M.A.C.S. (10.º ano)

Gráficos e medidas estatísticas

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

1.

1.1. Como existem 6 ouvintes com variação de peso normal (correspondentes aos IMC 19, 19, 20, 20, 20 e 23), então os restantes $20-6=14$ ouvintes tem um IMC que não pode ser classificado como variação normal.

Assim, a percentagem (p) correspondente é:

$$\frac{p}{100}=\frac{14}{20} \Leftrightarrow p=\frac{14\times 100}{20} \Leftrightarrow p=70$$

Resposta: **Opção A**

1.2. De acordo com os dados do histograma temos que o número de elementos da amostra, n, é:

$$n=18+a+6+32+16=a+72$$

Como os dados estão agrupados em classes, a média é calculada com recurso à identificação da marca de cada classe. Assim, como as marcas dde classe são 16, 20, 24, 28 e 32, a média é:

$$\bar{x}=\frac{18\times 16+a\times 20+6\times 24+32\times 28+16\times 32}{a+72}=\frac{20a+1840}{a+72}$$

Admitindo que a média é igual a 24, temos que o valor é:

$$24=\frac{20a+1840}{a+72} \Leftrightarrow 24(a+72)=20a+1840 \Leftrightarrow 24a+1728=20a+1840 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24a-20a=1840-1728 \Leftrightarrow 4a=112 \Leftrightarrow a=\frac{112}{4} \Leftrightarrow a=28$$

Exame – 2021, Ép. especial

2.

2.1. Pela observação do gráfico podemos verificar que no mês 6 a taxa de utilização da cantina foi de 12,7% e no mês 7 foi de 9,4%.

Como no mês 6, frequentaram a cantina 1016 alunos, podemos estabelecer a proporção para determinar o número de alunos a que frequentaram a cantina no mês 7:

$$\frac{12{,}7}{9{,}4} = \frac{1016}{a} \Leftrightarrow a = \frac{1016 \times 9{,}4}{12{,}7} \Leftrightarrow a = 752$$

Logo a redução do número de alunos é:

$$1016 - 752 = 264$$

Assim, a percentagem x da redução do mês 7 relativamente ao mês 6, corresponde à proporção de 264 relativamente a 1016:

$$\frac{1016}{264} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100 \times 264}{1016} \Rightarrow x \approx 26$$

Resposta: **Opção A**

2.2. Ordenando os dados de acordo com o gráfico ($b < 9{,}4$), podemos identificar a posição dos dados centrais, necessários para o cálculo da mediana:

$$\underbrace{b\,;\ 9{,}4\,;\ 11{,}7\,;\ 12{,}7\,;\ 13{,}9\,;\ 14{,}5}_{50\%}\ ;\ \underbrace{a\,;\ 15{,}5\,;\ 15{,}9\,;\ 15{,}9\,;\ 16{,}2\,;\ 16{,}5}_{50\%}$$

Admitindo que a mediana dos dados recolhidos é 14,9%, e observando que é a média aritmética entre 14,5 e a, temos que:

$$\frac{14{,}5 + a}{2} = 14{,}9 \Leftrightarrow a = 14{,}9 \times 2 - 14{,}5 \Leftrightarrow a = 16 - 7 \Leftrightarrow a = 15{,}3\%$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

3. Pela observação do gráfico podemos verificar que a média dos alunos que participaram no primeiro semestre é relativa a $15 + 55 = 70$ alunos, e que a média dos alunos que participaram no segundo semestre é relativa a $10 + 30 = 40$ alunos.

Assim a notta média dos 110 alunos é:

$$\bar{x} = \frac{15{,}65 \times 70 + 14{,}22 \times 40}{100} = 15{,}13 \text{ valores}$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

4. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada barra do histograma e calcular a frequência absoluta simples (a partir da frequência absoluta acumulada, por subtrações sucessivas), como se apresenta na tabela seguinte:

Classes	**Marca de classe**	**Frequência absoluta acumulada**	**Frequência absoluta simples**
[18,28[	$\frac{18+28}{2} = 23$	15	15
[28,38[	$\frac{28+38}{2} = 33$	75	$75 - 15 = 60$
[38,48[	$\frac{38+48}{2} = 43$	120	$120 - 75 = 45$
[48,58[	$\frac{48+58}{2} = 53$	140	$140 - 120 = 20$
[58,68[	$\frac{58+68}{2} = 63$	150	$150 - 140 = 10$

Assim, introduzindo na calculadora gráficas listas correspondentes às marca de classe e às frequências absolutas simples e calculando as medidas estatísticas referentes a estas duas listas obtemos o valor da média das idades dos 150 funcionários, com arredondamento às unidades:

$$\overline{x} \approx 40$$

Exame – 2021, 1.ª Fase

5.

5.1. Como a mediana é 8 e existem um total de 20 registos ($3 + 4 + 2 + 2 = 11$ rapazes e 9 raparrigas), a mediana é a média d0 10.º e do 11.º primeiro registos na lista ordenada de todos os registos.

