual a área da embalagem é mínima e determine-o. *(2002)*

25. Seja f uma função de domínio IR, com derivada finita em todos os pontos do domínio, e **crescente**.
Sejam a e b dois quaisquer números reais. Considere as rectas r e s, tangentes ao gráfico de f nos pontos de abcissas a e b, respectivamente.
Prove que as rectas r e s **não** podem ser perpendiculares. *(2002)*

26. Doses terapêuticas iguais de um certo antibiótico são administradas, pela primeira vez, a duas pessoas: a Ana e o Carlos. Admita que, durante as doze primeiras horas após a tomada simultânea do medicamento pela Ana e pelo Carlos, as concentrações de antibiótico, medidas em miligramas por litro de sangue, são dadas, respectivamente, por $A(t) = 4t^3e^{-t}$ e $C(t) = 2t^3e^{-0,7t}$. A variável t designa o tempo, medido em horas, que decorre desde o instante em que o medicamento é tomado $(t \in [0, 12])$.

a) Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efectuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.

a.1) Determine o valor da concentração deste antibiótico no sangue da Ana, quinze minutos depois de ela o ter tomado. Apresente o resultado, em miligramas por litro de sangue, arredondado às centésimas.

a.2) No instante em que as duas pessoas tomam o medicamento, as concentrações são iguais (por serem nulas). Determine quanto tempo depois as concentrações voltam a ser iguais. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

b) Considere as seguintes questões:

I. Quando a concentração ultrapassa 7,5 miligramas por litro de sangue, o medicamento pode ter efeitos secundários indesejáveis. Esta situação ocorrerá, neste caso, com alguma destas duas pessoas? Caso afirmativo, com quem? E em quantos miligramas por litro o referido limiar será ultrapassado?

II. Depois de atingir o nível máximo, a concentração começa a diminuir. Quando fica inferior a 1 miligrama por litro de sangue, é necessário tomar nova dose do medicamento. Quem deve tomá-la em primeiro lugar, a Ana ou o Carlos? E quanto tempo antes do outro?

Use as capacidades gráficas da sua calculadora para investigar estas duas questões. Numa composição, com cerca de dez linhas, explicite as conclusões a que chegou, justificando devidamente. Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às décimas). *(2002)*

27. Malmequeres de Baixo é uma população com 5000 habitantes.

a) Num certo dia ocorreu um acidente nessa povoação, que foi testemunhado por algumas pessoas. Admita que t horas depois do acidente, o número (*expresso em milhares*) de habitantes de Malmequeres de Baixo que sabiam do ocorrido era, aproximadamente, $f(t) = \dfrac{5}{1 + 124e^{-0,3t}}, t \geq 0$. Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de assimptotas do seu gráfico. Interprete as conclusões a que chegou, no contexto do problema.

b) Alguns dias depois , ocorreu outro acidente no mesmo local, testemunhado pelas mesmas pessoas. No entanto, neste segundo acidente, a notícia propagou-se mais depressa, no sentido em que, decorrido o mesmo tempo após o acidente, mais pessoas sabiam do ocorrido. Admita que, t horas depois deste segundo acidente, o número (expresso em milhares) de habitantes de Malmequeres de Baixo que sabiam do ocorrido era, aproximadamente, $g(t)=\dfrac{5}{1+ae^{-bt}}$, $t\geq 0$ (para certos valores de a e b). Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, refira o que pode garantir sobre os valores de a e de b, comparando cada um deles com o valor da constante correspondente da expressão de f. *(2001)*

28. Considere a função f, de domínio IR^+, definida por $f(x)=3x-2\ln x$. Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as duas alíneas seguintes:

a) Estude, analiticamente, f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

b) Mostre, analiticamente, que a função f tem um único mínimo.

c) O gráfico f contém um único ponto cuja ordenada é o quadrado da abcissa. Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa desse ponto. *(Apresente o resultado arredondado às décimas)*. Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão*)*. *(2001)*

29. De uma função g, de domínio IR^+, sabe-se que a bissectriz dos quadrantes ímpares é uma assímptota do seu gráfico. Seja h a função, de domínio IR^+, definida por $h(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$. Prove que o eixo Ox é uma assímptota do gráfico de h. *(2001)*

30. Considere que a altura A (em metros) de uma criança do sexo masculino pode ser expressa, aproximadamente, em função do seu peso p (em Kg), por $A(p)=-0{,}52+0{,}55\ln(p)$**.** Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efectuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.

a) O Ricardo tem 1,4 m de altura. Admitindo que a altura e o peso do Ricardo estão de acordo com a igualdade referida, qual será o seu peso ? Apresente o resultado em Kg arredondado às unidades.

b) Verifique que, para qualquer valor de p, a diferença $A(2p)$-$A(p)$ é constante. Determine um valor aproximado dessa constante *(com duas casa decimais)* e interprete esse valor, no contexto da situação descrita. *(2001)*

31. Um petroleiro, que navegava no Oceano Atlântico, encalhou numa rocha e sofreu um rombo no casco. Em consequência disso, começou a derramar crude. Admita que às t horas do dia a seguir ao do acidente, a área, em Km^2, de crude espalhado sobre o oceano é dada por $A(t)=16e^{0{,}1t}, t\in[0{,}24]$.

a) Verifique que, para qualquer valor de t, $\dfrac{A(t+1)}{A(t)}$ é constante. Determine um valor aproximado dessa constante *(arredondado às décimas)* e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

b) Admita que a mancha de crude é circular, com centro no local onde o petroleiro encalhou. Sabendo que esse local se encontra a 7 Km da costa, determine a que horas, do dia a seguir ao do acidente, a mancha de crude atingirá a costa.
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). (*2001)*

32. A pressão atmosférica de cada local da Terra depende da altitude a que este se encontra. Admita que a pressão atmosférica P (medida em quilopascal) é dada, em função da altitude h (em Km), por $P(h)=101e^{-0{,}12h}$.

a) A montanha mais alta de Portugal é o Pico, na Ilha do Pico – Açores. A altitude do cume do Pico é 2350 metros. Qual o valor da pressão atmosférica, nesse local? *Apresente o resultado em quilopascal, arredondado às* unidades.

b) Determine x tal que, para qualquer h, $P(h+x)=\dfrac{1}{2}P(h)$. Apresente o resultado arredondado às décimas. Interprete o valor obtido, no contexto do problema. *(2000)*

33. Considere a função f de domínio IR, definida por $f(x)=e^{x}(x^{2}+x)$. Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, resolva as alíneas seguintes:

a) Verifique que $f'(x)=e^{x}(x^{2}+3x+1)$ e determine uma equação da recta tangente ao gráfico de *f*, no ponto de abcissa 0.

b) Estude *f* quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão. *(2000)*

34. Um laboratório farmacêutico lançou no mercado um novo analgésico: o *AntiDor*. A concentração deste medicamento, em decigramas por litro de sangue, *t* horas após ser administrado a uma pessoa é dada por $C(t)=t^{2}e^{-0,6t}\quad (t\geq 0)$.

a) Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, determine o valor de *t* para qual é máxima a concentração de *AntiDor* no sangue de uma pessoa que o tenha tomado. Calcule o valor dessa concentração máxima, apresentando o resultado na unidade considerada com *aproximação às décimas*.

b) O mesmo laboratório realizou uma campanha de promoção deste medicamento, baseada no slogan *"AntiDor – Acção Rápida e prolongada!"*

Numa breve composição, de 60 a 120 palavras, comente o *slogan* tendo em conta que:

- para a maioria das dores, o *AntiDor* só produz efeito se a sua concentração for superior a 1 decigrama por litro de sangue;
- de acordo com uma associação de defesa do consumidor, um bom analgésico deve começar a produzir efeito, no máximo, meia hora após ter sido tomado, e a sua acção deve permanecer durante, pelo menos, 5 horas (após ter começado a fazer efeito).

Nota: *na resolução desta questão deve utilizar as capacidades gráficas da sua calculadora e enriquecer a sua composição com o traçado de um ou mais gráficos*. *(2000)*

35. Considere a função *f*, de domínio IR\{1}, definida por $f(x)=\dfrac{e^{x}}{x-1}$. Recorrendo a processos analíticos, resolva:

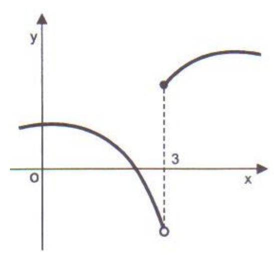
a) Estude a função *f* quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

b) Resolva a equação $\ln[f(x)]=x$.

c) Estude a função *f* quanto à existência de assimptotas verticais e horizontais do seu gráfico. *(2000)*

36. Considere uma função *f* de domínio IR^{+}. Admita que *f* é positiva e que o eixo *Ox* é assímptota do gráfico de *f*. Mostre que o gráfico da função $\dfrac{1}{f}$ não tem assímptota horizontal. *(2000)*

37. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f*, real de variável real. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

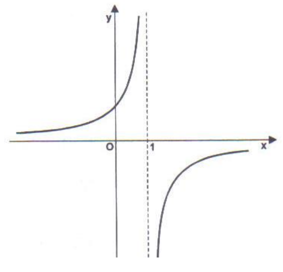


$(A)\ \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{f(x)}=0$ $\qquad(B)\ \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{2}$

$(C)\ \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{f(x)}=-\dfrac{1}{2}$ $\qquad(D)$ Não existe $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{f(x)}$

(2007)

38. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *g*, real de variável real. Tal como a figura sugere, a recta de equação *x*=1 é assímptota do gráfico da função *g*.



Seja $h: IR\rightarrow IR$ a função definida por $h(x)=x-1$. O valor de $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{h(x)}{g(x)}$ é:

$(A)\ -\infty$ $\qquad(B)\ +\infty$ $\qquad(C)\ 0$ $\qquad(D)\ 1$

(2007)

39. Considere um rectângulo cuja área é igual a 5.
Qual das seguintes expressões representa o perímetro deste rectângulo, em função do comprimento, x, de um dos lados?

