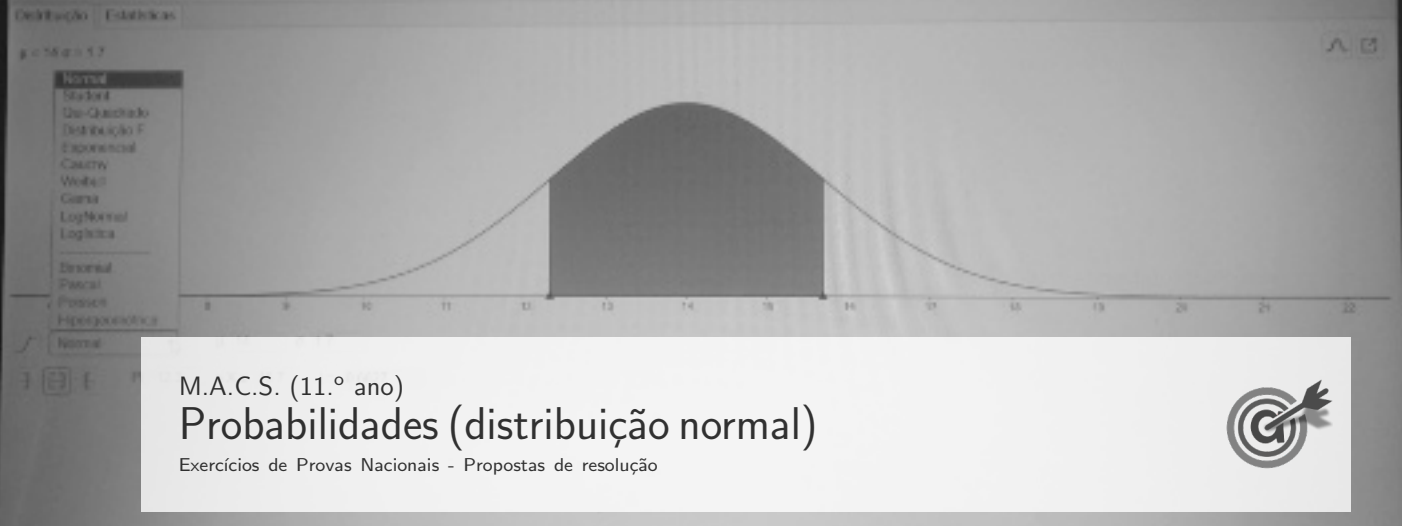
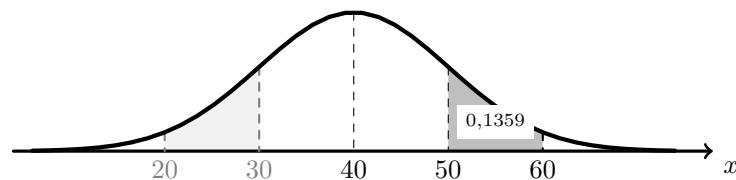




1. Considerando a variável aleatória X que define o tempo diário, em minutos, durante o qual um ouvinte escolhido ao acaso, acompanha a emissão da rádio OnOff, e que esta segue uma distribuição normal, com $\mu = 40$ minutos e $\sigma = 10$ minutos, temos que a probabilidade de num dia o ouvinte escolhido ao acaso, acompanhar a emissão da rádio OnOff entre 50 minutos ($\mu + \sigma$) e uma hora (60 minutos - $\mu + 2\sigma$), é $P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma)$.

Assim, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(30 < X < 50) \approx 0,6827$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(20 < X < 60) \approx 0,9545$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(20 < X < 30) + P(50 < X < 60) \approx 0,9545 - 0,6827 \approx 0,2718$
- $P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(50 < X < 60) \approx \frac{0,2718}{2} \approx 0,1359$



(Alternativamente podemos usar o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 50 e valor máximo de 60, $\mu = 40$ e $\sigma = 10$ para obter o valor seguinte).

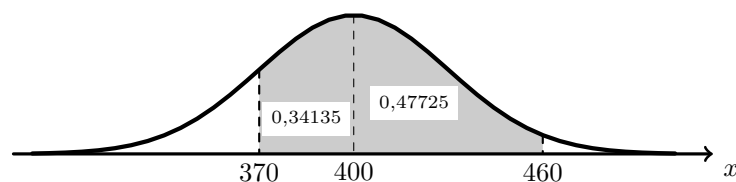
Logo, a probabilidade solicitada, na forma de dízima, arredondado às milésimas, é:

$$P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(40 + 10 < X < 40 + 2 \times 10) \approx 0,136$$

2. Como a variável aleatória X que define a distância, em metros, que esses associados têm de percorrer da sua casa até ao ecoponto mais próximo segue uma distribuição normal, com $\mu = 400$ metros e $\sigma = 30$ metros, temos que a probabilidade de esse associado, para ir da sua casa ao ecoponto, ter de percorrer uma distância entre 370 ($400 - 30$) metros e 460 ($400 + 2 \times 30$) metros, é $P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma)$.

