Prova Final 2017 - Época Especial

1. Qual dos seguintes números é uma aproximação de 3π com erro inferior a $0{,}01$?

(A) $9{,}40$ **(B)** $9{,}41$

(C) $9{,}43$ **(D)** $9{,}44$

2. Admite que a idade do Universo é $14\,000$ milhões de anos e que a vida na Terra surgiu há $3\,600$ milhões de anos.

Quanto tempo depois da formação do Universo é que surgiu a vida na Terra?

Apresenta o resultado em anos, escrito em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. A Figura 1 representa um reservatório constituído por um cilindro de altura $\overline{AB}$ e por uma semiesfera assente na base superior do cilindro. As bases do cilindro e a semiesfera têm diâmetro $\overline{BC}$.

O reservatório contém $50\ \text{m}^3$ de água.

Sabe-se que:

- $\overline{PB}$ designa a altura que a água atinge no reservatório;
- $\overline{AP} = 1{,}5\ \text{m}$;
- $\overline{BC} = 4{,}4\ \text{m}$.

A figura não está desenhada à escala.

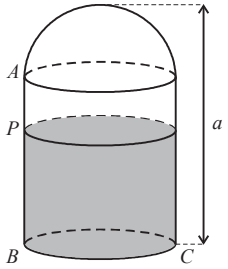

Figura 1

Determina a altura, a, do reservatório.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Na Figura 2, está representado um esquema de um baloiço num instante em que a cadeira do baloiço se encontra na posição assinalada com o ponto M.

No esquema, o segmento de reta $[OM]$ representa o cabo do baloiço e a reta s representa o solo.

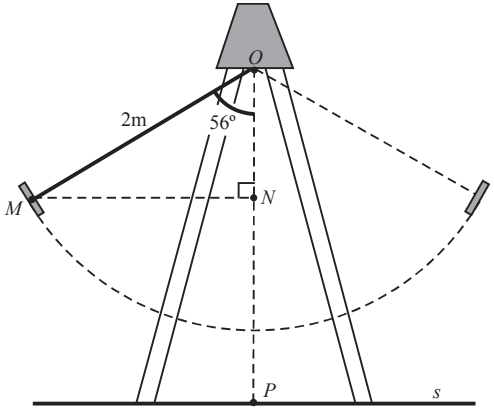

Figura 2

Sabe-se que:

- o ponto P é o pé da perpendicular traçada do ponto O para a reta s;
- o ponto N é o pé da perpendicular traçada do ponto M para a reta OP;
- $M\hat{O}N = 56º$;
- $\overline{OM} = 2\ \text{m}$;
- $\overline{OP} = 2{,}5\ \text{m}$.

A figura não está desenhada à escala.

Determina $\overline{NP}$, ou seja, determina a distância da cadeira ao solo quando esta se encontra no ponto M.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Sugestão: começa por determinar $\overline{ON}$.

5. Na Figura 3, está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em C.

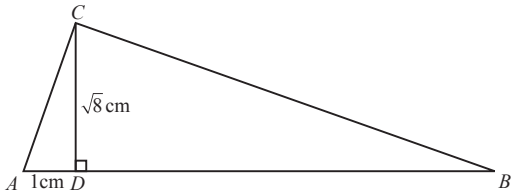

Figura 3

Sabe-se que:

- $[CD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativa ao lado $[AB]$;
- $\overline{AD} = 1\,\text{cm}$;
- $\overline{CD} = \sqrt{8}\ \text{cm}$.

A figura não está desenhada à escala.

5.1. Determina $\overline{AC}$.

Apresenta o valor pedido em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2. Determina a área do triângulo $[DBC]$.

Apresenta o valor pedido em cm^2, arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

FIM DO CADERNO 1

6. A turma da Ana tem 29 alunos, distribuídos, por género e por idade, de acordo com a tabela seguinte.

	15 anos	**16 anos**	**17 anos**
Raparigas	8	5	3
Rapazes	3	8	2

6.1. Um bilhete para uma peça de teatro vai ser sorteado entre todos os alunos desta turma.

Qual é a probabilidade de o aluno contemplado com o bilhete de teatro ser um rapaz?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração.

6.2. Qual é a mediana do conjunto dos dados relativos às idades das raparigas da turma da Ana?

(A) 15 anos **(B)** 15,5 anos **(C)** 16,5 anos **(D)** 17 anos

7. Na Figura 4, estão representadas duas circunferências, c_1 e c_2, e os pontos A, B e C, tais que:

- o ponto A pertence à circunferência c_1;
- o ponto B pertence à circunferência c_2;
- o ponto C pertence às circunferências c_1 e c_2.

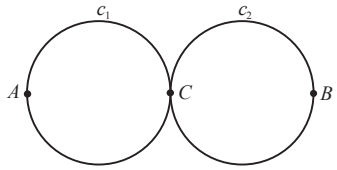

Figura 4

A Diana vai escolher, ao acaso, um dos três pontos, e o Eduardo também vai escolher, ao acaso, um dos três pontos.

Qual é a probabilidade de os pontos escolhidos pertencerem à mesma circunferência?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Seja n um número natural e seja $A = [-n, n] \cap \mathbb{Z}$.

