

M.A.C.S. (10.º ano)
Teoria de eleições

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução



1. Aplicando o método descrito para obter a composição da atual direção, temos:

- Pontuação do António (124 votos na 1.ª preferência, 90 votos na 1.ª preferência e 160 votos na 3.ª preferência):

$$125 \times 5 + 90 \times 3 + 160 \times 1 = 1055$$

- Pontuação do Bernardo (160 votos na 1.ª preferência, 125 votos na 1.ª preferência e 90 votos na 3.ª preferência):

$$160 \times 5 + 125 \times 3 + 90 \times 1 = 1265$$

- Pontuação da Carla (90 votos na 1.ª preferência, 160 votos na 2.ª preferência e 125 votos na 3.ª preferência):

$$90 \times 5 + 160 \times 3 + 125 \times 1 = 1055$$

Como não existem candidatos empatados, os seus lugares na direção são decididos utilizando a idade como critério de desempate, e como a Carla é mais velha que o António, será ela a assumir o cargo de maior importância.

Assim, a composição da direção da rádio OnOff, é:

- Diretor: Bernardo (1265 votos)
- Vice-diretor: Carla (1055 votos - 29 anos)
- Adjunto da direção: António (1055 votos - 27 anos)

Exame – 2021, Ép. especial

2. Temos que:

- O número total de votos que não eram válidos foi 96, correspondentes a 25% dos eleitores que votaram (porque 75% foram considerados válidos), pelo que o número votantes (NV), é:

$$\frac{NV}{96} = \frac{100}{25} \Leftrightarrow NV = \frac{96 \times 100}{25} \Leftrightarrow NV = 384$$

- Como existiam 480 e votaram 384, o número de eleitores inscritos que não votou foi $480 - 384 = 96$, pelo que a taxa de abstenção (TA) corresponde à percentagem a que corresponde 96 eleitores que não votaram no total 480 eleitores inscritos, ou seja:

$$\frac{TA}{100} = \frac{96}{480} \Leftrightarrow TA = \frac{100 \times 96}{480} \Leftrightarrow TA = 20$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2021, Ép. especial

3. Como Barcelona foi a cidade vencedora, começamos por aplicar o método, escolhendo todos os pares que envolvem esta cidade:

Pares \ N.º de votos	36	58	X	29	Totais
Barcelona e Cracóvia	B	B	C	C	Barcelona: $36 + 58 = 94$ Cracóvia: $X + 29$
Barcelona e Praga	B	P	B	P	Barcelona: $36 + X$ Praga: $58 + 29 = 87$
Barcelona e Roma	B	R	B	B	Barcelona: $36 + X + 29 = X + 65$ Roma: 58

Assim, como sabemos que Barcelona teve mais votos que qualquer uma das restantes cidades, podemos verificar que:

- $X + 29 < 94 \Leftrightarrow X < 94 - 29 \Leftrightarrow X < 65$
- $36 + X > 87 \Leftrightarrow X > 87 - 36 \Leftrightarrow X > 51$
- $X + 65 > 58 \Leftrightarrow X > 58 - 65 \Leftrightarrow X > -7$

Como X é um número natural, Barcelona tem mais votos que Roma independentemente do valor de X , para que Barcelona tenha mais votos que Praga, X deve ser superior a 51, ou seja deve ser no mínimo 52, e para que Barcelona tenha mais votos que Cracóvia, X deve ser inferior a 65, ou seja, deve ser 64 no máximo, pelo que, X representa no mínimo 52 e no máximo 64.