Assim, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(370 < X < 430) \approx 0,6827$
- $P(\mu - \sigma < X < \mu) = P(370 < X < 400) \approx \frac{0,6827}{2} \approx 0,34135$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(340 < X < 460) \approx 0,9545$
- $P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = P(400 < X < 460) \approx \frac{0,9545}{2} \approx 0,47725$



(Alternativamente podemos usar o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 370 e valor máximo de 460, $\mu = 400$ e $\sigma = 30$ para obter o valor seguinte).

Logo, a probabilidade solicitada, é:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(400 - 30 < X < 400 + 2 \times 30) \approx 0,47725 + 0,34135 \approx 0,8186$$

Exame – 2020, Ép. especial

3. Usando o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 0 e valor máximo de 43, em cada uma das opções, temos:

- Para $\mu = 36; \sigma = 3$, $P(0 < X < 43) \approx 0,99$
- Para $\mu = 39; \sigma = 3$, $P(0 < X < 43) \approx 0,91$
- Para $\mu = 36; \sigma = 7$, $P(0 < X < 43) \approx 0,84$
- Para $\mu = 39; \sigma = 7$, $P(0 < X < 43) \approx 0,72$

Ou seja, no contexto da situação descrita, designando por X a variável «duração, em minutos, da viagem de comboio entre as estações E1 e E2», com valor médio 39 e desvio padrão 7, então, temos que $P(X < 43) \approx 0,72$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2020, 2.ª Fase



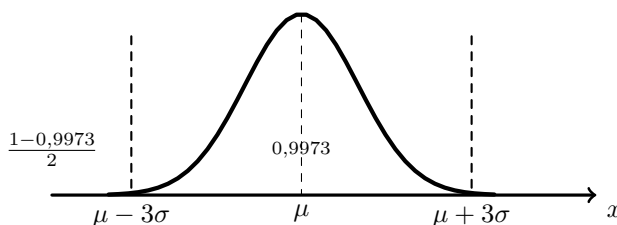
4. Como o consumo de bebidas segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 1,5 litros e desvio padrão 0,4 litros, temos que o valor de 0,3 litros de bebida corresponde a $1,5 - 3 \times 0,4$ litros, ou seja, $\mu - 3\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973 \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 3\sigma) = P(X > \mu + 3\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X :
Consumo de bebida das pessoas presentes no festival, temos que a probabilidade de uma pessoa ter consumido menos de 0,3 litros de bebida, é:

$$P(X < \mu - 3\sigma) \approx \frac{1 - 0,9973}{2} \approx 0,00135$$



Como o número de pessoas que estiveram presentes durante os vários dias do festival foi 60 000, o número esperado de pessoas que tenham consumido no máximo 0,3 litros de bebida, é:

$$0,00135 \times 60\,000 = 81$$

Exame – 2020, 1.ª Fase

5. Considerando a variável X : Tempo de estacionamento dos automóveis nos parques do CCF, temos que $\mu = 2,5$ horas e $\sigma = 30$ min = 0,5 horas.

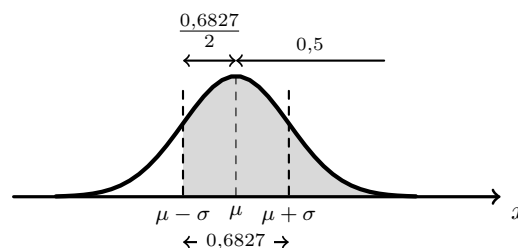
Um período de tempo de 2 horas corresponde a $\mu - \sigma$, isto é, $2,5 - 0,5$ horas, pelo que a probabilidade de um automóvel estacionado durante um período de tempo superior a 2 horas, é:

$$P(X > 2) = P(X > \mu - \sigma) = P(\mu - \sigma < X < \mu) + P(X > \mu)$$

Como a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X > \mu) = 0,5$ e ainda que

$$P(\mu - \sigma < X < \mu) = \frac{P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2}, \text{ logo:}$$

$$P(X > 2) \approx \frac{0,6827}{2} + 0,5 \approx 0,84135$$



Assim, dos 20 000 clientes que estacionam o seu automóvel nos parques de estacionamento do CCF, é esperado que uma proporção de 0,84135 tenham estacionado o automóvel por um período superior a 2 horas, ou seja:

$$20\,000 \times 0,84135 = 16827 \text{ clientes}$$

Exame – 2019, 2.ª Fase



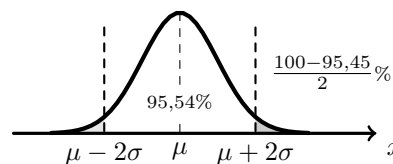
6. Temos que a idade de um sócio ser 45 anos, ou seja, $35 + 2 \times 5$ anos, corresponde $\mu + 2\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X : Idade do sócio, temos que a probabilidade de um sócio ter idade superior a 45 anos, na forma de percentagem, com arredondamento às décimas, é:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95,45}{2} \approx 2,3\%$$



Resposta: **Opção B**

Exame – 2019, 2.ª Fase

7. De acordo com a tabela, e considerando a variável aleatória X : «tempo gasto por cada aluno no percurso de casa à escola», temos que:

$$P(X < 30) = 65\%$$

Como a variável aleatória é bem modela por uma distribuição normal, podemos assumir que $P(X < \mu) \approx 50\%$, pelo que $\mu < 30$ (o que não é compatível com as opções (C) e (D)).