($\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros relativos.)

Sabe-se que o conjunto A é constituído por sete elementos.

Qual é o valor de n?

9. Seja f uma função de proporcionalidade inversa.

Sabe-se que $f(3)=9$.

Em qual das opções se apresenta uma expressão que define a função f?

(A) $f(x)=3x$ **(B)** $f(x)=27x$

(C) $f(x)=\frac{3}{x}$ **(D)** $f(x)=\frac{27}{x}$

10. Na Figura 5, estão representados, em referencial cartesiano, a função quadrática f e o triângulo $[AOB]$.

O triângulo $[AOB]$ está decomposto numa região sombreada e noutra não sombreada.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A tem coordenadas $(10,0)$;
- o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 10;
- a função f é definida por $f(x)=3x^2$;
- a área da região sombreada do triângulo é 1000.

Determina a área da região **não sombreada** do triângulo $[AOB]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

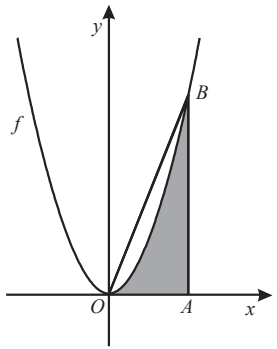

Figura 5

11. Resolve a equação seguinte.

$$2x^2+5x-3=0$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{2(3-x)}{3}\leq\frac{x}{2}+\frac{2}{3}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Considera o sistema de equações seguinte, nas variáveis x e y.

$$\begin{cases} ax+y=3 \\ 2x+by=5 \end{cases} \quad (a,b\in\mathbb{R})$$

Quais são os valores de a e b para os quais o par (x,y), com $x=1$ e $y=1$, é solução deste sistema?

(A) $a=2$ e $b=2$ **(B)** $a=2$ e $b=3$

(C) $a=1$ e $b=3$ **(D)** $a=1$ e $b=1$

14. Escreve o número $(10^4)^3\times10^2\times5^{-14}$ na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera o prisma hexagonal regular $[ABCDEFGHIJKL]$ representado na Figura 6.

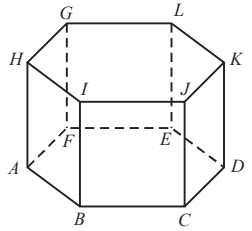

Figura 6

15.1. Relativamente às retas JC e ED, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) As retas não são complanares.

(B) As retas são paralelas.

(C) As retas são concorrentes perpendiculares.

(D) As retas são concorrentes não perpendiculares.

15.2. Sabe-se que:

- as arestas do prisma são todas geometricamente iguais;
- $\overline{BC}=x-3$, para um certo valor de x maior do que 3.

Qual das expressões seguintes representa a área de uma face lateral do prisma?

(A) x^2+6x+9 **(B)** x^2+9

(C) x^2-6x+9 **(D)** x^2-9

16. Na Figura 7, estão representados a circunferência de centro no ponto O e diâmetro $[CD]$ e o trapézio isósceles $[ABCD]$, inscrito na circunferência.

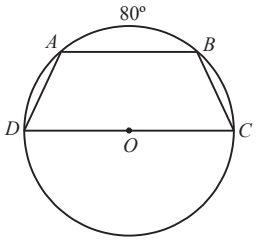

Figura 7

Sabe-se que a amplitude do arco AB é $80º$.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo DAB.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Na Figura 8, está representado um esquema de parte de um pavimento que pode ser encontrado numa cidade portuguesa.

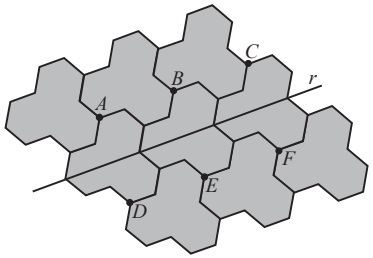

Figura 8

Os polígonos que constituem o esquema são geometricamente iguais.

Os pontos A, B, C, D, E e F, assinalados na figura, são vértices desses polígonos, e a reta r é a mediatriz dos segmentos de reta $[AD]$, $[BE]$ e $[CF]$.

Um dos pontos assinalados é a imagem do ponto D pela reflexão deslizante de eixo r e vetor $\overrightarrow{EF}$.

Identifica esse ponto.

18. Na Figura 9, estão representados os quatro primeiros termos de uma sucessão de sólidos compostos por cubos geometricamente iguais, que segue a lei de formação sugerida.

1.º termo 2.º termo 3.º termo 4.º termo

Figura 9

Sabe-se que:

- o número total de cubos (cinzentos e brancos) do termo de ordem n da sucessão é dado pela expressão n^2;
- cada termo da sucessão, com exceção do primeiro, tem mais um cubo cinzento do que o termo anterior.

Escreve uma expressão que represente o número de cubos brancos do termo de ordem n da sucessão.

Fim da Prova

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item														
Cotação (em pontos)														
6.1.	**6.2.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.1.**	**15.2.**	**16.**	**17.**	**18.**	
4	3	6	4	3	6	6	7	3	6	3	3	6	3	4	**67**
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)															**100**