Assim, escrevendo os 11 primeiros registos da lista ordenada temos:

$$\underbrace{\overbrace{5\ ;\ 5\ ;\ 5}^{\male}\ ;\ \overbrace{5\ ;\ 5}^{\female}\ ;\ \overbrace{6\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 6}^{\male}\ ;\ \overbrace{7}^{\female}}_{10}\ ;\ \underbrace{\overbrace{a}^{\female}\ ;\ ...}_{10}$$

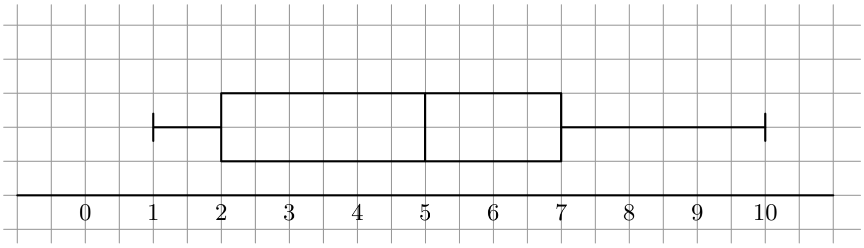
Assim a mediana ($\tilde{x} = 8$) é a média aritmética entre 7 e a, ou seja:

$$\frac{7+a}{2} = 8 \Leftrightarrow 7 + a = 16 \Leftrightarrow a = 16 - 7 \Leftrightarrow a = 9$$

5.2. Inserindo na calculadora gráfica os valores do número de resíduos numa lista e os valores da frequência absoluta noutra lista, e formatando a calculadora para obter os calculos estatísticos de uma variável, com dados agrupados, obtemos os seguintes valores para os quartis e para os extremos:

Mínimo	1
1.º quartil	2
Mediana	5
3.º quartil	7
Máximo	10

Assim, representando o diagrama de extremos e quartis relativo a estes dados, temos:



Desta forma podemos concluir que o diagrama apresentado no enunciado não traduz os dados apresentados na tabela, porque o valor do 3.º quartil não é 8, mas sim 7, como se ilustra no diagrama aqui representado.

Exame – 2020, Ép. especial

6. Como em abril foram ocupados menos 25% dos quartos do que em março, então o número de quartos ocupados em abril foi 75% dos número registado março.

Assim, como 198 corresponde a 75% do número de quartos ocupados em março (m), então a ocupação de março corresponde a 100%, e assim, estabelecendo a proporção, temos que:

$$\frac{m}{198} = \frac{100}{75} \Leftrightarrow m = \frac{100 \times 198}{75} \Leftrightarrow m = 264$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2020, 2.ª Fase

7.

7.1. Relacionando as frequências absoluta simples e absoluta acumulada do tempo de atraso de 5 min, podemos determinar a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso de 4 min, e podemos calcular a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso b, como está indicado na tabela:

Tempo de atraso (min)	**N.º de comboios**	**Frequência absoluta acumulada**
0		2
2		14
4	a	$37-13=24$
5	13	37
b	13	$37+13=50$
15		
17		100

Depois relacionando as frequências absolutas acumuladas dos tempos 2 e 4 min, podemos determinar o valor de a:

$$\text{Como } 14+a=24, \text{ então } a=24-14=10$$

Relativamente ao valor de b, como se verificou que existem 50 registos com um valor inferior a b e 50 registos com um valor igual ou superior a 15, então, como o total de registos é par, a mediana resulta da média entre b e 15. Como a mediana é 11 min, podemos determinar o valor de b:

$$\frac{b+15}{2}=11 \Leftrightarrow b+15=11\times 2 \Leftrightarrow b=22-15 \Leftrightarrow b=7$$

7.2. Como do conjunto das reclamações apresentadas em todas as estações, 13 680 se encontram pendentes, pela leitura do gráfico podemos verificar que este valor corresponde a 45% do total, pelo que, o número total de reclamações é:

$$\frac{t}{13\,680}=\frac{100}{45} \Leftrightarrow t=\frac{100\times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t=\frac{100\times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t=30\,400$$

Como do total das reclamações apresentadas, 40% são da estação E2, podemos calcular o número de reclamações da estão E2:

$$30\,400\times 0{,}4=12\,160$$

Novamente pela observação do gráfico podemos verificar que a percentagem de reclamações pendentes na estação E2 é 75%, pelo que o número correspondente é:

$$12\,160\times 0{,}75=9\,120$$

Exame – 2020, 2.ª Fase

8.

8.1. Como o tempo médio de espera é referente a 9 pessoas, tendo os tempos do Filipe e do amigo iguais (porque permaneceram juntos na fila), designado por t este valor, temos que:

$$\frac{30+24+22{,}5+18+12+8+3+t+t}{9}=15{,}5 \Leftrightarrow 117{,}5+2t=15{,}5\times 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t=139{,}5-117{,}5 \Leftrightarrow t=\frac{22}{2} \Leftrightarrow t=11$$

8.2. Observando que as pessoas indicadas na tabela, as que esperaram menos de três horas foram as pessoas A, B e C, ou seja 3 pessoas e designando por t o número total de clientes que, nesse dia, adquiriram bilhete, temos que:

- $t \times 0{,}6$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete (60% do total)
- $t \times 0{,}6 \times 0{,}004$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete e que figuram na tabela (0,4% do valor anterior)

Assim, determinando o valor de t, temos:

$$t \times 0{,}6 \times 0{,}04 = 3 \Leftrightarrow t = \frac{3}{0{,}6 \times 0{,}004} \Leftrightarrow t = 1250$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2020, 1.ª Fase

9.