Da mesma forma, podemos assumir que $P(X < \mu + \sigma) \approx 50 + \frac{68}{2} \approx 84\%$, pelo que $\mu + \sigma > 30$. Assim, temos que $\mu < 30 < \mu + \sigma$, e, de entre as opções apresentadas, a única compatível com esta conclusão é a opção (B).

Resposta: **Opção B**

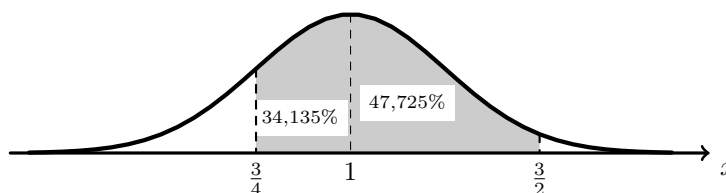
Exame – 2017, 2.ª Fase



8.

8.1. Como o índice de cada estabelecimento comercial é uma variável aleatória X , que segue uma distribuição normal, com $\mu = 1$ e $\sigma = 0,25 = \frac{1}{4}$, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P\left(1 - \frac{1}{4} < X < 1 + \frac{1}{4}\right) = P\left(\frac{3}{4} < X < \frac{5}{4}\right) \approx 68,27\%$
- $P(\mu - \sigma < X < \mu) = P\left(\frac{3}{4} < X < 1\right) \approx \frac{68,27}{2} \approx 34,135\%$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 - \frac{1}{2} < X < 1 + \frac{1}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right) \approx 95,45\%$
- $P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 < X < \frac{3}{2}\right) \approx \frac{95,45}{2} \approx 47,725\%$



Logo, temos que a probabilidade, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, do índice de um estabelecimento pertencer ao intervalo $\left[\frac{3}{4}; \frac{3}{2}\right]$, é:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P\left(\frac{3}{4} < X < \frac{3}{2}\right) \approx 34,135 + 47,725 \approx 81,86\%$$

8.2. Como a probabilidade de um estabelecimento apresentar um índice pertencente ao intervalo $\left]1; \frac{3}{2}\right]$ é:

$$P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 < X < \frac{3}{2}\right) \approx \frac{95,45}{2} \approx 47,725\%$$

Logo a probabilidade do estabelecimento apresentar um índice que não pertence ao intervalo é:

$$1 - P(\mu < X < \mu + 2\sigma) \approx 100 - 47,725 \approx 52,275\%$$

Assim a probabilidade de apenas dois dos três estabelecimentos apresentarem índices pertencentes ao intervalo $\left]1; \frac{3}{2}\right]$, é:

$$\begin{aligned} & \overbrace{0,47725 \times 0,47725 \times 0,52275}^{\text{apenas o 1.º e 2.º}} + \overbrace{0,47725 \times 0,52275 \times 0,47725}^{\text{apenas o 1.º e o 3.º}} + \overbrace{0,52275 \times 0,47725 \times 0,47725}^{\text{apenas o 2.º e o 3.º}} = \\ & = 3 \times 0,47725 \times 0,47725 \times 0,52275 \approx 0,35720 \end{aligned}$$

Ou seja, a probabilidade, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas é 35,72%.

Exame – 2015, Ép. especial



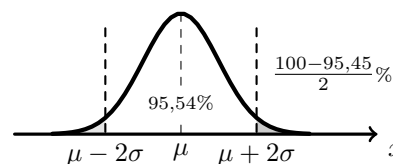
9. Considerando a variável X : Gastos diários de cada veículo em portagens, temos que:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

E assim, vem que:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95,45}{2} \approx 2,275\%$$

Ou seja, a probabilidade de, nesse dia, o gasto em portagens ser superior a $\mu + 2\sigma$ euros, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é 2,28%



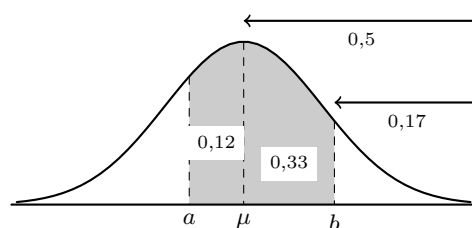
Exame – 2015, 2.ª Fase

10. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal de valor médio igual a μ , então $P(X > \mu) = 0,5$, e como $P(X > b) = 0,17$, temos que:

$$P(\mu < X < b) = 0,5 - 0,17 = 0,33$$

E assim, como $P(a < X < \mu) = 0,12$, vem que:

$$P(a < X < b) = P(a < X < \mu) + P(\mu < X < b) = 0,12 + 0,33 = 0,45$$

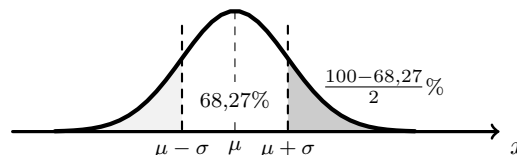


Exame – 2014, 2.ª Fase

11. Como 42% da capacidade do depósito são $2000 \times 0,42 = 840$ litros, podemos verificar que o alarme dispara sempre que a quantidade de GPL no depósito é inferior a $800 + 40 = \mu + \sigma$

