

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Geometria - 10º ano

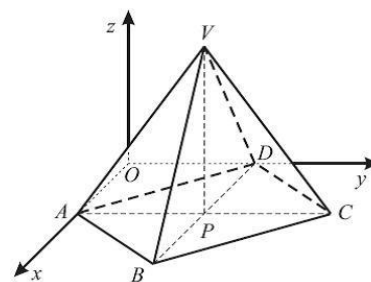
Exercícios de Consolidação II

1. Na figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$, cuja base está contida no plano xOy e cujo vértice V tem cota positiva. O ponto P é o centro da base da pirâmide. Admita que:

- $\overline{AV} = 10$
- o vértice A pertence ao eixo Ox e tem abcissa igual a 6
- o vértice V tem abcissa e ordenada iguais a 6

a) Mostre que o vértice V tem cota igual a 8

b) Seja M o ponto médio da aresta $[BV]$. Determine uma equação vetorial que defina a reta CM



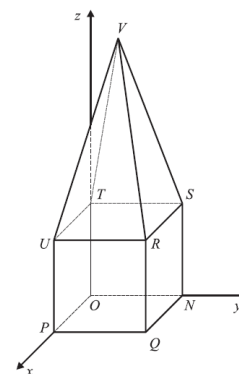
9. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(0,0,2)$ e $B(4,0,0)$

b) Determine uma equação cartesiana que defina a superfície esférica da qual o segmento de reta $[AB]$ é um diâmetro.

11. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTU]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular. Sabe-se que:

- o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice N pertence ao eixo Oy
- o vértice T pertence ao eixo Oz e o vértice R tem coordenadas $(2,2,2)$
- o plano PQV é definido pela equação $6x+z-12=0$

a) Determine as coordenadas do ponto V



13. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano β definido pela condição $2x-y+z-4=0$

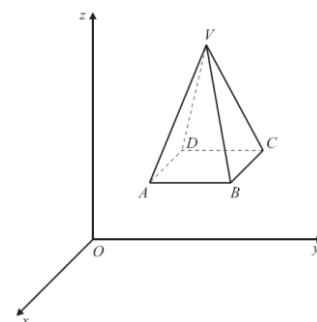
b) Considere o ponto $A(1,2,3)$. Seja B o ponto de intersecção do plano β com o eixo Ox . Seja C o simétrico do ponto B relativamente ao plano yOz . Determine as coordenadas do ponto C

15. Na figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$. Sabe-se que:

- a base $[ABCD]$ da pirâmide é paralela ao plano xOy
- o ponto A tem coordenadas $(-1,1,1)$
- o ponto C tem coordenadas $(-3,3,1)$
- o plano BCV é definido pela equação $3y+z-10=0$

a) Escreva uma condição que defina a superfície esférica de centro no ponto A e que é tangente ao plano xOy

b) Determine as coordenadas do ponto V



16. Considere, num referencial o.n. xOy , o quadrado definido pela condição $0 \leq x \leq 4 \wedge 1 \leq y \leq 5$. Qual das condições seguintes define a circunferência inscrita neste quadrado?

(A) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 16$ (B) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$

(C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ (D) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

17. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α definido pela equação $3x+2y+4z-12=0$

b) Seja D o ponto de coordenadas $(4,2,2)$. Determine as coordenadas do ponto de intersecção da reta OD com o plano α

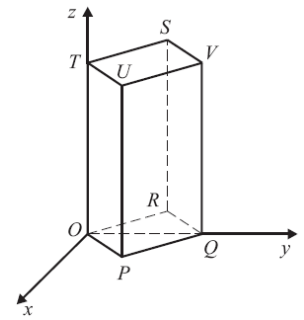
19. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular [OPQRSTUV]

Sabe-se que:

- a face [OPQR] está contida no plano xOy
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz
- o plano STU tem equação $z=3$

19.1. Seja T' o simétrico do ponto T , relativamente à origem do referencial. Escreva uma equação da superfície esférica de diâmetro $[TT']$

19.3. Uma equação do plano PQV é $x+y=2$. Determine a equação vetorial que define a reta TQ



20. Considere, num referencial o.n. xOy , a região definida pela condição $(x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1 \wedge x+y+2 \geq 0$. Qual é o perímetro dessa região?