9.1. Como existem 50 registos (referentes aos 50 clientes inquiridos pelo João), e como a média do número de artigos comprados é 1,96, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{50} = 1{,}96 \Leftrightarrow S = 1{,}96 \times 50 \Leftrightarrow S = 98$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, temos:

$$98 - 0 \times 8 - 1 \times 14 - 2 \times 12 - 3 \times 13 = 98 - 0 - 14 - 24 - 39 = 21$$

Desta forma, temos que o valor de a pode ser calculado por:

$$a \times 3 = 21 \Leftrightarrow a = \frac{21}{3} \Leftrightarrow a = 7$$

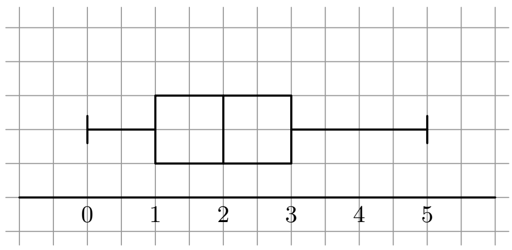
9.2. Organizando os dados recolhidos pelo João e pela Maria numa tabela, e agrupando as respostas semelhantes, temos:

N.º de artigos comprados	N.º de clientes (João)	N.º de clientes (Maria)	N.º de clientes (Total)
0	8	10	10
1	14	15	29
2	12	8	20
3	13	7	20
4	3	7	10
5	0	3	3

Inserindo na calculadora, em duas listas, os valores relativos ao N.º de artigos comprados, e ao N.º de clientes (Total), e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os seguintes valores para os extremos e para os quartis:

- Mínimo: 0
- 1.º quartil: 1
- Mediana (2.º Q): 2
- 3.º quartil: 3
- Mínimo: 5

E desta forma podemos desenhar o diagrama de extremos e quartis que representa os dados relativos ao número de artigos que os 100 clientes inquiridos:



Exame – 2019, Ép. especial

10.

10.1. Admitindo que o valor médio das 10 licitações é 34 euros, calculamos a soma (S) dos valores dos valores das 10 licitações:

$$\frac{S}{10} = 34 \Leftrightarrow S = 34 \times 10 \Leftrightarrow S = 340$$

Calculando a soma das 9 licitações indicadas no diagrama de caule e folhas, temos:

$$14 + 16 + 22 + 31 + 32 + 37 + 45 + 48 + 50 = 295$$

Assim, o valor em falta é dado pela diferença entre S e a soma dos valores das 9 licitações:

$$340 - 295 = 45$$

Resposta: **Opção A**

10.2.

10.2.1.
- Considerando que 48 artigos foram vendidos por um preço inferior ou igual ao 3.º quartil, ou seja, que 48 artigos correspondem a 75% da população, então o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros (n), ou seja, superior ou igual à mediana pode ser 50% da população:
$$\frac{75}{48}=\frac{50}{n} \Leftrightarrow n=\frac{50\times 48}{75} \Leftrightarrow n=32$$
- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana é calculada a partir de vários valores iguais, pelo que os valores iguais ou superior à mediana podem ser mais do 50%, por exemplo:
$$\underbrace{20\ ...\ 20}_{16}\underbrace{40\ ...\ 40}_{16}\underbrace{40\ ...\ 40\ \ 59}_{16}\underbrace{61\ \ 70\ ...\ 70}_{16}$$
Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $16\times 3=48$
- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana o 3.º quartil corresponde a mais do que 75% da população, por exemplo:
$$20\ \ \underbrace{30\ ...\ 30}_{23}\ \ 40\ \ \underbrace{60\ ...\ 60}_{23}\ \ 70$$
Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $23+2=25$

10.2.2. Identificando os valores indicados para as seis peças, nos diagramas respetivos, temos:
- Abril: 10 €(minímo) e 40 €(mediana)
- Julho: 40 €(1.º quartil) e 70 €(3.º quartil)
- Agosto: 2×90 €(máximo)

Assim o valor obtido com a venda das seis peças é:
$$10+40+40+70+2\times 90=340 \text{ euros}$$

Exame – 2019, 2.ª Fase

11.

11.1. Como a média é relativa a 5 anos, temos que:
$$\frac{10\,980+12\,000+a+15\,000+16\,450}{5}=13\,576 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ 10\,980+12\,000+a+15\,000+16\,450=13\,576\times 5 \Leftrightarrow 54\,430+a=67\,880 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ a=67\,880-54\,430 \Leftrightarrow a=13\,450$$