Assim, a probabilidade de o alarme, numa semana escolhida ao acaso, não ser acionado o alarme, corresponde à probabilidade da quantidade de combustível ser superior a 840 litros, ou seja, considerando a variável aleatória X : quantidade de GPL no depósito, temos:

$$P(X > 840) = P(X > \mu + \sigma) \approx \frac{100 - 68,27}{2} \approx 15,87\%$$



Exame – 2014, 1.ª Fase

12.

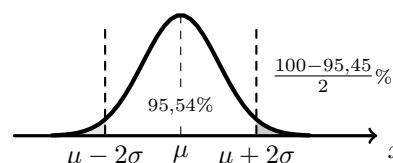
- 12.1. O André chega atrasado se chegar depois das 8 h 30 min, ou seja a uma duração da viagem superior a 29 minutos, ou seja, $21 + 2 \times 4$ minutos, a que corresponde $\mu + 2\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X : Duração da viagem, temos que a probabilidade de o André chegar atrasado, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95,45}{2} \approx 2,28\%$$

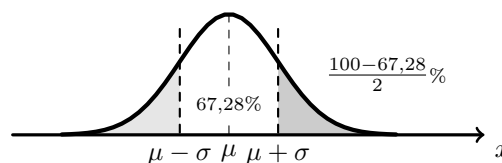


- 12.2. A probabilidade de haver um engarrafamento, ou seja, de que a viagem dure mais de 25 minutos corresponde a uma duração superior a $\mu + \sigma$, ou seja 21 + 4 min e sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 68,27\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - \sigma) = P(X > \mu + \sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X anteriormente definida, temos que a probabilidade de haver um engarrafamento, é:

$$P(X > \mu + \sigma) \approx \frac{100 - 68,27}{2} \approx 15,865\%$$



Assim, a probabilidade de o pai do André fazer o percurso alternativo é 15,865% e a de não fazer é $100 - 15,865 = 84,135\%$. Logo o valor aproximado para a probabilidade de, em três dias, exatamente dois dias reunirem as condições em que o pai do André faz o percurso alternativo, é:

$$\begin{aligned} & \overbrace{0,15865 \times 0,15865 \times 0,84135}^{\text{No 1.º e 2.º dias}} + \overbrace{0,15865 \times 0,84135 \times 0,15865}^{\text{No 1.º e 3.º dias}} + \overbrace{0,84135 \times 0,15865 \times 0,15865}^{\text{No 2.º e 3.º dias}} = \\ & = 3 \times 0,84135 \times 0,15865 \times 0,15865 \approx 0,06353 \end{aligned}$$

Ou seja, a probabilidade solicitada, na forma de percentagem, com arredondamento às unidades é 6%

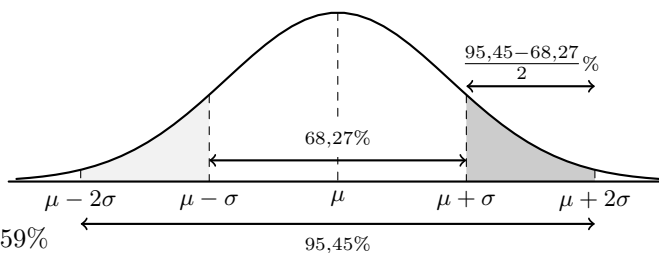
Exame – 2013, 2.ª Fase

13. Considerando a variável X : Classificação de um aluno no exame da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, temos, de acordo com o enunciado, que:

$$P(14,1 < X < 18,2) = P(10 + 4,1 < X < 10 + 2 \times 4,1) = P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma)$$

Logo, a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, ter uma classificação no exame da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais entre os 14,1 valores e os 18,2 valores, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas é:

$$P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx \frac{95,45 - 68,27}{2} \approx 13,59\%$$



Exame – 2012, 2.ª Fase

14. Observando a mancha de histograma de cada opção podemos verificar que os respetivos valores médios são:

- Opção I: $\mu \approx 16$
- Opção II: $\mu \approx 10$
- Opção III: $\mu \approx 8$

Assim, como a classificação média dos alunos da escola B na disciplina de Francês é cerca de duas vezes superior à classificação média dos alunos da escola A na disciplina de Francês, a escola B corresponde à opção I ($\mu \approx 16$) e a escola A corresponde à opção III ($\mu \approx 8$).

E assim, a escola restante (C) será a opção restante (II).

Podemos verificar que esta associação é compatível com a informação de que as classificações dos alunos da escola C (Opção II: $\mu \approx 10$) na disciplina de Francês são dois valores superiores às classificações dos alunos da escola A (Opção III: $\mu \approx 8$) na disciplina de Francês.