$(A)\ 2x+\dfrac{10}{x}$ $\qquad (B)\ 2x+\dfrac{2x}{5}$ $\qquad (C)\ 2x+\dfrac{5}{x}$ $\qquad (D)\ x+\dfrac{5}{x}$ *(2007)*

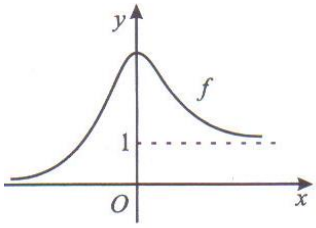
40. Identifique o valor de $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{4-x^2}$.

$(A)\ 0$ $\qquad (B)\ 1$ $\qquad (C)\ +\infty$ $\qquad (D)\ -\infty$ *(2007)*

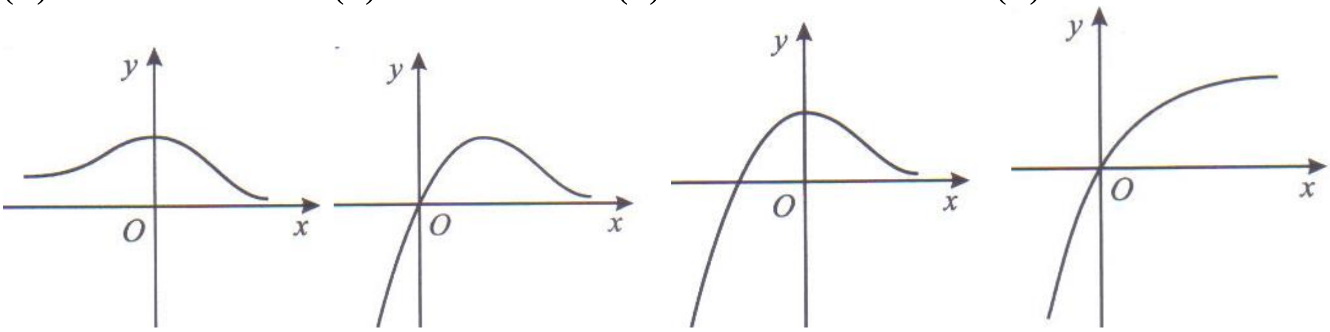
41. Sabendo que $\ln(x)-\ln(e^{\frac{1}{3}}) \rangle 0$, um valor possível para x é:

(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 2 *(2007)*

42. N afigura está parte da representação gráfica de uma função f, de domínio IR. Tal como a figura sugere, o eixo Ox e a recta de equação y=1 são assímptotas do gráfico de f.
Seja g a função, de domínio IR, definida por $g(x)=\ln[f(x)]$.
Numa das opções seguintes está parte da representação gráfica da função g. Em qual delas?



(A) (B) (C) (D)

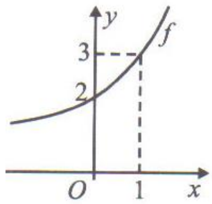


(2007)

43. Seja f uma função de domínio IR. Sabe-se que 3 é um zero da função f.
Seja g a função definida por $g(x)=f(x-1)+4$, para qualquer número real x.
Qual dos seguintes pontos pertence garantidamente ao gráfico da função g?

(A) (2,4) (B) (4,4) (C) (4,8) (D) (1,7) *(2007)*

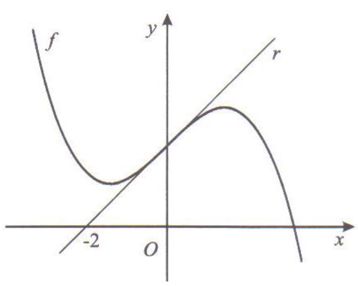
44. Sejam a e b dois números reais positivos. Na figura está parte do gráfico de uma função f, de domínio IR, definida por $f(x)=a^x+b$. Tal com a figura sugere, os pontos (0,2) e (1,3) pertencem ao gráfico de f. Quais são os valores de a e de b?



$(A)\, a=2; b=1$ $\qquad (B)\, a=2; b=3$ $\qquad (C)\, a=3; b=2$ $\qquad (D)\, a=3; b=1$

(2006)

45. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial f. Tal como a figura sugere, o gráfico da função f tem a concavidade voltada para cima em $]-\infty,0]$ e para baixo em $[0,+\infty[$. A recta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 0, é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares e intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa –2.
Sabendo que f ' e f '' designam, respectivamente, a primeira e a segunda derivadas de f, indique o valor de $f(0)+f'(0)+f''(0)$.



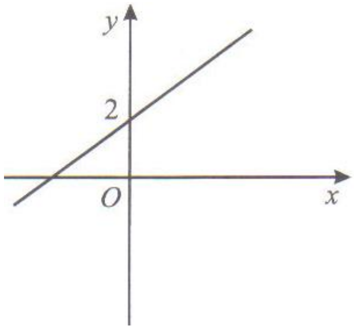
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

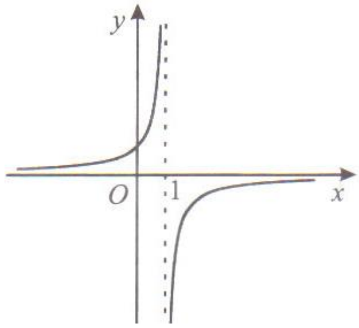
(2006)

46. De duas funções, *f* e *g*, sabe-se que:

- o gráfico de *f* é uma recta, cuja ordenada na origem é igual a 2;
- o gráfico de *g* é uma hipérbole, e a recta de equação *x*=1 é assímptota do gráfico de *g*.

Nas figuras seguintes estão representadas parte dessa recta e parte dessa hipérbole.

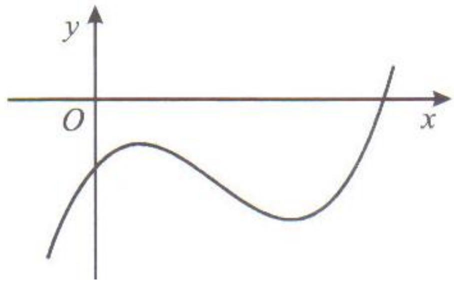




Indique o valor de $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

(A) 0 (B) 2 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$ *(2006)*

47. Na figura está parte do gráfico de uma função *h*, de domínio IR.
Sejam *h'* e *h''* a primeira e a segunda derivadas de *h*, respectivamente.
Admita que estas duas funções também têm domínio IR.
Qual das expressões seguintes designa um número positivo?



(A) $h(0)+h''(0)$ (B) $h(0)-h'(0)$

(C) $h'(0)-h''(0)$ (D) $h'(0)\times h''(0)$

(2006)

48. Seja *g* a função definida em IR por $g(x)=\dfrac{e^x+5}{2+\cos x}$. Considere a sucessão de termo geral $u_n=\dfrac{n+1}{n^2}$.

Indique o valor de $\lim g(u_n)$.

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 *(2006)*

49. Seja *h* a função, de domínio IR, definida por $h(x)=\dfrac{\ln\left(\sqrt{e^x}\right)}{2}$.

Qual das seguintes expressões pode também definir h?

$(A)\sqrt{x}$ $(B)\dfrac{x}{2}$ $(C)\ \dfrac{x}{4}$ $(D)\ \dfrac{\sqrt{x}}{2}$ *(2006)*

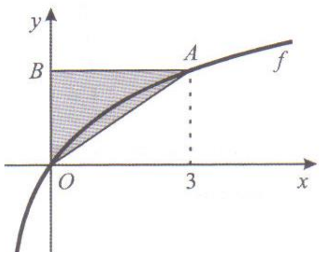
50. De uma função *f*, contínua em IR, sabe-se que *f*(3)=8 e *f*(7)=1.
Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira

(A) $1\le f(6)\le 8$ (B)A função *f* não tem zeros em $[3,7]$.

(B) $f(4)\rangle f(5)$ (D) 2 pertence ao contradomínio de *f*. *(2005)*

51. Na figura junta está representada, em referencial o.n. *x*O*y*, parte do gráfico da função *f*, definida, em $]-1,+\infty[$, por $f(x)=\log_2(x+1)$.
Na mesma figura, está também representado um triângulo rectângulo [ABO]. O ponto A tem abcissa 3 e pertence ao gráfico de *f*.
O ponto B pertence ao eixo O*y*.
Qual é a área do triângulo [ABO]?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

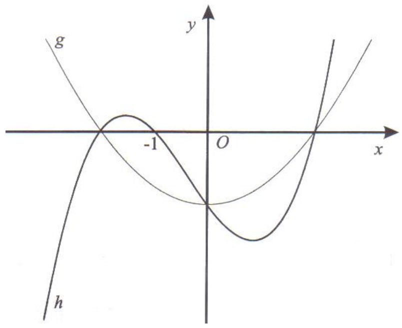


(2005)

52. Considere uma função *f*, de domínio IR\{5}, contínua em todo o seu domínio.
Sabe-se que: $\lim_{x\to 5} f(x) = -3$; $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x\to -\infty}\left[f(x) - x\right] = 0$.
Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma recta.
Em qual das opções as duas rectas assim definidas são as assímptotas do gráfico da função *f*?

(A) $y = x$ e $y = 2$ (B) $y = 2$ e $x = 5$ (C) $y = x$ e $x = 5$ (D) $y = -3$ e $x = 2$ *(2005)*

53. Na figura estão representadas partes dos gráficos de duas funções polinomiais, *g* e *h*, ambas de domínio IR.

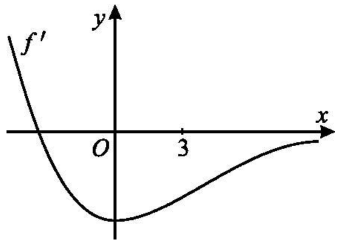


Qual das expressões seguintes pode definir uma função *f*, de domínio IR, tal que $f \times g = h$?