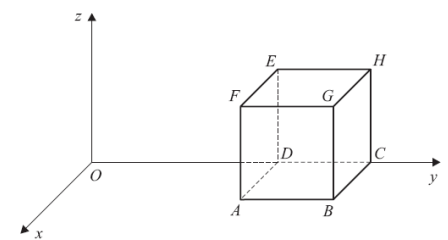
- (A) $\pi+1$ (B) $\frac{\pi}{2}+1$ (C) $\pi+2$ (D) $\frac{\pi}{2}+2$

21. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo [ABCDEFGH]. Sabe-se que:

- a face [ABCD] está contida no plano xOy
- a aresta [CD] está contida no eixo Oy
- o ponto D tem coordenadas $(0,4,0)$
- o plano ACG é definido pela equação $x+y-z-6=0$

a) Verifique que o vértice A tem abcissa igual a 2

b) Seja r a reta definida pela condição $(x,y,z)=(1,1,0)+k(1,-1,1)$, $k \in \mathbb{R}$. Determine as coordenadas do ponto de intersecção da reta r com o plano ACG

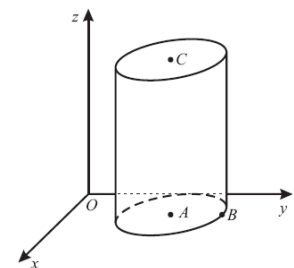


23. Na Figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução de altura 3. Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1,2,0)$ e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano xOy
- o ponto B tem coordenadas $(1,3,0)$ e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto C é o centro da base superior do cilindro.

a) Determine a área da secção produzida no cilindro pelo plano de equação $x=1$

b) Determine as coordenadas do ponto de intersecção da reta BC com o plano xOz



25. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 10$

a) Seja P o ponto da superfície esférica de abcissa 1, ordenada 3 e cota negativa. Obtenha as coordenadas de P

b) Seja C o centro da superfície esférica e seja A o simétrico do ponto C relativamente ao plano xOy . Quais as coordenadas de A ?

27. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ e o ponto P de coordenadas $(1,1,1)$, pertencente a essa superfície esférica.

a) Seja $\vec{u} = -2\vec{OP}$ e seja $Q = P + \vec{u}$. Determine as coordenadas do ponto Q e refira, no contexto do problema, o significado de $[PQ]$

b) Seja R o ponto de intersecção da superfície esférica com o semieixo negativo das ordenadas. Determine as coordenadas de R

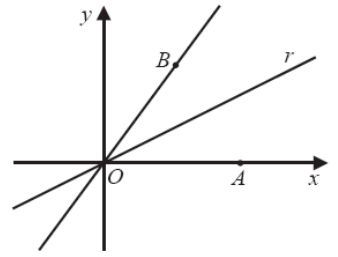
28. Para um certo número real a , diferente de zero, são paralelas as retas r e s , definidas, num referencial o.n. xOy , pelas condições $r: ax+2y+1=0$ e $s:(x,y)=(1,1)+k(a,2a), k \in \mathbb{R}$. Qual é o valor de a ?

- (A) -4 (B) 2 (C) -2 (D) 4

30. Na figura, estão representados, num referencial o.n. xOy , os pontos A e B , de abscissas positivas, e as retas OB e r . Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox
- a reta OB é definida pela equação $y = \frac{4}{3}x$
- a reta r contém a bissetriz do ângulo AOB

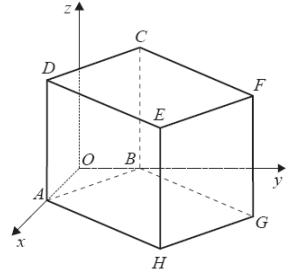
Determine a equação reduzida da reta r



31. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$. Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy
- o vértice C tem coordenadas $(0,3,6)$ e o vértice G tem coordenadas $(6,11,0)$
- o plano ABC é definido pela equação $3x+4y-12=0$

a) Determine o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$



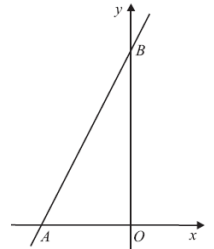
32. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , a reta AB . Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy
- a reta AB tem equação $y=2x+4$

Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$

Quais são as coordenadas do ponto M ?