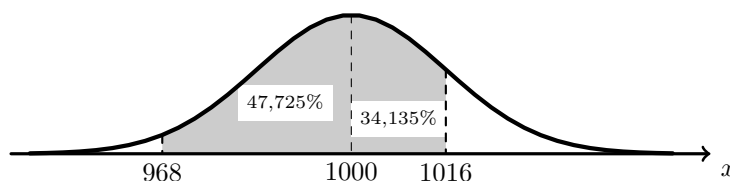
Exame – 2012, 1.ª Fase



15. Como a variável aleatória X segue, aproximadamente, uma distribuição normal com $\mu = 1000$ quilogramas e $\sigma = 16$ quilogramas, temos que a probabilidade de a saca escolhida apresentar uma massa compreendida entre 968 ($1000 - 2 \times 16$) quilogramas e 1016 ($1000 + 16$) quilogramas é: $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma)$.

Assim, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(984 < X < 1016) \approx 68,27\%$
- $P(\mu < X < \mu + \sigma) = P(1000 < X < 1016) \approx \frac{68,27}{2} \approx 34,135\%$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(968 < X < 1032) \approx 95,45\%$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu) = P(968 < X < 1000) \approx \frac{95,45}{2} \approx 47,725\%$



Logo, temos que a probabilidade de a saca escolhida apresentar uma massa compreendida entre 968 quilogramas e 1016 quilogramas, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma) = P(1000 - 2 \times 16 < X < 1000 + 16) \approx 47,725 + 34,135 \approx 81,86\%$$

Exame – 2012, 1.ª Fase

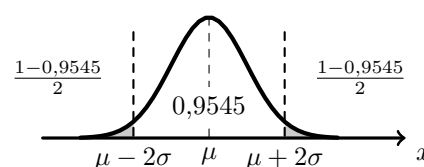
ITENS SELECIONADOS DE EXAMES E TESTES INTERMÉDIOS DE MATEMÁTICA A

16. Como $\mu = 5$ e $\sigma = \frac{1}{2}$, então $P(X > 6) = P(X > 5 + 2 \times \frac{1}{2}) = P(X > \mu + 2\sigma)$

Assim, temos que $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$ e como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X > 6) = P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0,9545}{2} \approx 0,023$$

Resposta: **Opção C**



Exame – 2019, 1.ª Fase

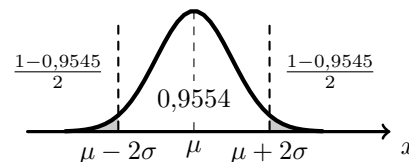
17. Como $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$, logo como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X < \mu - 2\sigma) \approx \frac{1 - 0,9545}{2}$$

E assim, vem que:

$$P(X > \mu - 2\sigma) = 1 - P(X < \mu - 2\sigma) \approx 1 - \frac{1 - 0,9545}{2} \approx 0,977$$

Resposta: **Opção C**



Exame – 2018, 2.ª Fase

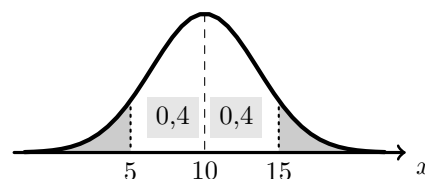


18. Como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio (10), temos que:

$$P(\mu < X < \mu + k) = P(\mu - k < X < \mu)$$

e assim:

- $P(5 < X < 10) = P(10 < X < 15) = 0,4$
- $P(5 < X < 15) = P(5 < X < 10) + P(10 < X < 15) = 0,4 + 0,4 = 0,8$
- $P(X < 5 \vee X > 15) = 1 - P(5 < X < 15) = 1 - 0,8 = 0,2$



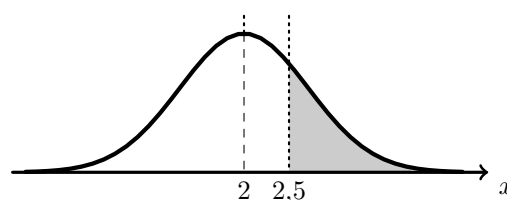
Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, Ép. especial

19. Atendendo a que a variável aleatória X segue uma distribuição normal, com $\mu = 2$ e $\sigma = 0,5$, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(1,5 < X < 2,5) \approx 0,6827$
- $P(X > \mu + \sigma) = P(X > 2,5) =$

$$= \frac{1 - P(1,5 < X < 2,5)}{2} \approx \frac{1 - 0,6827}{2} \approx 0,16$$



Resposta: **Opção D**

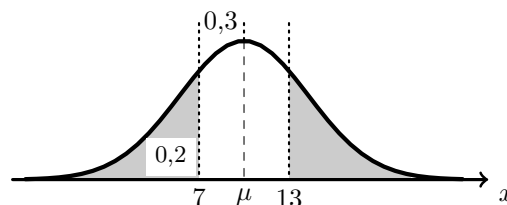
Exame – 2016, Ép. especial

20. Atendendo às características da distribuição normal, temos que:

- $P(X < 10) = 0,5$
- $P(X < 7) = P(X < 10) - P(7 < X < 10) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