(A) $x-1$ (B) $-x+1$

(C) $x+1$ (D) $-x-1$ *(2005)*

54. Seja *f* uma função de domínio IR, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio.



Na figura encontra-se parte do gráfico de *f '*, função derivada de *f*.
Sabe-se ainda que *f*(0)=2. Qual pode ser o valor de *f*(3)?
(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 7

(2004)

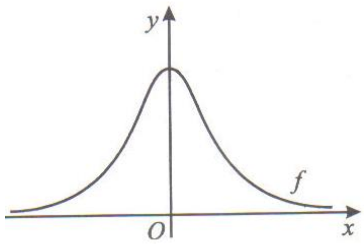
55. Indique o valor de *p* para o qual se verifica a igualdade $\log_p 16 = 4$

(A) -4 (B) 4 (C) 2 (C) $\sqrt{2}$ *(2004)*

56. Para um certo valor de *k*, é contínua em IR a função *g*, definida por $g(x) = \begin{cases} k + \cos x, \ x \le 0 \\ \dfrac{\ln(1+x)}{x}, \ x \rangle 0 \end{cases}$.

Qual é o valor de *k*?
(A) –1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 *(2004)*

57. Na figura está parte da representação gráfica de uma função *f*, par e positiva, da qual a recta de equação *y*=0 é assímptota.



Qual é o valor de $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{1}{f(x)}$?

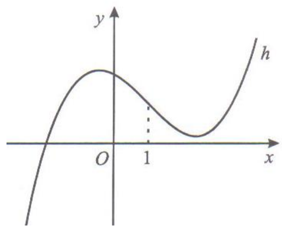
(A) 0 (B) 1 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$

(2004)

58. Sabendo que $\log_2 a = \dfrac{1}{5}$, qual é o valor de $\log_2\left(\dfrac{a^5}{8}\right)$?

(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4 *(2004)*

59. Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função polinomial *h*.



O ponto de abcissa 1 é o único ponto de inflexão do gráfico de *h*.
Qual das expressões seguintes pode definir ***h''***, **segunda derivada da função h**?
$(A)(x-1)^2$ $(B)(1+x)^2$ $(C)x-1$ $(D)1-x$

(2004)

60. Seja g uma função, de domínio A, definida por $g(x)=\ln(1-x^2)$.
Qual dos seguintes poderá ser o conjunto A?

$(A)\,]-e+1, e-1[$ $\qquad$ $(B)\,]-1,1[$ $\qquad$ $(C)\,]0,+\infty[$ $\qquad$ $(D)\,]-\infty,1[$ $\qquad$ *(2003)*

61. De uma função f, de domínio $[-4,5]$ e contínua em todo o domínio, sabe-se que:

- $f(-4)=6 \qquad f(2)=-1 \qquad f(5)=1$
- f é estritamente decrescente no intervalo $[-4,2]$
- f é estritamente crescente no intervalo $[2,5]$

Quantas soluções tem a equação $f(x)=0$?

(A) 0 $\qquad$ (B) 1 $\qquad$ (C) 2 $\qquad$ (D) 3

(2003)

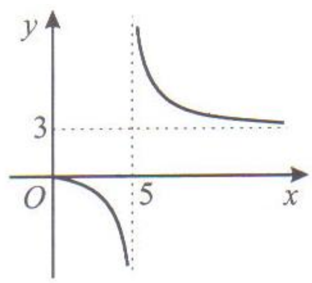
62. Seja $\boldsymbol{f}$ uma função de domínio IR, e seja g a função definida por $g(x)=f(x+1)$.
A recta de equação $y=2x+4$ é a única assímptota do gráfico de f.
Qual das seguintes é uma equação da única assímptota do gráfico de g?

$(A)\, y=2x+6$ $\qquad$ $(B)\, y=2x+4$ $\qquad$ $(C)\, y=2x-4$ $\qquad$ $(D)\, y=2x-6$ $\qquad$ *(2003)*

63. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log_2 x}{e^x-1}$.

$(A)\ 0$ $\qquad$ $(B)\ 1$ $\qquad$ $(C)\ -\infty$ $\qquad$ $(D)\ +\infty$

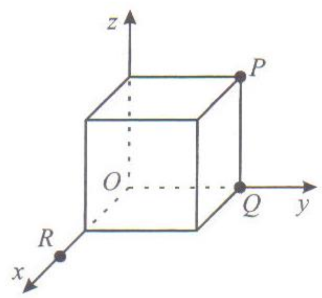
(2003)



64. Na figura está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio $[0,5[\cup]5,+\infty[$.
As rectas de equações $x=5$ e $y=3$ são as únicas assímptotas do gráfico de h.
Indique o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{h(x)}{3+e^{-x}}$.

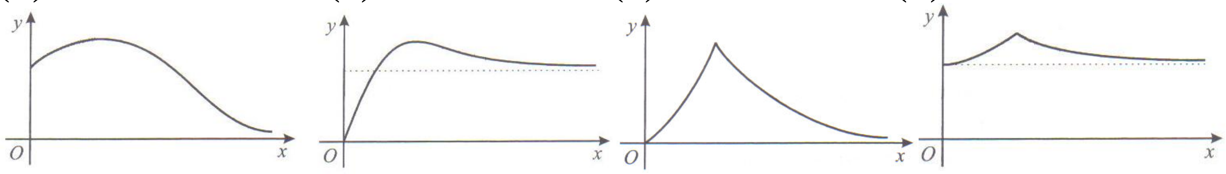
$(A)\ 0$ $\qquad$ $(B)\ 1$ $\qquad$ $(C)\ 5$ $\qquad$ $(D)\ +\infty$ $\qquad$ *(2003)*

65. Na figura está representado um cubo em referencial o.n. O*xyz*. Três das arestas do cubo estão contidas nos eixos do referencial. Os pontos P e Q são dois dos vértices do cubo, pertencentes ao plano *y*O*z*.
Admita que um ponto R, partindo da origem do referencial, se desloca ao longo do semieixo positivo O*x*.
Seja g a função que faz corresponder, à abcissa x do ponto R, a área da secção produzida no cubo pelo plano PQR.



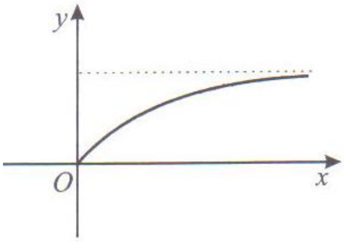
Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g?

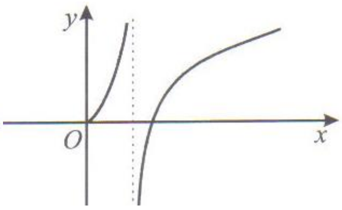
(A) $\qquad$ (B) $\qquad$ (C) $\qquad$ (D)

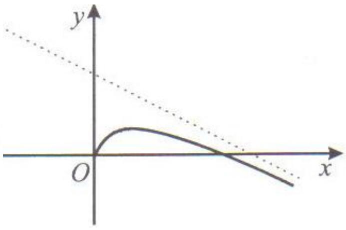


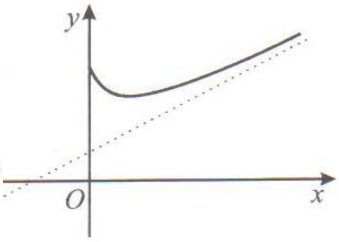
(2003)

66. Considere uma função g, de domínio $[0,+\infty[$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que o gráfico de g tem uma única assímptota e que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x} = \dfrac{1}{2}$. Em qual das alternativas seguintes podem estar representadas, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função g e, a tracejado, a sua assímptota?

(A)


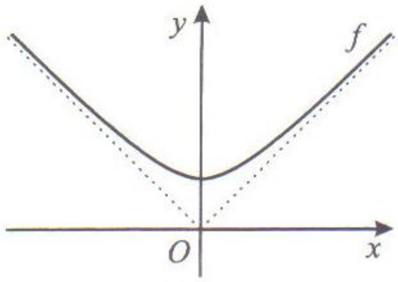
(B)


(C)


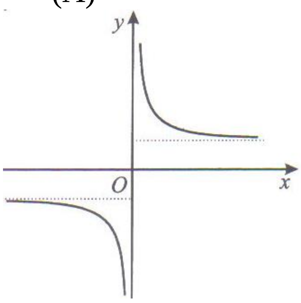
(D)


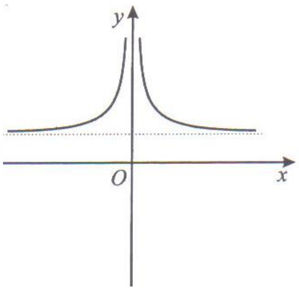
(2003)

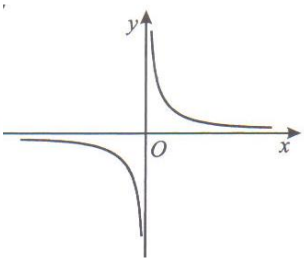
67. Na figura junta está representada parte do gráfico de uma função f de domínio IR, contínua em todo o seu domínio. A bissectriz dos quadrantes pares e a bissectriz dos quadrantes ímpares são assímptotas do gráfico de f.

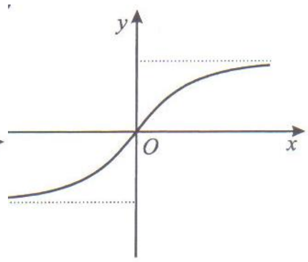


Indique em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função g definida por $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

(A)


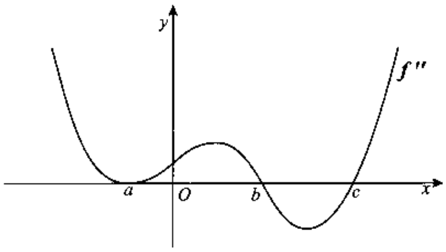
(B)


(C)


(D)


(2003)

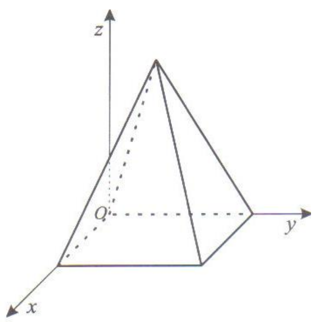
68. Seja f uma função de domínio IR. Na figura está representada parte do gráfico de f'', **segunda derivada** da função f. Relativamente ao gráfico da **função** f, qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) O ponto de abcissa a é um ponto de inflexão.
(B) O ponto de abcissa c é um ponto de inflexão.
(C) A concavidade está voltada para baixo no intervalo $[0, b]$.
(D) A concavidade está sempre voltada para cima.