- (A) $(-\frac{1}{2}, 2)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (D) $(-2, 4)$



33. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$,

- a reta r de equação vetorial $(x, y, z) = (1, 2, 1) + k(0, 1, 5), k \in \mathbb{R}$
- o plano α de equação $2x+3y-z-9=0$

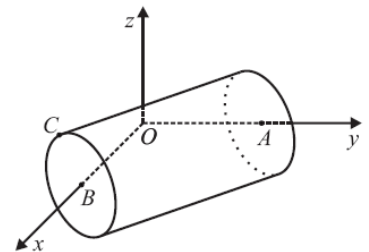
a) Seja A o ponto da reta r cuja ordenada é igual a 4. Determine as coordenadas desse ponto A

b) Seja P o ponto de intersecção da reta r com o plano α . Determine as coordenadas do ponto P

35. Na Figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro reto. Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Oy e é o centro de uma das bases do cilindro, e o ponto B pertence ao eixo Ox e é o centro da outra base;
- o ponto C pertence à circunferência de centro B que delimita uma das bases do cilindro;
- o plano ABC é definido pela equação $3x+4y+4z-12=0$

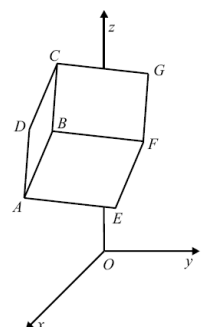
a) Sem recorrer à calculadora, determine \overline{BC} , sabendo que o volume do cilindro é igual a 10π



37. Na Figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto H não está representado na figura). Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(7, 1, 4)$
- o ponto G tem coordenadas $(5, 3, 6)$

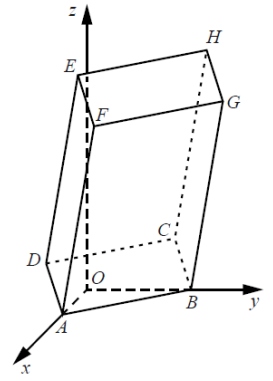
b) Determine a equação reduzida da superfície esférica que passa nos oito vértices do cubo.



40. Na Figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy ;
- as coordenadas dos vértices D , E e G são $(1, -2, 2)$, $(7, 2, 15)$ e $(6, 10, 13)$, respetivamente;
- a reta EF é definida pela equação $(x, y, z) = (1, -2, 19) + k(-3, -2, 2)$, $k \in \mathbb{R}$



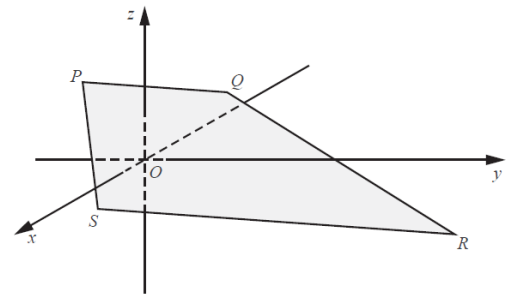
b) Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida da superfície esférica de centro no ponto B e que passa no ponto D

41. Na Figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um trapézio $[PQRS]$, de bases $[PQ]$ e $[RS]$, em que o lado $[PS]$ é perpendicular às bases.

Tem-se $P(1, -1, 2)$, $Q(-2, 1, 1)$ e $R(-5, 5, -3)$

a) Qual das condições seguintes define a superfície esférica de centro no ponto R e que passa no ponto Q ?

- (A) $(x-5)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 59$
 (B) $(x-5)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 41$
 (C) $(x+5)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 41$
 (D) $(x+5)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 59$

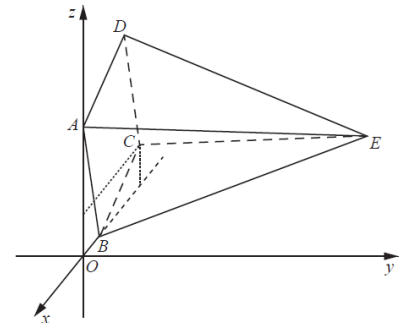


42. Na Figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide regular de base quadrada $[ABCD]$ e vértice E

Sabe-se que:

- a base da pirâmide está contida no plano xOz
- o vértice A pertence ao semieixo positivo Oz e o vértice B pertence ao semieixo negativo Ox
- o vértice E tem coordenadas $(-2, 6, 2)$
- o vetor \overrightarrow{BE} tem coordenadas $(-1, 6, 2)$
- o volume da pirâmide é 20

b) Determine, sem recorrer à calculadora, as coordenadas do vetor \overrightarrow{AB}