Logo como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio e como 7 e 13 são valores equidistantes da média ($10 - 7 = 3$ e $13 - 10 = 3$), temos que:

$$P(X > 13) = P(X < 7) = 0,2$$



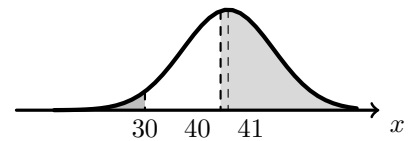
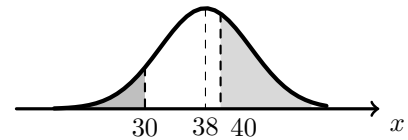
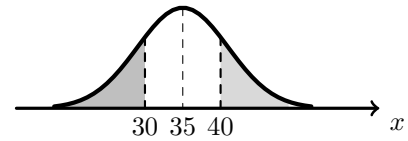
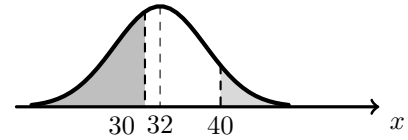
Resposta: **Opção B**

Exame – 2016, 1.ª Fase



21. Analisando as hipóteses de respostas, temos:

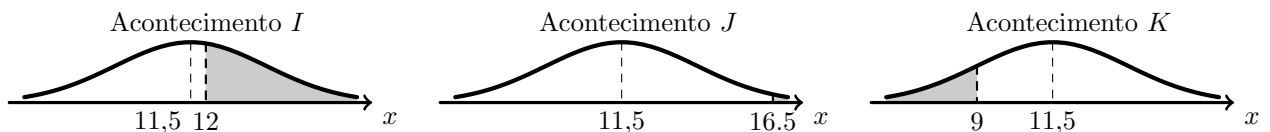
- Se $\mu = 32$, $P(X < 30) > P(X > 40)$ porque, como 30 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 30)$ é maior.
- Se $\mu = 35$, $P(X < 30) = P(X > 40)$ porque os dois valores são equidistantes da média e a distribuição é simétrica.
- Se $\mu = 38$, $P(X < 30) < P(X > 40)$ porque, como 40 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 40)$ é maior.
- Se $\mu = 41$, $P(X < 30) < P(X > 40)$ porque, $P(X > 40) > 0,5$ e $P(X < 30) < 0,5$



Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 29.11.2013

22. Esboçando a representação da representação geométrica das probabilidades dos três acontecimentos, vem:



Assim podemos afirmar que o acontecimento I é o mais provável e o acontecimento J , o menos provável, pelo que:

$$P(J) < P(K) < P(I)$$

Resposta: **Opção A**

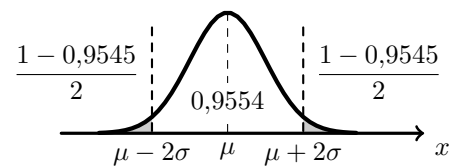
Exame – 2013, Ép. especial

23. Como $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$, logo como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0,9545}{2} = 0,02275$$

Assim, $\mu + 2\sigma = 23$, e como $\mu = 11$, vem:

$$11 + 2\sigma = 23 \Leftrightarrow \sigma = \frac{23 - 11}{2} \Leftrightarrow \sigma = \frac{12}{2} \Leftrightarrow \sigma = 6$$



Resposta: **Opção C**

Exame – 2013, 1.ª Fase



24. Como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, temos que:

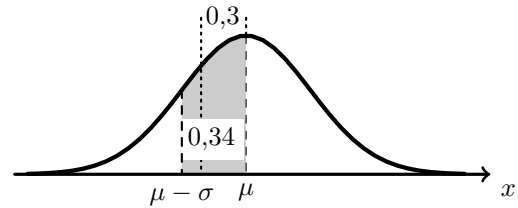
Como $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$, então $P(\mu - \sigma < X) \approx 0,34135$

Assim, como $P(4,7 < X < 5) = 0,3$, e $0,3 < 0,34135$ temos que:

$$4,7 > 5 - \sigma \Leftrightarrow \sigma > 5 - 4,7 \Leftrightarrow \sigma > 0,3$$

Logo a única opção compatível com esta restrição é o valor 0,4

Resposta: **Opção D**



Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

25. Como a variável X segue uma distribuição normal com $\mu = 6$, temos que:

- $P(B) = P(X > 6) = P(X > \mu) = 0,5$
- $P(X < 7) = 1 - P(X > 7) = 1 - 0,1 = 0,9$ e $P(X < 6) = P(X > 6) = 0,5$

$$\text{Logo } P(A \cap B) = P(6 < X < 7) = P(X < 7) - P(X < 6) = 0,9 - 0,5 = 0,4$$

Assim, recorrendo à fórmula da probabilidade condicional, temos que:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,5} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{5}{10}} = \frac{4}{5}$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12.º ano – 13.03.2012

26. Como $a \in \mathbb{R}^+$, e a variável X segue uma distribuição normal, com $\mu = 0$, sabemos que a distribuição é simétrica relativamente à reta $x = 0$.