(2002)

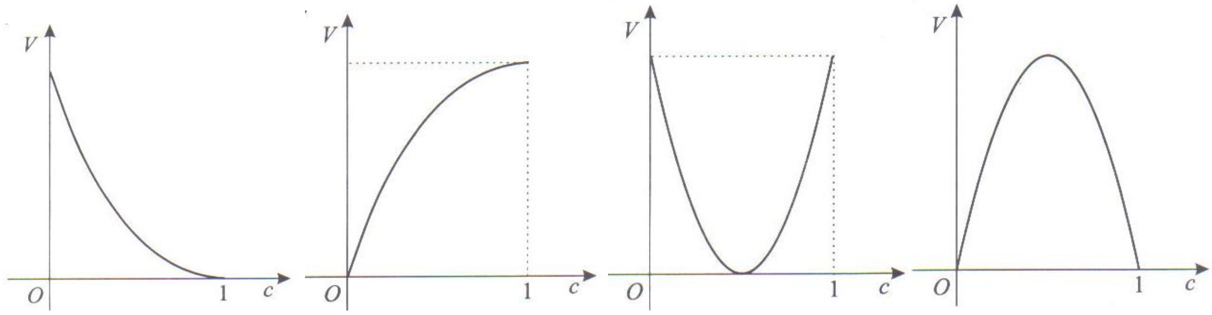
69. Considere num referencial o.n. Oxyz, uma pirâmide quadrangular regular, de altura 1, cuja base está contida no plano xOy.



Para cada $c \in [0,1]$, seja $V(c)$ o volume da parte da pirâmide constituída pelos pontos cuja cota é **superior ou igual** a c.

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função V?

(A) (B) (C) (D)



(2002)

70. De uma função f, de domínio IR, sabe-se que f(5)=0 e f é uma função par. Seja g a função, de domínio IR, definida por g(x)=f(x+3). Qual dos seguintes pode ser o conjunto dos zeros de g?

$(A)\ \{0,3\}$ $(B)\ \{3,5\}$ $(C)\ \{-8,2\}$ $(D)\ \{2,8\}$ *(2002)*

71. De uma função *h*, de domínio $\mathbf{IR}^-$, sabe-se que a recta de equação ***y*=2** é assímptota do seu gráfico.

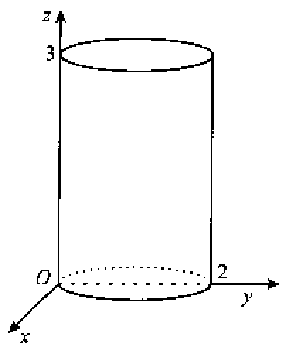
Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{h(x)}{e^x}$?

$(A)\ +\infty$ $(B)\ -\infty$ $(C)\ 0$ $(D)\ 2$ *(2002)*

72. Na figura está representado, em referencial o.n. Oxyz, um cilindro de revolução. A altura do cilindro é 3 e uma das bases está contida no plano *x*O*y*, sendo o seu centro o ponto (0, 1, 0) e o seu raio igual a 1. Seja $\mathbf{b} \in \left]0,2\right[$ e seja ***f*** a função que, a cada valor de **b**, faz corresponder o perímetro da secção produzida no cilindro pelo plano de equação **y=b**.

Qual é o máximo da função ***f*** ?

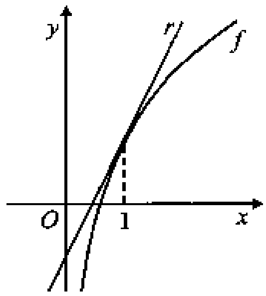
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 *(2002)*



73. Seja h uma função **contínua**, de domínio IR.

Qual dos seguintes conjuntos **não pode** ser o contradomínio de h?

$(A)\ IR$ $(B)\ IR\setminus\{0\}$ $(C)\ IR^-$ $(D)\ \left]0,1\right[$ *(2002)*



74. Na figura estão representadas, num referencial o.n. *x*O*y*, parte de uma função ***f***, de domínio $\mathbf{IR}^+$, definida por $f(x)=1+2\ln x$, e a recta ***r***, tangente ao gráfico de ***f*** no ponto de abcissa 1. Qual é o declive da recta ***r***?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(2002)

75. O gráfico da função **f**, de domínio IR, definida por $\mathbf{f(x)}=0{,}1+0{,}2\,\mathbf{e}^{0{,}3\mathbf{x}}$, tem uma única assímptota. Qual das condições seguintes é uma equação dessa assímptota?

$(A)\ y=0$ $(B)\ y=0{,}1$ $(C)\ y=0{,}2$ $(D)\ y=0{,}3$ *(2002)*

76. Para um certo valor de *k*, é contínua em IR a função **f** definida por $f(x)=\begin{cases}0 & \text{se } x\le 0\\ \ln(x+k) & \text{se } x\rangle 0\end{cases}$

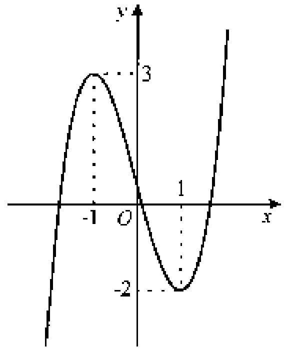
Qual é o valor de *k*?

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1 *(2001)*

77. Na figura está parte da representação gráfica de uma função **g**, polinomial do terceiro grau. A função **g** admite máximo relativo igual a 3 para x=-1 e admite mínimo relativo igual a –2 para x=1. Qual é o conjunto dos valores de **b** para os quais a equação **g(x)=b** tem três soluções distintas?

(A) $\left]-2,+\infty\right[$ **(B)** $\left]-\infty,3\right[$ **(C)** $\left]-2,3\right[$ **(D)** $\left[-2,3\right]$

(2001)



78. Seja *f* uma função tal que a sua derivada, no ponto 3, é igual a 4.

Indique o valor de $\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{x^2-9}$.

(A) 0 **(B)** 4 **(C)** $\dfrac{3}{2}$ **(D)** $\dfrac{2}{3}$ *(2001)*

79. Seja *h* a função, de domínio IR, definida por $h(x)=\begin{cases}1+e^x & \text{se } x<0\\ 2 & \text{se } x=0\\ 3x+2 & \text{se } x>0\end{cases}$

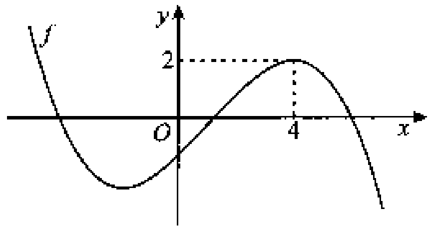
Relativamente à continuidade da função *h*, no ponto 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) É descontínua à esquerda e à direita .
(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita.
(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda. *(2001)*
(D) É contínua.

80. Na figura está representada parte do gráfico de uma função ***f***, polinomial do terceiro grau. 2 é um máximo relativo da função ***f***.
Seja ***g*** a função, de domínio IR, definida por ***g***(***x***)=***f***(***x***)**-2**.
Quantos são os zeros da função ***g***?

(A) quatro (B) três (C) dois (D) um

(2001)



81. Considere as funções f e g, de domínio IR, definidas por $\mathbf{f(x)}=2^{\mathbf{x}}$ e $\mathbf{g(x)}=3^{\mathbf{x}}$.
Qual é o conjunto solução da inequação $\mathbf{f(x)}>\mathbf{g(x)}$?

(A) Conjunto vazio $(B)\ IR$ $(C)\ IR^+$ $(D)\ IR^-$ *(2001)*

82. De uma função **f**, contínua no intervalo $[1,3]$, sabe-se que $\mathbf{f}(1)=7$ e $\mathbf{f}(3)=4$.
Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) A função **f** tem pelo menos um zero no intervalo $[1,3]$
(B) A função **f** não tem zeros no intervalo $[1,3]$.
(C) A equação **f(x)=5** tem pelo menos uma solução no intervalo $[1,3]$.
(D) A equação **f(x)=5** não tem solução no intervalo $[1,3]$. *(2001)*

83. Qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo **a**, igual a $\mathbf{e}^{2\ln \mathbf{a}}$?

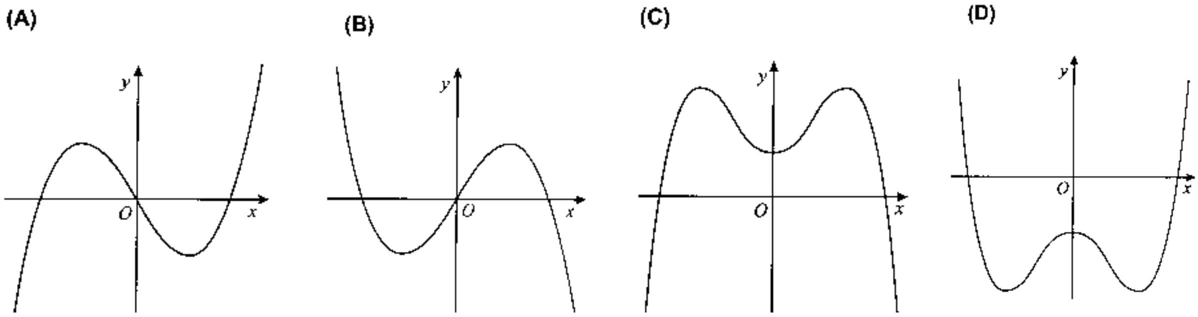
(A) $2\mathbf{a}$ **(B)** $2+\mathbf{a}$ **(C)** $2^{\mathbf{a}}$ **(D)** $\mathbf{a}^2$ *(2001)*

84. A recta de equação **y = x** é tangente ao gráfico de uma certa função **f**, no ponto de abcissa **0**.
Qual das seguintes expressões pode definir a função **f**?

