

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/1.ª Fase

Caderno 1: 7 Páginas

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
(é permitido o uso de calculadora)

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na Figura 1, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

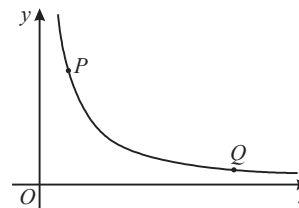


Figura 1

Os pontos P e Q pertencem ao gráfico da função.

Sabe-se que as coordenadas do ponto P são $(5, 21)$.

Em qual das opções seguintes podem estar as coordenadas do ponto Q ?

- (A) $(17, 9)$ (B) $(19, 7)$ (C) $(33, 5)$ (D) $(35, 3)$

2. Na Figura 2, apresenta-se uma notícia publicada num jornal acerca dos fundos de que a ONU (Organização das Nações Unidas) necessitava, em 2011, para atuar no combate à fome em África.

Domingo, 7 de agosto de 2011

São precisos 1700 milhões de euros.
Até agora, a ONU só obteve 45% desta verba.

Figura 2

Escreve, utilizando notação científica, o valor, em euros, de que a ONU dispunha, à data da notícia, para atuar no combate à fome em África.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Na Figura 3, estão representadas duas retas paralelas, r e s , e duas semirretas, $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$.

Sabe-se que:

- a reta r intersecta as semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ nos pontos A e B , respetivamente;
- a reta s intersecta as semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ nos pontos C e D , respetivamente;
- o ponto A pertence ao segmento de reta $[OC]$;
- $\overline{OA} = 8,0$ cm, $\overline{AC} = 4,5$ cm e $\overline{OB} = 9,6$ cm.

A figura não está desenhada à escala.

Determina $\overline{BD}$.

Apresenta o resultado em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

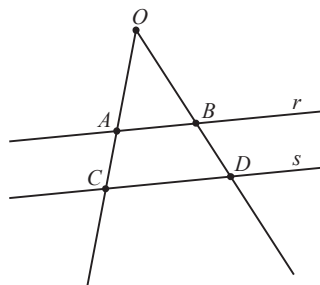


Figura 3

4. Na Figura 4, estão representados um prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas, e um cilindro cujas bases estão inscritas nas bases do prisma.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 20$ cm;
- a diferença entre o volume do prisma e o volume do cilindro é igual a 3000 cm³.

A figura não está desenhada à escala.

- 4.1. Identifica, recorrendo a letras da figura, uma reta perpendicular ao plano que contém a base $[ABCD]$ do prisma.

- 4.2. Determina $\overline{CH}$.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

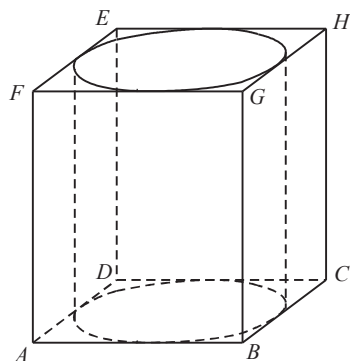


Figura 4

5. A Figura 5 é uma fotografia do farol do Cabo de Santa Maria, situado na Ria Formosa, na Ilha da Culatra.

A Marta e o Rui estão a fazer um trabalho de trigonometria.

A Marta colocou-se num ponto a partir do qual podia observar o topo do farol segundo um ângulo de amplitude 60° . Fez algumas medições e esboçou um esquema idêntico ao que se apresenta na Figura 6.

Nesse esquema, o ponto T corresponde ao topo do farol, o ponto M corresponde ao ponto de observação da Marta, e o ponto R corresponde ao ponto de observação do Rui.

O esquema não está desenhado à escala.



Figura 5

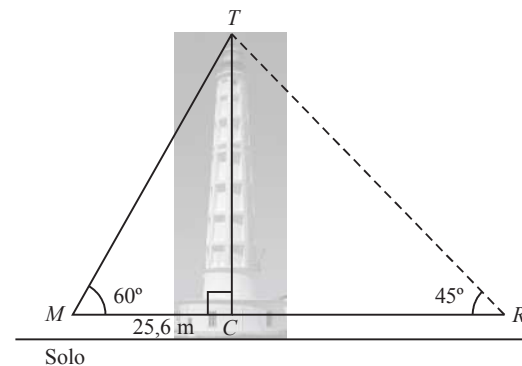


Figura 6

Relativamente ao esquema da Figura 6, sabe-se que:

- $[MCT]$ é um triângulo retângulo;
- o ponto R pertence à semirreta $\overrightarrow{MC}$;
- $\hat{MTC} = 60^\circ$ e $\hat{TRC} = 45^\circ$;
- $\overline{MC} = 25,6$ m.

Determina $\overline{MR}$, ou seja, determina a distância entre a Marta e o Rui.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

Sugestão: Começa por determinar $\overline{TC}$.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Para cada número natural n maior do que 1, seja $A = [1, \sqrt{n}[$ um intervalo de números reais.

Qual é o menor valor de n para o qual o intervalo A tem, exatamente, vinte e oito números naturais?