Assim, como $P(X \geq 0) = P(X \leq 0) = 0,5$, temos que:

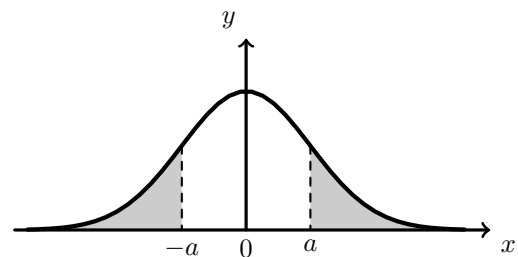
- Como $a > 0$, então $P(X \geq a) < 0,5$, logo $P(X \leq -a) < 0,5$
- $P(X \leq a) = 1 - P(X \geq a)$, pelo que, $P(X \leq a) > 0,5$ e também $P(X \geq -a) > 0,5$

Desta forma podemos afirmar que:

- $P(X \leq a) + P(X \geq -a) > 0$
- $P(X \leq a) + P(X \geq -a) < 1$
- $P(X \leq a) > P(X \geq a)$

Como a distribuição é simétrica e a e $-a$ são valores equidistantes do valor médio, temos que $P(X \leq a) = P(X \geq -a)$

Resposta: **Opção B**



Exame – 2011, 2.ª Fase



27. Como a variável X segue uma distribuição normal, com $\mu = 80$, temos que:
 $P(X < 80) = 0,5$, logo, como $P(76 < X < 80) = 0,4$, temos que

$$\begin{aligned} P(76 < X < 80) &= P(X < 80) - P(X < 76) \Leftrightarrow 0,4 = 0,5 - P(X < 76) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(X < 76) = 0,5 - 0,4 \Leftrightarrow P(X < 76) = 0,1 \end{aligned}$$

Como a distribuição é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X < 76) = P(X > a)$ e $\mu - 76 = 80 - 76 = 4$, logo,

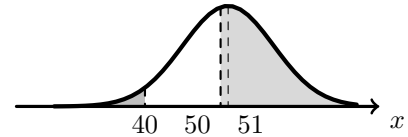
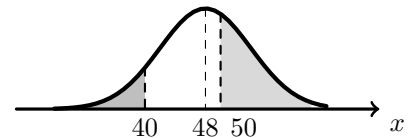
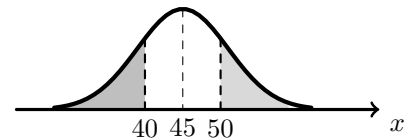
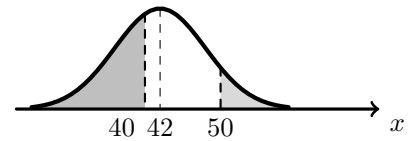
$$a = \mu + 4 \Leftrightarrow a = 80 + 4 \Leftrightarrow a = 84$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 19.01.2011

28. Analisando as hipóteses de respostas, temos:

- Se $\mu = 42$, $P(X > 50) < P(X < 40)$ porque, como 40 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X < 40)$ é maior.
- Se $\mu = 45$, $P(X < 50) = P(X > 40)$ porque os dois valores são equidistantes da média e a distribuição é simétrica.
- Se $\mu = 48$, $P(X < 50) > P(X > 40)$ porque, como 50 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 50)$ é maior.
- Se $\mu = 51$, $P(X < 50) > P(X > 40)$ porque, $P(X > 50) > 0,5$ e $P(X < 40) < 0,5$



Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009

29. Como a variável X segue uma distribuição normal, com $\mu = 5$, temos que:
 $P(X \geq 5) = 0,5$, logo, como $P(5 \leq X \leq 6) = 0,4$, temos que

$$\begin{aligned} P(5 \leq X \leq 6) &= P(X \geq 5) - P(X \geq 6) \Leftrightarrow 0,4 = 0,5 - P(X \geq 6) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(X \geq 6) = 0,5 - 0,4 \Leftrightarrow P(X \geq 6) = 0,1 \end{aligned}$$

Como a distribuição é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X \geq 6) = P(X \leq 4)$ logo $P(X \leq 4) = 0,1$, e desta forma,

- Como $P(X \leq 4) = 0,1$ então $P(X \geq 4) = 1 - 0,1 = 0,9$, pelo que $P(X \geq 2) \geq P(X \geq 4) \Leftrightarrow P(X \geq 2) \geq 0,9$
- $P(4 \leq X \leq 5) = P(5 \leq X \leq 6) = 0,4$
- $P(4 \leq X \leq 6) = P(4 \leq X \leq 5) + P(5 \leq X \leq 6) = 0,4 + 0,4 = 0,8$
- $P(X \leq 4) = P(X \geq 6)$ logo $P(X \leq 4) = 0,1$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2009, Ép. especial



30. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal, com $\mu = 9$, temos que:
 $P(9 - 3\sigma < X < 9 + 3\sigma) = 99,73\%$