$(A)\ x^2+x$ $(B)\ x^2+2x$ $(C)\ x^2+2x+1$ $(D)\ x^2+x+1$

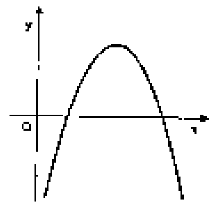
(2001)

85. Seja g uma função, de domínio IR, tal que a sua **segunda derivada** é definida por $\mathbf{g(x)''} = 1 - \mathbf{x}^2$.
Em qual das figuras seguintes poderá estar parte da representação gráfica da **função g** ?



(2001)

86. Na figura está representada parte de uma parábola, que é o gráfico de uma certa função **g**, de domínio IR. Seja **h** a função, de domínio IR, definida por $\mathbf{h(x)} = \mathbf{g(x)} \cdot \mathbf{(x}+3\mathbf{)}^2$. Qual pode ser o conjunto dos zeros da função **h** ?

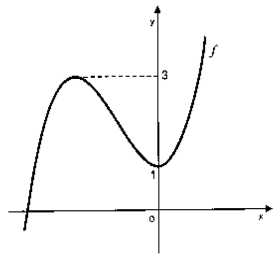


(A) $\{2, 3, 4\}$ **(B)** $\{-3, 1, 4\}$ **(C)** $\{-3, 2, 3, 5\}$ **(D)** $\{-1, 5, 9\}$

(2001)

87. Indique o valor de $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\ln x}{x}$.

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $+\infty$ *(2001)*



88. Seja f uma função polinomial do terceiro grau, cujo gráfico se encontra parcialmente representado na figura. Quantas são as soluções da equação $\boldsymbol{f(x) = 2}$?

(A) quatro (B) três (C) duas (D) uma

(2000)

89. Sejam **f** e **g** duas funções de domínio IR. Sabe-se que o gráfico de **g** é uma **recta**, que designamos por **s** e que $\lim\limits_{\mathbf{x} \to +\infty} \left(\mathbf{f(x)} - \mathbf{g(x)}\right) = 0$. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) A recta **s** é uma assímptota do gráfico de **f**.
(B) A recta **s** é tangente ao gráfico de **f**.
(C) A recta **s** é secante ao gráfico de **f**.
(D) A recta **s** não intersecta o gráfico de **f**.

(2000)

90. O coeficiente de ampliação **A** de uma certa lupa é dado, em função da distância **d** (em decímetros) da lupa ao objecto, por $\mathbf{A(d)} = \dfrac{5}{5 - \mathbf{d}}$. Indique a que distância do objecto tem de estar a lupa para que o coeficiente de ampliação seja igual a 5.

(A) 2 dm (B) 4 dm (C) 6 dm (D) 8 dm *(2000)*

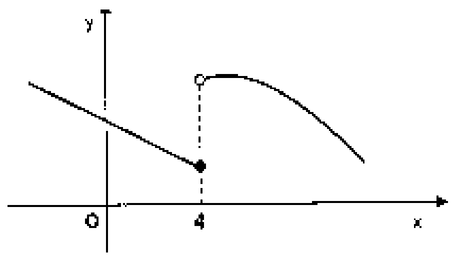
91. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio IR.
Qual das afirmações é verdadeira?

(A) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) \neq f(4)$ e $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = f(4)$

(B) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) \neq f(4)$ e $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) \neq f(4)$

(C) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = f(4)$ e $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = f(4)$

(D) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = f(4)$ e $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) \neq f(4)$



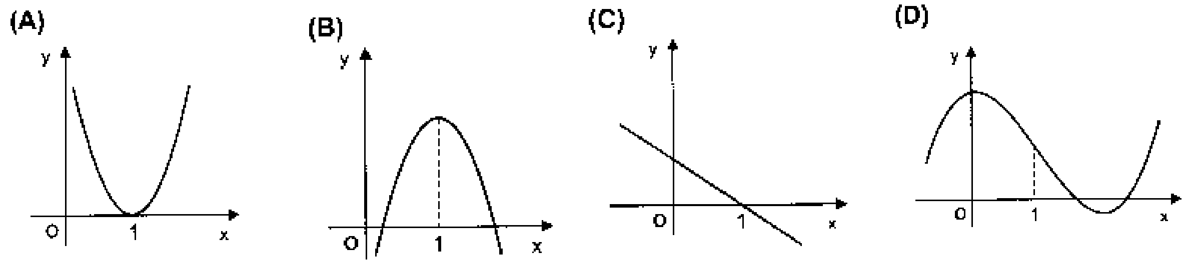
(2000)

92. Seja f uma função de domínio IR e contradomínio $[-3,2]$. Qual é o contradomínio da função | f | ?

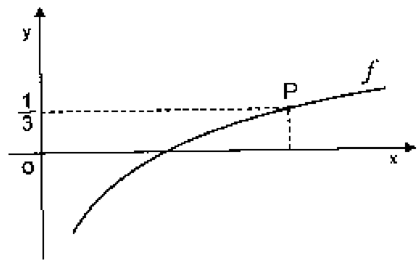
(A) $[0,3]$ **(B)** $[0,2]$ **(C)** $[2,3]$ **(D)** $[-2,3]$

(2000)

93. Seja g uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 1.
Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da segunda derivada de g ? *(2000)*



94. Na figura está parte da representação gráfica da função *f*, de domínio $\mathbf{IR}^+$, definida por $f(x)=\log_8 x$. P é um ponto do gráfico de *f*, que tem ordenada $\frac{1}{3}$. Qual é a abcissa do ponto P ?



(A) $\frac{8}{3}$ **(B)** 1 **(C)** $\ln\left(\frac{8}{3}\right)$ **(D)** 2 *(2000)*

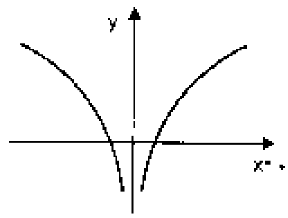
95. Um tanque tem a forma de um paralelepípedo rectângulo, com 7 m de comprimento, 5 m de largura e 4 m de altura. Admita que o tanque está vazio. Num certo instante, é aberta uma torneira que verte água para o tanque, à taxa de 2 m^3 por hora, até este ficar cheio.
Qual é a função que dá a **altura**, em metros, da água no tanque, *t* horas após a abertura da torneira?

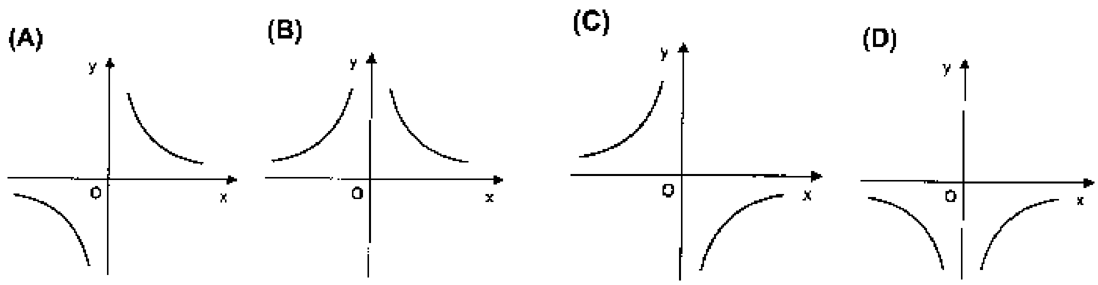
$(A)\ h(t)=4-2t,\ t\in[0,70]$ $(B)\ h(t)=\frac{2t}{35},\ t\in[0,70]$

$(C)\ h(t)=4-2t,\ t\in[0,140]$ $(D)\ h(t)=\frac{2t}{35},\ t\in[0,140]$

(2000)

96. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função g, de domínio $\mathbf{IR}\setminus\{0\}$. Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função **g’**, **derivada** de **g**?



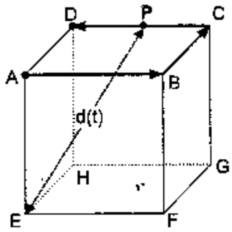


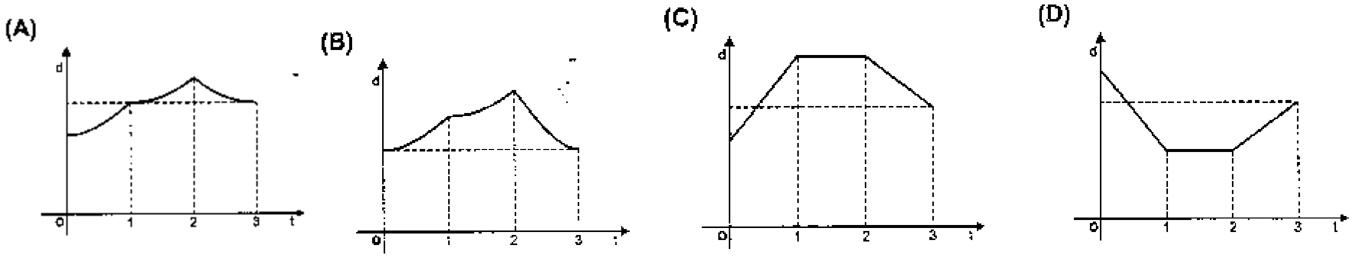
(2000)

97. Sejam **a**, **b** e **c** três números reais tais que $\mathbf{\log_a(b)=c}$. Qual é o valor de $\mathbf{\log_a(a\,b)}$?*)*

(A) $1+\mathbf{c}$ **(B)** $\mathbf{a+c}$ **(C)** $\mathbf{a\,c}$ **(D)** $\mathbf{a+b\,c}$ *(2000)*

98. Na figura está representado um cubo. Considere que um ponto **P** se desloca ao longo do trajecto que a figura sugere: **P** parte de A e percorre sucessivamente as arestas $[\mathbf{AB}]$, $[\mathbf{BC}]$ e $[\mathbf{CD}]$, terminando o percurso em D. O ponto P demora um segundo a percorrer cada uma das arestas. Seja **d(t)** a distância do ponto **P** ao ponto E, **t** segundos após a partida. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função **d**?