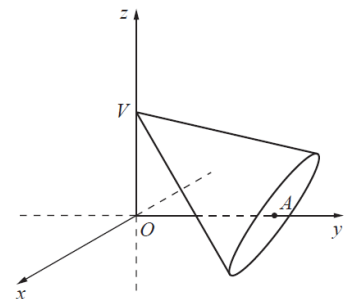


43. Na Figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto de vértice V e base de centro no ponto A .

Sabe-se que:

- o ponto V pertence ao eixo Oz , e o ponto A pertence ao eixo Oy ;
- a base do cone tem raio 3 e está contida no plano definido por $4y - 3z = 16$
- a reta AV está definida por $(x, y, z) = (0, 4, 0) + k(0, 4, -3)$, $k \in \mathbb{R}$

b) Sem recorrer à calculadora, determine o volume do cone.



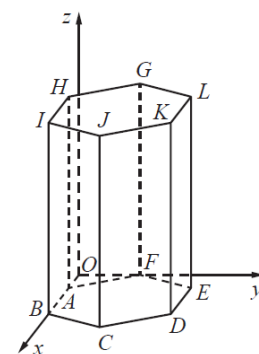
46. Na Figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma hexagonal reto $[ABCDEFGHJKLM]$, cujas bases são hexágonos regulares. Sabe-se que:

- os vértices A e B pertencem ao semieixo positivo Ox , e o vértice F pertence ao semieixo positivo Oy
- o plano BCJ é definido pela equação $3x - \sqrt{3}y - 6 = 0$
- o centro do prisma, ponto equidistante de todos os seus vértices,

é o ponto $M\left(\frac{4}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right)$

a) Qual das seguintes equações define o plano que contém a face $[GHIJKL]$?

- (A) $z = 2$ (B) $z = 4$ (C) $x = \frac{4}{3}$ (D) $x = \frac{8}{3}$



Soluções : (1b) $(x, y, z) = (9, 6, 4) + k(3, -6, 4), k \in \mathbb{R}$ (1c) $3x + 4z - 18 = 0$ (2) D (3) $\frac{198}{247}$ (4) B (6) B (7) $(5, -15, 12)$ (8) D
 (9a) $x - 2y + z - 2 = 0$ (9b) $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$ (9c) $\sqrt{60}$ (10) B (11a) $(1, 1, 6)$ (11b) $x + y + z - 2 = 0$ (11c) 1, 52
 (12) B (13a) $-\frac{1}{3}$ (13b) 55° (13c) $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{24}{9}$ (14) C (15a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ (15b) $(-2, 2, 4)$
 (15c) $(x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ (16) C (17a) $(x, y, z) = (2, 1, 4) + k(3, 2, 4), k \in \mathbb{R}$ (b) $(2, 1, 1)$ (c) $\cos \angle APB > 0$
 (18) C (19.1) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ (19.2) -9 (19.3) $(x, y, z) = (0, 0, 3) + k(0, 2, -3), k \in \mathbb{R}$ (20) C (21.2) $(-3, 5, -4)$ (21.3) 85°
 (22) D (23.1) 6 (23.2) $(1, 0, 9)$ (23.3) 37° (24.a) -8 (24b) 179, 6 (25a) $P(1, 3, -4)$ (25b) $(1, 2, 1)$ (26) B
 (27a) $Q(-1, -1, -1)$, diâmetro da sup esf (27b) $(0, -\sqrt{3}, 0)$ (28) A (29a) 55° (29b) $-2x + y - z + 3 = 0$ (30) $y = \frac{1}{2}x$
 (31a) 300 (31b) $(4, 0, 3)$ (32) B (33a) $(1, 4, 11)$ (33b) $(1, 1, -4)$ (35a) $\sqrt{2}$ (35b) $(0, 1, 2)$ (36) C
 (37a) $3x - 6y + 2z - 9 = 0$ (37b) $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 3$ (38a) 75° (38b) 18 (39) A (40a) C
 (40b) $x^2 + (y - 6)^2 + z^2 = 69$ (41a) C (41b) $3x - 2y + z - 7 = 0$ (42a) C (42b) $(-1, 0, -3)$ (43b) 15π (46a) B