Como $P(8,7 < X < 9,3) = 99,73\%$, temos que $9 - 3\sigma = 8,7$ e $9 + 3\sigma = 9,3$

Assim, vem que: $9 - 3\sigma = 8,7 \Leftrightarrow 9 - 8,7 = 3\sigma \Leftrightarrow 0,3 = 3\sigma \Leftrightarrow 0,1 = \sigma$

(Ou, em alternativa: $9 + 3\sigma = 9,3 \Leftrightarrow 3\sigma = 9,3 - 9 \Leftrightarrow 3\sigma = 0,3 \Leftrightarrow \sigma = 0,1$)

Resposta: **Opção A**

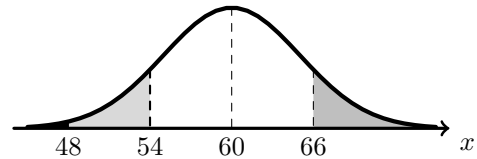
Teste Intermédio 12.º ano – 10.12.2008

31. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal, temos que,
 $P(X < \mu - k) = P(X > \mu + k)$, $k \in \mathbb{R}^+$, e como $\mu = 60$ e $\sigma = 5$, vem:

- $P(X > 66) = P(X > 60 + 6) = P(X < 60 - 6) = P(X < 54)$
- Como $48 < 54 < \mu$, temos que
 $P(X < 48) < P(X < 54)$

Assim, como $P(A) = P(X < 54)$, e $P(B) = P(X < 48)$,
temos

$$P(B) < P(A)$$



Resposta: **Opção C**

Exame – 2008, 1.ª Fase

32. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal, e $\mu = 2$ temos que:

- $P(X > 1) = P(1 < X < 2) + P(X > 2) > 50\%$
- $P(X > 1,5) = P(1,5 < X < 2) + P(X > 2) > 50\%$
- $P(X > 2) = 50\%$
- $P(X > 2,5) = P(X > 2) - P(2 < X < 2,5) < 50\%$

Logo, de entre os valores de a apresentados nas opções, 2,5 é o único compatível com $P(X > a) = 15\%$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 17.01.2008

33. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal, e $\mu = 140$,
temos que $P(X \leq 140) = P(X \geq 140) = 50\%$, logo

- $P(140 \leq X \leq 170) = P(X \geq 140) - P(X \geq 170)$, logo $P(140 \leq X \leq 170) < 50\%$
- $P(120 \leq X \leq 140) = P(X \leq 140) - P(X \leq 120)$, logo $P(120 \leq X \leq 140) < 50\%$
- $P(130 \leq X \leq 150) = 1 - P(X \leq 130) - P(X \geq 150)$
- $P(150 \leq X \leq 180) = P(X \geq 150) - P(X \geq 180)$, logo $P(150 \leq X \leq 180) < 50\%$

Assim, de entre os pares de valores de a e de b apresentados nas opções, $a = 130$ e $b = 150$ é o único par compatível com $P(a \leq X \leq b) = 60\%$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006



34. Como a variável X segue uma distribuição normal de valor médio 40, temos que: $P(X > 45) = P(X < 35)$. Assim:

- Como $P(X > 45) = 0,2$ temos que $P(X < 35) = 0,2$
- Como $P(X < 40) = 0,5$

Logo, $P(35 < X < 40) = P(X < 40) - P(X < 35) = 0,5 - 0,2 = 0,3$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

35. Como as duas distribuições são simétricas relativamente à mesma reta, e a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, temos que os valores médios das duas distribuições são iguais, ou seja, $a = c$

Como a distribuição $N(a,b)$ apresenta observações próximas do valor médio com maior probabilidade associada, verificamos que as observações estão mais concentradas, ou seja a dispersão é comparativamente menor.

Da mesma forma, como a distribuição $N(c,d)$ apresenta observações mais afastadas do valor médio com maior probabilidade associada, podemos afirmar que as observações estão mais dispersas, ou seja, com dispersão comparativamente maior.

Logo, $d > b \Leftrightarrow b < d$

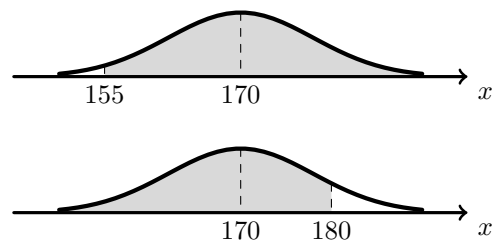
Resposta: **Opção B**

Exame – 2002, 1.ª Fase – 2.ª chamada

36. Considerando X a variável aleatória, com valor médio $\mu = 170$, temos que:

- $P(X > 180) < 0,5$
- $P(X < 180) > 0,5$
- $P(X > 155) > 0,5$
- $P(X < 155) < 0,5$

Como $|\mu - 155| > |\mu - 180|$, ou seja, o valor 155 está mais afastado do valor médio, temos que $P(X > 155) > P(X < 180)$.



Resposta: **Opção C**

Prova modelo – 2001

