

1. Na universidade, realiza-se anualmente um congresso para o qual são convidados 10 alunos que divulgam o programa Erasmus+.

Em 2019, os convites foram distribuídos entre os quatro grupos de alunos que fizeram Erasmus+ nas cidades de Barcelona (grupo B), Cracóvia (grupo C), Praga (grupo P) e Roma (grupo R).

Para definir o número de convites a atribuir a cada grupo de alunos, foi considerado o número de alunos de cada grupo e foi aplicado o método que a seguir se descreve.

- Divide-se o número de alunos de cada grupo sucessivamente por 1, 2, 3, 4, 5, etc.
- Ordenam-se todos os quocientes obtidos, arredondados às décimas, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os convites a atribuir. Caso existam quocientes iguais, o quociente do grupo com menor número de alunos deverá ficar primeiro do que o outro.
- Atribuem-se os convites ao grupo a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada um dos grupos tantos convites quantos os seus termos na série.

Na tabela seguinte, indica-se a distribuição, por cada grupo, dos 2500 alunos que fizeram Erasmus+, em 2019, nas cidades indicadas.

Grupo	B	C	P	R
Número de alunos	430	1020	850	200

Depois de conhecidos os resultados, um dos organizadores do congresso afirmou que a distribuição do número de convites seria diferente se estes tivessem sido atribuídos na proporção direta do número de alunos de cada grupo, com arredondamento às unidades.

Aplicando este método, ao grupo B, por exemplo, seriam atribuídos dois convites, uma vez que

$$\frac{430}{2500} \times 10 = 1,72.$$

Mostre que a adoção do segundo método proposto seria vantajosa unicamente para o grupo R.

Na sua resposta, apresente o número de convites a atribuir a cada grupo, utilizando cada um dos dois métodos apresentados.

2. A ParaPagarApp é uma aplicação para telemóveis detida pela empresa ParaPagar. Depois de instalada, esta aplicação permite efetuar pagamentos em estabelecimentos aderentes recorrendo à Internet móvel.

Em 2020, foi necessário eleger uma nova equipa diretiva da ParaPagar. Nessa eleição, cada acionista da empresa teve de votar numa de quatro listas que se apresentaram a votação: listas A, B, C e D.

Apurados os resultados, verificou-se que o número de votos validamente expressos foi 7200.

Na tabela seguinte, apresenta-se o número de votos validamente expressos em cada uma das listas.

Lista	A	B	C	D
Votos	1505	2295	1750	1650

A nova equipa diretiva, constituída por 24 elementos, resultou da aplicação do método seguinte.

- 1.º passo: Calcula-se o divisor padrão, dividindo-se o número total de votos validamente expressos pelo número de elementos da equipa diretiva.
- 2.º passo: Calcula-se a quota inferior de cada lista, arredondando, por defeito, às unidades o resultado da divisão entre o número de votos de cada lista e o divisor padrão.
- 3.º passo: Se a soma das quotas inferiores das quatro listas for igual ao número de elementos da equipa diretiva, o método dá-se por finalizado e assume-se que o número de elementos de cada lista é igual ao valor da quota inferior. Caso contrário, é necessário encontrar um divisor modificado.
 - Se a soma das quotas inferiores for inferior ao número de elementos da equipa diretiva, subtrai-se um múltiplo de 10 ao divisor padrão.
 - Se a soma das quotas inferiores for superior ao número de elementos da equipa diretiva, soma-se um múltiplo de 10 ao divisor padrão.O divisor modificado irá substituir o divisor padrão, de modo a calcular a quota inferior modificada de cada lista.
- 4.º passo: Repetem-se os 2.º e 3.º passos até se obter uma soma das quotas inferiores modificadas que seja igual ao número de elementos da equipa diretiva, atribuindo-se a cada lista o número de elementos igual à respetiva quota inferior modificada.

Determine o número de elementos que cada lista conseguiu eleger para a nova equipa diretiva da ParaPagar, recorrendo ao método descrito.

Exame – 2021, 1.ª Fase

3. Na eleição da direção da Associação Ambientalista de Avelares (AAA), constituída por 7 elementos, concorreram as listas X, Y e Z.

Na tabela seguinte, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Lista	X	Y	Z
N.º de votos	142	231	425

Para converter os votos nos sete mandatos, aplicou-se o método que a seguir se descreve.

- Divide-se o número de votos de cada lista concorrente, sucessivamente, por 1, 3, 5, 7, 9, etc.
- Ordenam-se os quocientes obtidos, arredondados às unidades, por ordem decrescente, numa série de tantos termos quantos os mandatos previstos.
- Atribuem-se os mandatos às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série.
- No caso de ficar somente um mandato por atribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e correspondentes a listas diferentes, o mandato é atribuído à lista que tiver menor número de votos.

Determine a constituição da direção da AAA, referindo quantos elementos de cada lista a compõem.

Exame – 2020, Ép. especial

4. O consórcio proprietário do Centro Comercial Futuro (CCF) é formado pelos grupos de investimento A, B e C.

Em 2020, a administração do CCF pretende convidar 150 acionistas dos grupos de investimento A, B e C para assistirem a uma apresentação pública.

Na tabela seguinte, apresenta-se o número de acionistas de cada um dos grupos de investimento.

Grupo de investimento	A	B	C
Número de acionistas	296	364	134

- 4.1. Admita que o número de convites atribuído a cada grupo de investimento será diretamente proporcional ao número de acionistas que o constituem.

Quantos convites serão atribuídos ao grupo C?

- (A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29

- 4.2. Foi decidido que a distribuição dos 150 convites resultaria da aplicação do método a seguir descrito.

- Passo 1: Calcula-se o divisor padrão, dividindo-se o número total de acionistas dos três grupos de investimento pelo número de convites a distribuir.
- Passo 2: Calcula-se a quota padrão de cada grupo de investimento, dividindo o número de acionistas de cada grupo pelo divisor padrão.
- Passo 3: Se a quota padrão de um grupo de investimento for um número inteiro, atribui-se ao grupo essa quota.
- Passo 4: Se a quota padrão de um grupo de investimento não for um número inteiro, calcula-se $\sqrt{L(L+1)}$, sendo L o maior número inteiro menor do que a quota padrão.
- Passo 5: Se a quota padrão de um grupo de investimento for menor do que $\sqrt{L(L+1)}$, atribui-se a esse grupo uma quota arredondada igual ao maior número inteiro menor do que a quota padrão; se a quota padrão de um grupo for maior do que $\sqrt{L(L+1)}$, atribui-se a esse grupo uma quota arredondada igual ao resultado da adição de 1 com o maior número inteiro menor do que a quota padrão. O número de convites a distribuir por cada grupo de investimento é igual à respetiva quota padrão arredondada.

Determine o número de convites que cada grupo de investimento irá receber de acordo com a aplicação do método descrito.

Nos cálculos intermédios, utilize valores arredondados às décimas.

Exame – 2019, Ép. especial