FIM DO CADERNO 1

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

7. Na tabela seguinte, apresentam-se dados relativos às idades de uma amostra de alunos do 3.º ciclo de uma escola básica.

Idade (em anos)	12	13	14	15
Número de alunos	2	7	20	11

Em qual das opções seguintes se apresenta o valor do 1.º quartil deste conjunto de dados?

- (A) 13
- (B) 13,5
- (C) 14
- (D) 14,5

8. O António e a Beatriz estão a jogar um jogo de dados.

Em cada jogada, cada um deles lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e observa o número da face voltada para cima.

Em cada jogada, vence aquele cujo dado apresente o maior dos dois números.

Se, numa jogada, os dois dados apresentarem o mesmo número, é declarado empate.

8.1. O António lançou o dado e obteve o número 5.

Qual é a probabilidade de a Beatriz vencer esta jogada?

Apresenta o resultado na forma de fração.

8.2. O António e a Beatriz lançam novamente os dados.

Qual é a probabilidade de o António vencer esta nova jogada?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Sejam q e r números reais, tais que $q < r$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $2q > 2r$
- (B) $-2q > -2r$
- (C) $q + 2 > r + 2$
- (D) $q - 2 > r - 2$

10. Observa as igualdades seguintes, que ilustram uma propriedade dos quadrados perfeitos dos números naturais.

$1^2 = 1$
 $2^2 = 1 + 3$
 $3^2 = 1 + 3 + 5$
 $4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$
 $5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$

Qual é a soma dos 80 primeiros números ímpares?

11. A reta r , representada em referencial cartesiano na Figura 7, é o gráfico de uma função afim, f .

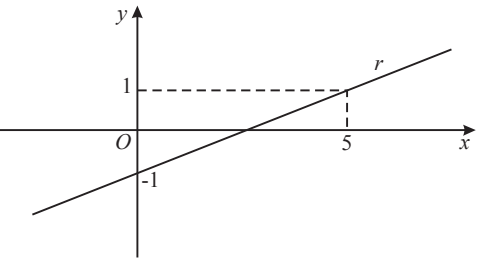


Figura 7

Sabe-se que os pontos de coordenadas $(0, -1)$ e $(5, 1)$ pertencem à reta r .

Determina uma expressão algébrica que defina a função f .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Escreve o número $\frac{8^{30}}{2^{30}} \times (-1)^{40}$ na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Relativamente aos trabalhadores de uma certa empresa, sabe-se que o número de homens é igual a um quarto do número de mulheres.

Se a empresa contratar mais 2 homens e mais 3 mulheres, o número de homens passará a ser igual a um terço do número de mulheres.

Seja h o número de homens e seja m o número de mulheres que trabalham atualmente nesta empresa.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de homens (valor de h) e o número de mulheres (valor de m) que trabalham atualmente na empresa.

Não resolvas o sistema.

14. Resolve a equação seguinte.

$$x^2 + 3(x - 2) = x - 3$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{x-1}{6} \leq \frac{5x-1}{3}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Na Figura 8, estão representados dois quadrados de lados $[OA]$ e $[OB]$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao segmento de reta $[OB]$
- $\overline{OA} = a$
- $\overline{AB} = b$

Qual das expressões seguintes representa a área do quadrado de lado $[OB]$?

- (A) $a^2 + 2ab + b^2$
 (B) $a^2 - 2ab + b^2$
 (C) $a^2 + b^2$
 (D) $a^2 - b^2$

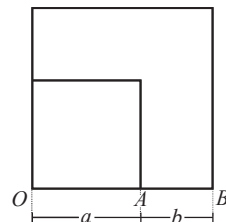


Figura 8

17. Na Figura 9, estão representados o triângulo escaleno $[LMN]$, as semirretas $\dot{MO}$ e $\dot{NO}$, bissetrizes dos ângulos LMN e MNL , respetivamente, e a circunferência inscrita no triângulo $[LMN]$.

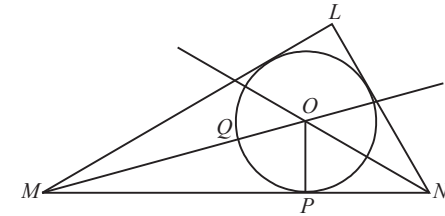


Figura 9

Sabe-se que:

- a reta MN é tangente à circunferência no ponto P ;
- o ponto Q é a intersecção do segmento de reta $[MO]$ com a circunferência.

- 17.1. Sabe-se também que $\widehat{OMN} = 15^\circ$.

Qual é a amplitude do arco QP ?

- (A) 70° (B) 75° (C) 80° (D) 85°

- 17.2. Admite que $\overline{OP} = \sqrt{3}$ e que $\overline{PN} = 3$.

Determina o valor exato de $\overline{ON}$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 17.3. Como se designa o ponto O relativamente ao triângulo $[LMN]$?

- (A) Baricentro
 (B) Circuncentro
 (C) Incentro
 (D) Ortocentro

FIM DA PROVA