

1. A rádio OnOff é uma rádio local que transmite através da Internet, com recurso a tecnologia de transmissão de áudio e de vídeo em tempo real.

No dia em que a rádio OnOff comemorou o seu quinto aniversário, foi organizado um concurso cujo prémio era um conjunto promocional da Banda YY. O conjunto promocional era constituído por um bilhete para um concerto, uma camisola autografada pelos elementos da banda e um CD.

O vencedor do concurso, dono de uma pequena empresa, ofereceu o prémio aos seus três funcionários, a Dora, a Elsa e o Fernando, e, atendendo à antiguidade dos mesmos na empresa, decidiu que o prémio seria repartido entre eles da seguinte forma: a Dora ficaria com 50% do prémio, a Elsa com 30% e o Fernando com 20%.

Como não chegavam a acordo quanto à forma de distribuir os bens do prémio, os três funcionários decidiram partilhá-los utilizando o método seguinte.

- 1.ª etapa: Cada funcionário atribui um valor monetário a cada um dos bens do prémio, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. No final, são abertos os envelopes e são registados, numa tabela, os valores das licitações dos três funcionários.
- 2.ª etapa: Determina-se a soma das licitações atribuídas ao prémio por cada funcionário, designada valor global, e o valor que cada funcionário considera justo receber, designado porção justa. A porção justa obtém-se, para cada funcionário, através de uma proporção direta entre a percentagem que lhe coube na repartição do prémio e o valor global.
- 3.ª etapa: Cada bem é atribuído ao funcionário que mais o valoriza, e considera-se que ele recebe o valor que atribui a esse bem. Se um funcionário não receber qualquer bem, considera-se, para efeitos de cálculo, que o valor dos bens recebidos por esse funcionário é zero.
- 4.ª etapa: Se o valor dos bens recebidos por um funcionário for superior à porção justa por si determinada, apura-se o excedente. Caso contrário, apura-se o défice.
- 5.ª etapa: (Só é aplicada quando existe dinheiro em excesso.) O excesso irá corresponder à diferença entre o valor total do excedente e o valor total do défice. Este excesso é distribuído a cada funcionário na proporção direta que lhe coube na repartição do prémio.

Na tabela seguinte, estão registados os valores monetários atribuídos, nas licitações secretas, por cada um dos funcionários a cada um dos bens.

	Dora	Elsa	Fernando
Bilhete	40 €	34 €	36 €
Camisola	20 €	22 €	26 €
CD	26 €	34 €	28 €

Determine a partilha final do prémio pelos funcionários, aplicando o método descrito, de modo que nenhum dos funcionários tenha razão para reclamar.

Na sua resposta, apresente:

- o valor global atribuído ao prémio por cada funcionário;
- a porção justa para cada funcionário;
- a atribuição dos bens aos funcionários;
- o valor a pagar ou a receber por cada funcionário;
- o valor que cada funcionário receberá do excesso, caso exista valor em excesso;
- a partilha final do prémio.

2. Para distinguir os três trabalhadores com melhores resultados operacionais, a administração da ParaPagar atribuiu como prémio de produtividade três telemóveis de modelos diferentes.

Como os três trabalhadores não chegaram a acordo quanto à distribuição dos telemóveis, decidiram que iriam distribuí-los entre si utilizando o método seguinte.

- Cada trabalhador atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos três telemóveis e introduz o registo dessas licitações num envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos telemóveis por cada trabalhador e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada trabalhador considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu ao conjunto dos três telemóveis.
- Cada telemóvel é entregue ao trabalhador que mais o valoriza, considerando-se que o trabalhador recebe o valor monetário que lhe atribuiu.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um trabalhador não receba qualquer telemóvel, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor monetário recebido por esse trabalhador é zero euros.
- Caso o valor dos telemóveis recebidos por um trabalhador ultrapasse o valor que tinha considerado justo receber, o trabalhador disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, o trabalhador recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda reste dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelos três trabalhadores.

Na tabela seguinte, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada trabalhador nas licitações secretas.

Trabalhadores \ Telemóveis	A	B	C
Mariana	370	480	230
Pedro	330	500	205
Tiago	290	480	190

Determine, de acordo com o método acima descrito, como serão distribuídos os telemóveis pelos trabalhadores e o valor monetário a pagar ou a receber após a inclusão do dinheiro que possa ter sido distribuído, para que nenhum deles tenha razão para reclamar.

Exame – 2021, 1.^a Fase

3. Dois irmãos, a Elsa e o Manuel, receberam de presente seis bilhetes, B1, B2, B3, B4, B5 e B6, para seis festivais diferentes.

A Elsa valoriza três vezes mais o bilhete B2 do que qualquer um dos outros bilhetes, sendo todos os outros bilhetes valorizados da mesma forma.

Qual das seguintes opções pode representar um conjunto de bilhetes que a Elsa valoriza em 50% do valor global dos bilhetes?

- (A) B1; B4; B6 (B) B2; B3; B5 (C) B1; B3; B5; B6 (D) B2; B3; B4; B5

Exame – 2020, 1.^a Fase

4. Dois amigos, a Elsa e o Gaspar, partilharam um fogão de campismo (F), uma mesa de campismo (M) e uma tenda (T) durante alguns anos; porém, sendo cada vez mais difícil conciliar a partilha dos bens, decidiram distribuí-los entre os dois.

Como não chegaram a acordo sobre a divisão dos três bens, os amigos resolveram aplicar o método a seguir descrito.

- Cada um dos amigos atribui, secretamente, um certo número de pontos a cada um dos bens, num total de 100 pontos.
- Cada bem é destinado, temporariamente, ao amigo que mais o valoriza.
- Determina-se o total de pontos do(s) bem(ns) temporariamente destinado(s) a cada um dos amigos. Seja A o amigo com o total de pontos mais elevado e seja B o outro amigo.
- Procede-se ao ajuste da partilha, de modo que os dois amigos fiquem com número igual no total de pontos, através da partilha de um dos bens. Os outros bens ficam definitivamente atribuídos a cada um dos amigos.
 - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao amigo A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.
 - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao amigo B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.
 - Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x com o qual a partilha ficará equilibrada.
- O amigo B fica com o(s) bem(ns) a si destinado(s) e x por cento da utilização do bem a partilhar, e o amigo A fica com o restante.

Na tabela seguinte, apresenta-se o número de pontos atribuídos aos três bens por cada um dos amigos.

	F	M	T
Elsa	19	26	55
Gaspar	35	5	60

Atendendo aos dados apresentados na tabela anterior, os amigos concluíram que o bem a partilhar seria a tenda.

Assim, após a aplicação do método descrito, determinaram o número de dias em que, num ano, cada um deles poderia utilizar a tenda.

Admita que, até agosto, num ano com 365 dias, o Gaspar já tinha utilizado a tenda durante 146 dias.

Será que ainda a poderá utilizar durante os cinco dias do festival de verão a que pretende ir?

Na sua resposta:

- apresente a partilha temporária dos bens pelos dois amigos;
- determine o total de pontos dos bens temporariamente destinados a cada amigo;
- apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;
- apresente a partilha final dos bens pelos dois amigos;
- determine o número de dias em que o Gaspar pode utilizar a tenda.