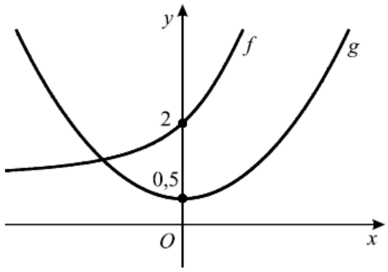


(2000)

99. De uma função ***f***, contínua em IR, sabe-se que *f* é estritamente crescente, ***f*(0)=1** e o eixo O*x* e a bissectriz dos quadrantes ímpares são assímptotas do gráfico de ***f***. Qual é o contradomínio de f ?

(A) $[1,+\infty[$ **(B)** $]-\infty,1]$ **(C)** $]0,+\infty[$ **(D)** $]-\infty,0[$ *(2000)*

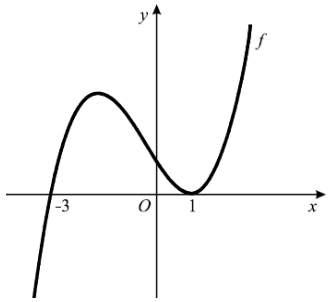
100. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy, partes dos gráficos de duas funções, *f* e *g*, contínuas em *IR*. Tal como a figura sugere, nenhum dos gráficos intersecta o eixo Ox e os gráficos de *g* e de *f* intersectam o eixo Oy nos pontos de ordenadas 0,5 e 2, respectivamente.
Apenas uma das equações seguintes é impossível. Qual delas?



$(A)\ f(x)+g(x)=0$ $(B)\ f(x)-g(x)=0$

$(C)\ f(x)\times g(x)=1$ $(D)\ \dfrac{f(x)}{g(x)}=1$ *(2006)*

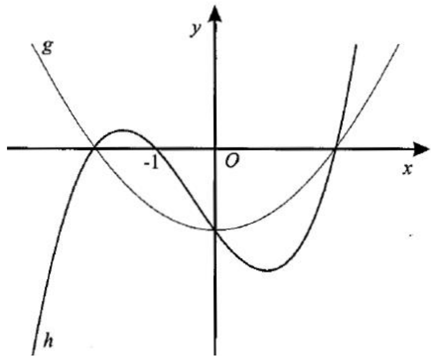
101. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função *f*, contínua em *IR*. A função *f* tem apenas dois zeros: -3 e 1. Seja *g* a função definida por $g(x)=\sqrt{f(x)}$.
Qual dos seguintes conjuntos pode ser o domínio da função *g*?



$(A)\ ]-\infty,1]$ $(B)\ IR\setminus\{-3,1\}$

$(C)\ ]-\infty,-3[$ $(D)\ [-3,+\infty[$ *(2005)*

102. Na figura estão representadas partes dos gráficos de duas funções polinomiais, *g* e*h*, ambas de domínio *IR*.
Qual das expressões seguintes pode definir uma função *f*, de domínio *IR*, tal que $f\times g=h$?



$(A)\ x-1$ $(B)\ -x+1$

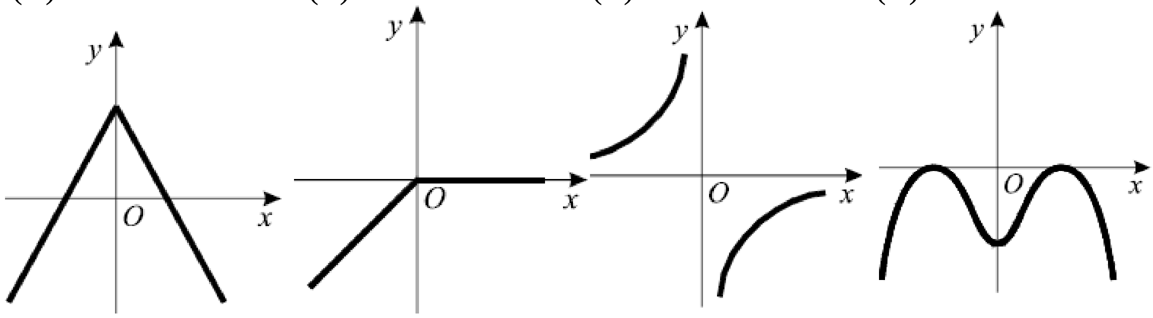
$(C)\ x+1$ $(D)\ -x-1$ *(2005)*

103. Sabe-se que o nível de álcool no sangue de uma pessoa, uma hora depois de ter tomado uma bebida alcoólica, é, numa certa unidade, igual ao quociente entre o peso do álcool ingerido (em gramas) e 70% do peso dessa pessoa (em quilogramas).
Num decilitro de um certo tipo de vinho existem 5 gramas de álcool.
Qual das expressões seguintes dá o nível de álcool no sangue de uma pessoa, em função do seu peso *x* (em quilogramas), uma hora depois de essa pessoa ter bebido dois decilitros desse vinho?

$(A)\ \dfrac{10}{70x}$ $(B)\ \dfrac{10}{0,7x}$ $(C)\ \dfrac{2}{70x}$ $(D)\ \dfrac{2}{0,7x}$ *(2004)*

104. Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico de uma função par, de domínio IR e contradomínio $]-\infty, 0]$?

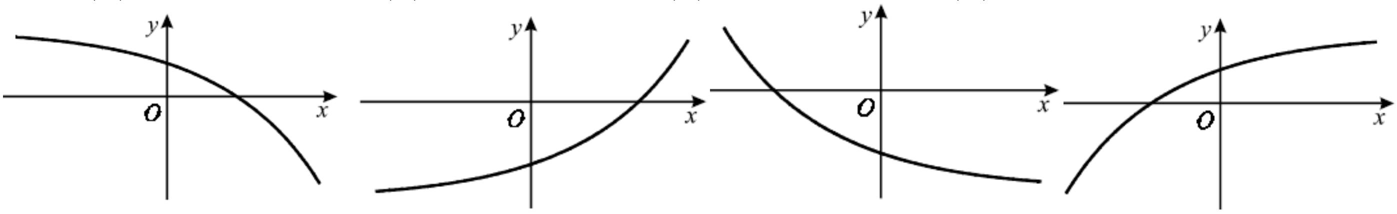
(A) (B) (C) (D)



(2003)

105. Seja *f* uma função de domínio *IR*. Sabe-se que a primeira e a segunda derivadas de *f* são negativas em *IR*. Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função *f*?

(A) (B) (C) (D)



(2003)

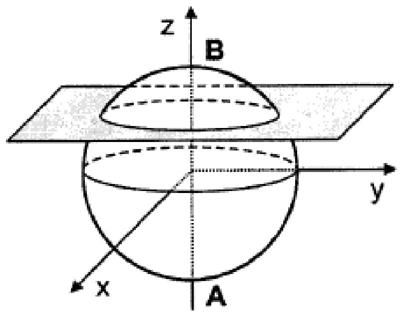
106. Considere, num referencial o.n. Oxyz, a esfera definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Admita que um ponto P se desloca ao longo do diâmetro $[AB]$, que está contido no eixo Oz.

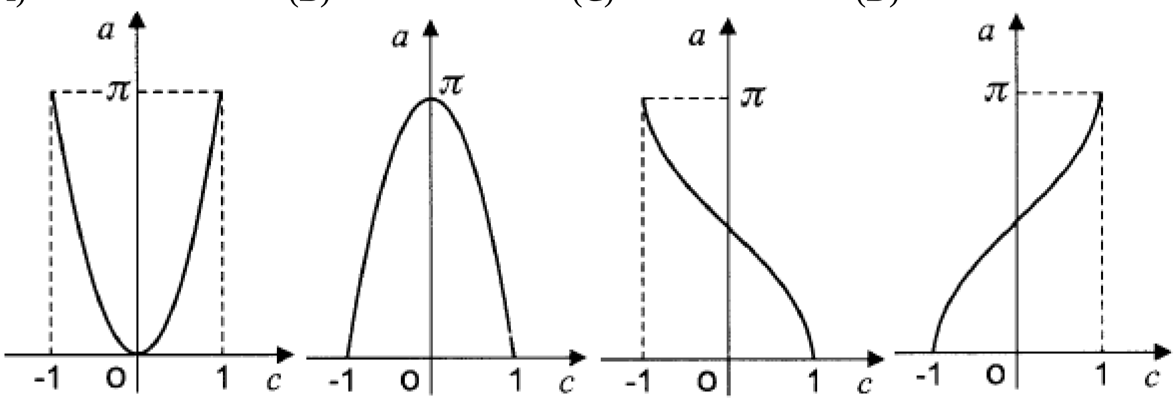
Para cada posição do ponto P, considere o plano que contém P e é paralelo ao plano xOy.

Seja *g* a função que faz corresponder à cota de P a área de secção produzida na esfera pelo referido plano.

Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função *g*?



(A) (B) (C) (D)

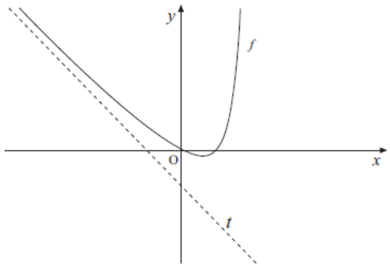


(2000)

107. Seja *a* um número real maior do que 1. Qual dos seguintes valores é igual a $2\log_a\left(a^{\frac{1}{3}}\right)$?

$(A)\ -\dfrac{2}{3}$ $(B)\ -\dfrac{1}{3}$ $(C)\ \dfrac{1}{3}$ $(D)\ \dfrac{2}{3}$ *(2008)*

108. Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função *f* de domínio $]-\infty, 2[$.



A recta *t*, de equação $y=-x-1$, é assímptota do gráfico de *f* quando *x* tende para $-\infty$. Qual é o valor do $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x+1)$?

