AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Funções - 10º ano **Exercícios de Consolidação III**

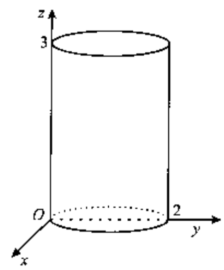
1. Uma nova empresa de refrigerantes pretende lançar no mercado embalagens de sumo de fruta, com capacidade de dois litros. Por questões de marketing, as embalagens deverão ter a forma de um prisma quadrangular regular.

a) Mostre que a área total da embalagem é dada por $A(x)=\dfrac{2x^3+8}{x}$ (*x* é o comprimento da aresta da base, em *dm*; recorde que 1 litro=1dm^3).

b) Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, determine as dimensões da embalagem, com aproximação a menos de 0,01, para as quais a sua área é mínima.

2. De uma função f, de domínio IR, sabe-se que f(5)=0 e f é uma função par. Seja g a função, de domínio IR, definida por g(x)=f(x+3). Qual dos seguintes pode ser o conjunto dos zeros de g?

$(A)\ \{0,3\}$ $(B)\ \{3,5\}$ $(C)\ \{-8,2\}$ $(D)\ \{2,8\}$



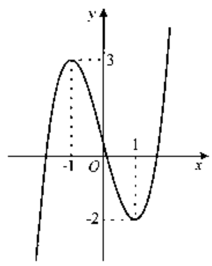
3. Na figura está representado, em referencial o.n. Oxyz, um cilindro de revolução. A altura do cilindro é 3 e uma das bases está contida no plano xOy, sendo o seu centro o ponto (0, 1, 0) e o seu raio igual a 1. Seja $b\in\left]0,2\right[$ e seja f a função que, a valor de b, faz corresponder o perímetro da secção produzida no cilindro pelo plano de equação y=b. Qual é o máximo da função f?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

4. Seja h uma função contínua, de domínio IR.

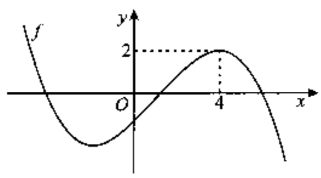
Qual dos seguintes conjuntos não pode ser o contradomínio de h?

(A) IR (B) IR$\setminus\{0\}$ (C) IR$^-$ (D) $\left]0,1\right[$



5. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g, polinomial do terceiro grau. A função g admite máximo relativo igual a 3, para x=-1 e admite mínimo relativo igual a –2, para x=1. Qual é o conjunto dos valores de b para os quais a equação g(x)=b tem três soluções distintas?

$(A)\ \left]-2,+\infty\right[$ $(B)\ \left]-\infty,3\right[$ $(C)\ \left]-2,3\right[$ $(D)\ \left[-2,3\right]$



6. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, polinomial do terceiro grau. 2 é um máximo relativo da função f. Seja g a função, de domínio IR, definida por g(x)=f(x)-2. Quantos são os zeros da função?

(A) quatro (B) três (C) dois (D) um

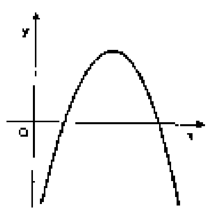
7. De uma função f, contínua no intervalo $[1,3]$, sabe-se que $f(1)=7$ e $f(3)=4$. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) A função f tem pelo menos um zero no intervalo $[1,3]$

(B) A função f não tem zeros no intervalo $[1,3]$

(C) A equação f(x)=5 tem pelo menos uma solução no intervalo $[1,3]$

(D) A equação f(x)=5 não tem solução no intervalo $[1,3]$

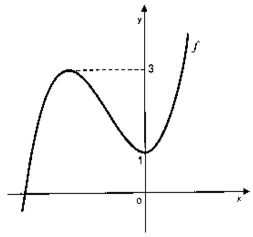


8. Na figura está representada parte de uma parábola, que é o gráfico de uma certa função g, de domínio IR. Seja h a função, de domínio IR, definida por $h(x)=g(x)\cdot(x+3)^2$. Qual pode ser o conjunto dos zeros da função h ?

$(A)\ \{2,3,4\}$ $(B)\ \{-3,1,4\}$ $(C)\ \{-3,2,3,5\}$ $(D)\ \{-1,5,9\}$

9. Seja f uma função polinomial do terceiro grau, cujo gráfico se encontra parcialmente representado na figura. Quantas são as soluções da equação f(x)= 2?