Exame – 2021, 2.ª Fase

4. Temos que:

- O número total de votos validamente expressos foi 7200, correspondentes a 96% dos votos apurados, pelo que o número de votos apurados (VA), é:

$$\frac{VA}{7200} = \frac{100}{96} \Leftrightarrow VA = \frac{7200 \times 100}{96} \Leftrightarrow VA = 7500$$

- Como a abstenção foi de 20%, o número de votos apurados (VA), corresponde a $100 - 20 = 80\%$ do número de acionistas da empresa que poderiam ter votado (NA), ou seja:

$$\frac{NA}{7500} = \frac{100}{80} \Leftrightarrow NA = \frac{7500 \times 100}{80} \Leftrightarrow NA = 9375$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2021, 1.ª Fase



5. Aplicando o método descrito, temos:

- Número de votos necessário para obter maioria absoluta: 12 (porque $\frac{23}{2} = 11,5$)
- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta (a cidade mais votada foi Veneza com 8 votos)
- Reestruturando novamente a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Milão - temos:

Preferências \ Votos	Votos			
	8	7	5	3
1ª	Veneza	Florença	Milão	Veneza
2ª	Florença	Milão	Florença	Milão
3ª	Milão	Veneza	Veneza	Florença

- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência na tabela reestruturada, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta novamente (a cidade mais votada é, de novo, Veneza com $8 + 3 = 11$ votos)
- Reestruturando a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Milão - temos:

Preferências \ Votos	Votos			
	8	7	5	3
1ª	Veneza	Florença	Florença	Veneza
2ª	Florença	Veneza	Veneza	Florença

E assim, a cidade seleccionada pelos amigos para visitar depois de Roma, ou seja a cidade com maioria absoluta de votos ($7 + 5 = 12$, ou seja, mais que 11,5), é Florença.

Exame – 2020, 2.ª Fase



6. Aplicando o método descrito antes de ser contabilizado o voto do Filipe, temos:

- Pontuação do festival A (4 votos na 1.^a preferência e 5 votos na 3.^a preferência):

$$4 \times 5 + 5 \times 1 = 20 + 5 = 25$$

- Pontuação do festival B (3 votos na 1.^a preferência, 4 votos na 2.^a preferência e 2 votos na 3.^a preferência):

$$3 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \times 1 = 15 + 12 + 2 = 29$$

- Pontuação do festival C (2 votos na 1.^a preferência, 5 votos na 2.^a preferência e 2 votos na 3.^a preferência):

$$2 \times 5 + 5 \times 3 + 2 \times 1 = 10 + 15 + 2 = 27$$

Como após a contabilização do votos do Filipe o festival C ficou em último lugar, e não se verificaram empates, o voto do Filipe colocou o festival C na 3.^a preferência, porque se fosse a 2.^a ou a 1.^a, mesmo com 5 pontos o festival A não iria obter um número de pontos superior).

Relativamente à 1.^a preferência, o Filipe escolheu o festival A (porque se fosse a 2.^a alternativa iria totalizar o mesmo número de pontos do festival C, e é sabido que não se registou qualquer empate).

Desta forma, o voto do Filipe indicou na 1.^a preferência o festival A, na 2.^a o festival B e na 3.^a o festival C.

E assim, a pontuação de cada filme, após a contabilização do voto do Filipe, é:

- Festival A: $25 + 5 = 30$
- Festival B: $29 + 3 = 32$
- Festival C: $27 + 1 = 28$

Exame – 2020, 1.^a Fase

7. De acordo com os estatutos do Clube, calculamos o número de votos que Ricardo obteve:

Anos como Sócio	Titular		Efetivo	
	Sócios	Votos	Sócios	Votos
[1,5[	4	$4 \times 2 = 8$	1	$1 \times 1 = 1$
[5,10[	6	$6 \times 3 = 18$	2	$2 \times 1 = 2$
[10,15[	30	$30 \times 4 = 120$	11	$11 \times 2 = 22$
[15,20[	12	$12 \times 5 = 60$	3	$3 \times 2 = 6$
Total	52	206	17	31
Total de sócios	$52 + 17 = 69$			
Total de votos	$206 + 31 = 237$			

Assim, a afirmação apresentada é verdadeira, porque o número de sócios que votaram no Ricardo (69) é menor do que o número de sócios que votaram na Teresa (71), mas o Ricardo venceu as eleições porque obteve mais votos (237) que a Teresa (210).

Exame – 2019, 2.^a Fase