$(A)\ -1$ $(B)\ 0$

$(C)\ 1$ $(D)\ +\infty$

(2008)

109. A figura 2 representa parte do gráfico de uma função *f* de domínio IR.

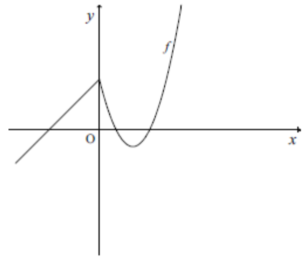
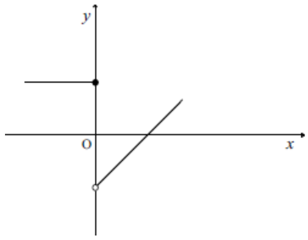


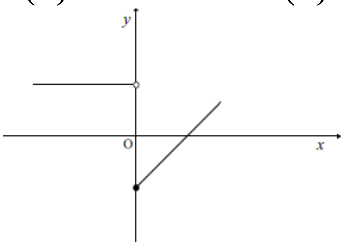
Fig. 2

Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de $f\,'$, derivada de *f* ?

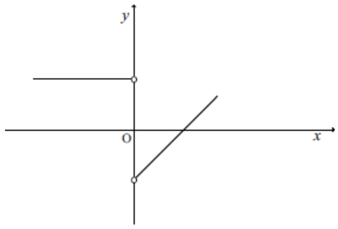
(A)



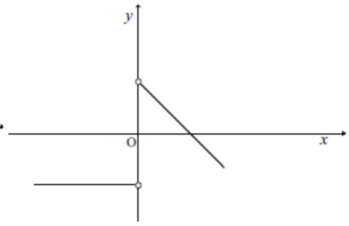
(B)



(C)



(D)



(2008)

110. Seja *f* a função de domínio $[-\pi, +\infty[$, definida por: $f(x)=\begin{cases} e^{-4x+1} & \text{se } x\geq 0 \\ \dfrac{3\sin x}{x^2} & se\ -\pi\leq x\langle 0 \end{cases}$

Estude a função *f* quanto à existência de assímptotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados, escrevendo as suas equações, caso existam. *(2008)*

111. Considere, num referencial ortonormado xOy, os gráficos das funções f e g , de domínio $[0, 3]$, definidas por $f(x)=\ln(x+2)$ e $g(x)=e-e^{x-1}$. (ln designa logaritmo de base e).

Determine a área de um triângulo [OAB], com aproximação às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Para construir o triângulo [OAB], percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções, no domínio indicado;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda:
  - a origem O do referencial;
  - o ponto A de intersecção do gráfico das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas;
  - o ponto B de intersecção do gráfico da função g com o eixo Ox.

(2008)

112. Seja *h* a função de domínio $]-1, +\infty[$, definida por $h(x)=4-x+\ln(x+1)$

(ln designa logaritmo de base e).

Resolva, usando métodos analíticos, os dois itens seguintes.

Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais.

a) Estude a função *h*, quanto à monotonia, no seu domínio.
Indique os intervalos de monotonia e, se existir algum extremo relativo, determine-o.

b) Justifique, aplicando o Teorema de Bolzano, que a função *h* tem, pelo menos, um zero no intervalo $]5, 6[$. *(2008)*

113. Num determinado dia, um grupo de amigos decidiu formar uma associação desportiva.
Admita que, *t* dias após a constituição da associação, o número de sócios é dado, aproximadamente, por:

$$N(t) = \frac{2000}{1+199\,e^{-0.01t}}\,,\; t \geq 0$$

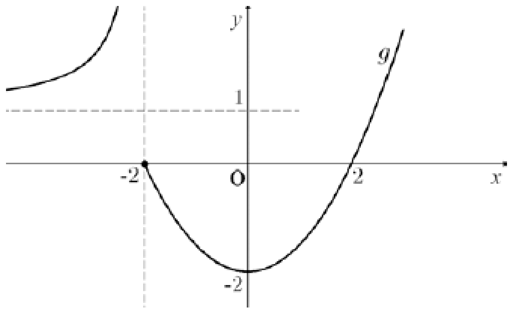
Resolva, usando métodos analíticos, os dois itens seguintes.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use aproximações às milésimas.

a) Determine $N(0)$ *e* $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t)$. Interprete os valores obtidos, no contexto do problema.

b) Ao fim de quantos dias se comemorou a inscrição do sócio número 1000? *(2008)*

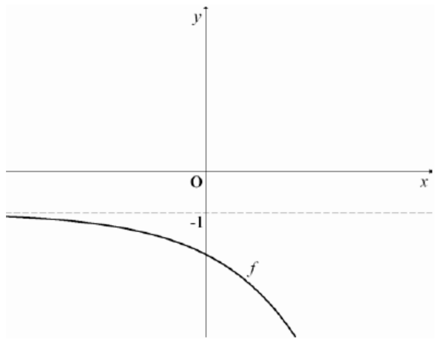
114. Sabe-se que o ponto P(1,3) pertence ao gráfico da função $f(x) = 2^{ax} - 1,\ a \in IR$. Qual é o valor de *a*?
(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) −2 *(2008)*

115. Na figura está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio *IR* e contínua em $IR \setminus \{-2\}$. As rectas de equações $x=-2$ e $y=1$ são as únicas assímptotas do gráfico de *g*.
Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim\limits_{n\to+\infty} g(x_n) = +\infty$.
Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n) ?



$(A) -2+\frac{2}{n}$ $(B) -2-\frac{1}{n}$ $(C) 1+\frac{1}{n}$ $(D) 1-\frac{1}{n}$ *(2008)*

116. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f*, de domínio R, sendo $y=-1$ a única assímptota do seu gráfico.



Qual é o valor do $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3}{f(x)}$?

$(A) -\infty$ $(B) -3$ $(C) -1$ $(D) 3$

(2008)

117. Considere a função *f*, de domínio $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$, definida por $f(x = \frac{\ln(2x+1)}{2x+1}$, e a função *g*, de domínio *IR*, definida por $g(x) = x-2$ (ln designa logaritmo de base e).
Indique as soluções inteiras da inequação $f(x) \rangle g(x)$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Para resolver esta inequação, percorra os seguintes passos:
- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda, os pontos A e B, de intersecção dos gráficos das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas. *(2008)*

118. A massa de uma substância radioactiva diminui com a passagem do tempo. Supõe-se que, para uma amostra de uma determinada substância, a massa, em gramas, ao fim de *t* horas de observação, é dada pelo modelo matemático $M(t) = 15 \times e^{-0,02t},\ t \geq 0$.
Resolva, usando métodos analíticos, os dois itens que se seguem.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.

a) Ao fim de quanto tempo se reduz a metade a massa inicial da amostra da substância radioactiva? Apresente o resultado em horas e minutos, estes arredondados às unidades.

b) Utilize o Teorema de Bolzano para justificar que houve, pelo menos, um instante, entre as 2 horas e 30 minutos e as 4 horas após o início da observação, em que a massa da amostra da substância radioactiva atingiu os 14 gramas. *(2008)*

119. Seja x um número real positivo. Qual das expressões seguintes é igual a $e^{4\ln x} - 10^{2\log x}$?
(ln designa logaritmo de base *e*; log designa logaritmo de base 10.)

$(A)\ln x^4 - \log x^2$ $\quad(B) x^4 + x^2$ $\quad(C) x^4 - x^2$ $\quad(D)\dfrac{\ln x^4}{\log x^2}$ *(2009)*

120. Sejam *f* e *g* duas funções, ambas de domínio IR^+ .
Sabe-se que: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - 2x) = 0$;a função *g* é definida por $g(x) = f(x) + x^2$.
Prove que o gráfico de g não tem assímptotas oblíquas. *(2009)*

121. Considere a função *g*, de domínio IR^+, definida por $g(x) = e^{2x} + \ln x$.

a) Mostre, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, que a função *g* tem, pelo menos, um zero no intervalo $]0,1;\ 0,3[$.

Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos numéricos.

b) O gráfico de *g* contém um único ponto A com abcissa pertencente ao intervalo $]0,2]$ e cuja ordenada é igual ao dobro da abcissa. Traduza esta situação por meio de uma equação.
Resolva a equação, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Indique as coordenadas do ponto A, com aproximação às décimas.
Reproduza, na folha de respostas, o gráfico, ou os gráficos, visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial. Assinale o ponto A em que se baseou para dar a sua resposta. *(2009)*

122. Sejam as funções *f* e *h*, de domínios $]1,+\infty[$ e $]-\infty,2[$, respectivamente, definidas por $f(x) = \log_2(x-1)$ e $h(x) = \log_2(2-x)$. Determine, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, o conjunto solução da condição $f(x) \geq 1 + h(x)$. Apresente o resultado sob a forma de intervalo real.
(2009)

123. Num certo dia, o Fernando esteve doente e tomou, às 9 horas da manhã, um medicamento cuja concentração *C*(*t*) no sangue, em mg/l, *t* horas após o medicamento ter sido ministrado, é dada por $C(t) = 2t\,e^{-0,3t}\ \ (t \geq 0)$.
Resolva, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, os dois itens seguintes.

a) Calcule $\lim\limits_{t\to+\infty} C(t)$ e interprete esse valor no contexto da situação apresentada.

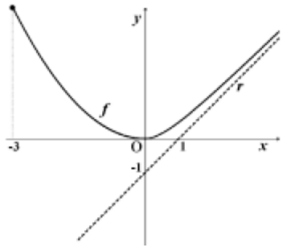
b) Determine a que hora se verificou a concentração máxima.
Apresente o resultado em horas e minutos, arredondando estes às unidades.

Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos numéricos; sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.
(2009)

124. Seja a função *f*, de domínio *IR*, definida por $f(x) = e^{x+1}$.
Qual dos pontos seguintes pertence ao gráfico de *f*? (ln designa logaritmo de base e.)

$(A)\ (-1,0)$ $\quad(B)(\ln 2, 2e)$ $\quad(C)(\ln 5, 6)$ $\quad(D)(-2, e)$ *(2009)*

125. Na figura, estão representadas parte do gráfico de uma função *f*, de domínio $[-3,+\infty[$, e parte da recta *r*, que é a única assímptota do gráfico de *f*.

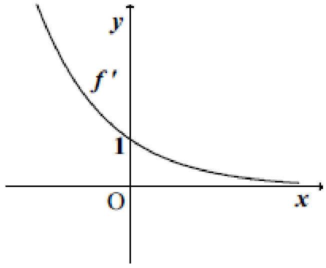


Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$?

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(*2009)*

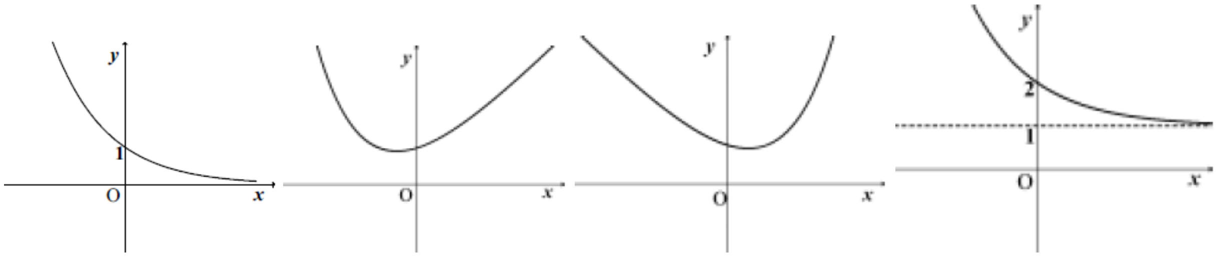
126. Na figura , está representada parte do gráfico de uma função $f\,'$, derivada de *f*, ambas de domínio *IR*, em que o eixo Ox é uma assímptota do gráfico de $f\,'$.



Seja a função *g*, de domínio *IR*, definida por $g(x) = f(x) + x$.

Qual das figuras seguintes pode representar parte do gráfico da função $g\,'$, derivada de *g*?

(A) (B) (C) (D)



(*2009)*

127. Considere a função *h*, de domínio *IR*, definida por $h(x)=\begin{cases} \sqrt{x^2+4}-x & \text{se } x\rangle 0 \\ 2 & \text{se } x=0 \\ \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x\langle 0 \end{cases}$

Resolva, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, os dois itens seguintes.

a) Estude a continuidade de *h* no domínio *IR*.

b) Estude a função *h* quanto à existência de assímptotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações. (*2009)*

128. Numa certa zona de cultivo, foi detectada uma doença que atinge as culturas. A área afectada pela doença começou por alastrar durante algum tempo, tendo depois começado a diminuir.

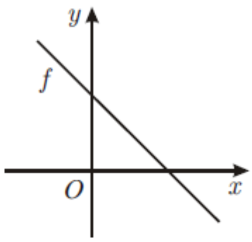
Admita que a área, em hectares, afectada pela doença, é dada, em função de *t*, por $A(t) = 2 - t + 5\ln(t+1)$ sendo t $(0 \le t \langle 16)$ o tempo, em semanas, decorrido após ter sido detectada essa doença.

Resolva, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, os dois itens seguintes.

a) Quando a doença foi detectada, já uma parte da área de cultivo estava afectada. Passada uma semana, a área de cultivo afectada pela doença aumentou. De quanto foi esse aumento?
Apresente o resultado em hectares, arredondado às centésimas.

b) Determine a área máxima afectada pela doença.
Apresente o resultado em hectares, arredondado às centésimas.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos numéricos; sempre que proceder a arredondamentos, use duas casas decimais. (*2009)*

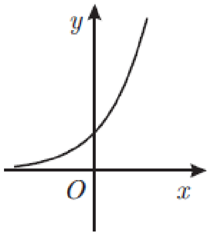
129. Na Figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função afim *f*, de domínio *IR*.

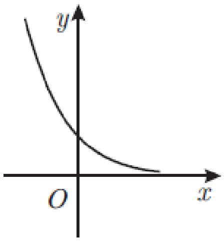


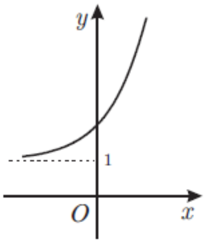
Seja *h* a função definida por $h(x) = f(x) + e^x$.

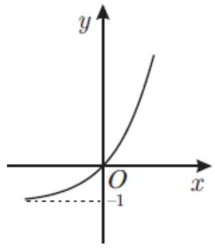
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h'', segunda derivada de *h*?

(A) (B) (C) (D)



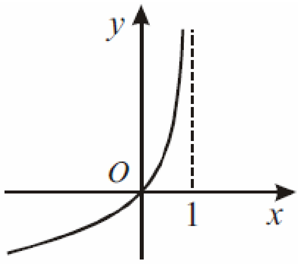






(2010)

130. Na Figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função *f*, contínua, de domínio $\left]-\infty,1\right[$. Tal como a figura sugere, a recta de equação $x=1$ é assímptota do gráfico de *f*. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3x}{f(x)}$?



$(A)-\infty$ $(B)\,3$ $(C)\;0$ $(D)+\infty$

(2010)

131. Seja *g* a função, de domínio $\left]-2,+\infty\right[$, definida por $g(x)=\ln(x+2)$.

Considere, num referencial o.n. xOy , um triângulo [OAB] tal que:

- O é a origem do referencial; A é um ponto de ordenada 5;
- B é o ponto de intersecção do gráfico da função *g* com o eixo das abcissas.

Qual é a área do triângulo [OAB]?

$(A)\,\dfrac{5}{2}$ $(B)\,\dfrac{1}{2}$ $(C)\,\dfrac{5\ln 2}{2}$ $(D)\,\dfrac{\ln 2}{2}$ *(2010)*

132. Na Internet, no dia 14 de Outubro de 2009, pelas 14 horas, colocaram-se à venda todos os bilhetes de um espectáculo. O último bilhete foi vendido cinco horas após o início da venda.

Admita que, *t* horas após o início da venda, o número de bilhetes vendidos, em centenas, é dado, aproximadamente, por $N(t)=8\log_4(3t+1)^3-8\log_4(3t+1),\ t\in\left[0,5\right]$.

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Mostre que $N(t)=16\log_4(3t+1)$, para qualquer $t\in\left[0,5\right]$.

b) Determine quanto tempo foi necessário para vender 2400 bilhetes. Apresente o resultado em horas e minutos. Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais, apresentando os minutos arredondados às unidades.

(2010)

133. Considere uma função *f*, de domínio $\left]0,3\right[$, cuja derivada $f\,'$, de domínio $\left]0,3\right[$, é definida por $f\,'(x)=e^x-\dfrac{1}{x}$.

Estude a função *f* quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar os intervalos de monotonia da função *f*;
- assinalar e indicar as coordenadas dos pontos relevantes, com arredondamento às centésimas.

(2010)

134. Considere a função *f*, de domínio $\left]-\infty,2\pi\right]$, definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax+b+e^x & \text{se } x\le 0 \\ \dfrac{x-\operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0\langle x\le 2\pi \end{cases} \quad \text{com } a,b\in IR.$$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Prove que a recta de equação $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma assímptota oblíqua do gráfico de *f*.

b) Determine o valor de *b*, de modo que *f* seja contínua em $x = 0$. (*2010)*

135. De uma função *h*, de domínio *IR*, sabe-se que: h é uma função par; $\lim\limits_{x\to+\infty}(h(x)-2x)=0$.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$?

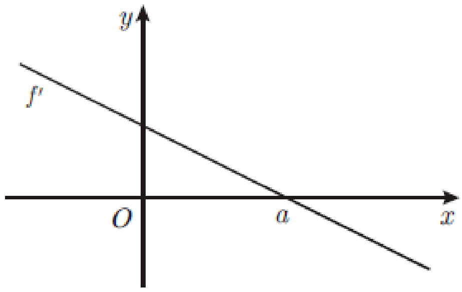
$(A)\ +\infty$ $(B)\ -2$ $(C)\ 0$ $(D)\ -\infty$ (*2010)*

136. Considere a função *g*, de domínio *IR*, definida por $g(x)=\begin{cases} e^x & \text{se } x \le 0 \\ \ln x & \text{se } x \rangle 0 \end{cases}$.

Considere a sucessão de termo geral $u_n = \dfrac{1}{n}$. Qual é o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty} g(u_n)$?

a) $(A)\ +\infty$ $(B)\ 1$ $(C)\ 0$ $(D)\ -\infty$ (*2010)*

137. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função $f\,'$, primeira derivada de *f*. Seja $a \in IR^+$ um ponto do domínio de *f*, tal que $f\,'(a)=0$.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função *f* tem um mínimo para $x = a$.

(B) A função *f* tem um ponto de inflexão para $x = a$.

(C) A função *f* é crescente em $]0, a[$.

(D) A função *f* é decrescente em *IR*. (*2010)*

138. Considere a função *f*, de domínio $]0,+\infty[$, definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-3x}{x} & \text{se } 0 \langle x \le 2 \\ \dfrac{1}{5}x-\ln x & \text{se } x \rangle 2 \end{cases}$

Resolva os itens a) e b) recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Estude a função f quanto à existência de assímptotas oblíquas.

b) Mostre que a função *f* tem um extremo relativo no intervalo $]2,+\infty[$.

c) Determine a área do triângulo [ABC], recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Sabe-se que:

- A, B e C são pontos do gráfico da função *f*;
- A e B são os pontos cujas abcissas são as soluções, no intervalo $]0,2]$, da equação $f(x) = f(15$;
- C é o ponto cuja ordenada é o mínimo da função *f*, no intervalo $]0,2]$, e cuja abcissa pertence ao intervalo $]0,2]$.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos A, B e C, com arredondamento às centésimas;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às décimas.

(*2010)*

139. Considere a função *f*, de domínio IR, definida por $f(x) = -x + e^{2x^3-1}$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Mostre que a equação $f(x) = 1{,}5$ tem, pelo menos, uma solução em $]-2,-1[$.

Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.

b) Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 0$. (*2010)*