(A) quatro (B) três (C) duas (D) uma



10. Seja f uma função de domínio IR e contradomínio $[-3,2]$. Qual é o contradomínio da função |f|?

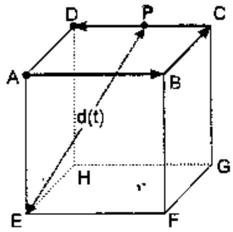
$(A)\ [0,3]$ $(B)\ [0,2]$ $(C)\ [2,3]$ $(D)\ [-2,3]$

11. Um tanque tem a forma de um paralelepípedo retângulo, com 7 m de comprimento, 5 m de largura e 4 m de altura. Admita que o tanque está vazio. Num certo instante, é aberta uma torneira que verte água para o tanque, à taxa de 2 m^3 por hora, até este ficar cheio.
Qual é a função que dá a altura, em metros, da água no tanque, t horas após a abertura da torneira?

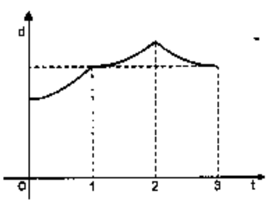
$(A)\ h(t)=4-2t,\ t\in[0,70]$ $(B)\ h(t)=\frac{2t}{35},\ t\in[0,70]$

$(C)\ h(t)=4-2t,\ t\in[0,140]$ $(D)\ h(t)=\frac{2t}{35},\ t\in[0,140]$

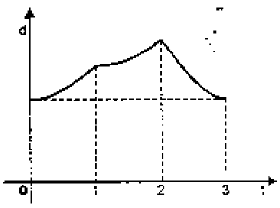
12. Na figura está representado um cubo. Considere que um ponto P se desloca ao longo do trajeto que a figura sugere: P parte de A e percorre sucessivamente as arestas $[AB]$, $[BC]$ e $[CD]$, terminando o percurso em D. O ponto P demora um segundo a percorrer cada uma das arestas. Seja d(t) a distância do ponto P ao ponto E, t segundos após a partida. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?



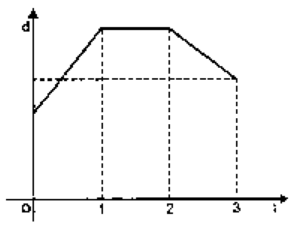
(A)



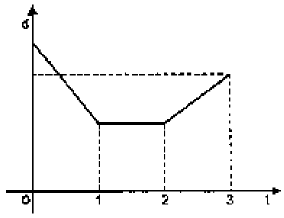
(B)



(C)



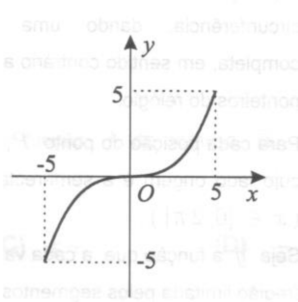
(D)

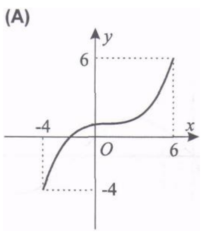


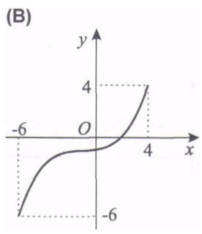
13. De uma função f, contínua em IR, sabe-se que f é estritamente crescente, f(0)=1 e o eixo Ox e a bissetriz dos quadrantes ímpares são assíntotas de gráfico de f. Qual é o contradomínio de f?

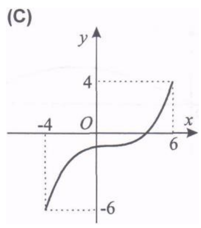
$(A)\ [1,+\infty[$ $(B)\ ]-\infty,1]$ $(C)\ ]0,+\infty[$ $(D)\ ]-\infty,0[$

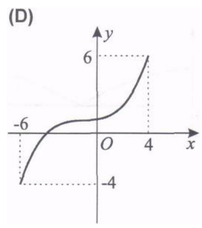
14. Considere a função f, de domínio [-5, 5] e contradomínio [-5, 5], representada graficamente na figura ao lado. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função g, definida por g(x)=1+f(x+1)?











15. De uma função f, contínua em IR, sabe-se que f(3) = 8 e f(7) = 1.
Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) $1\le f(6)\le 8$ (B) A função f não tem zeros em [3, 7]

(C) f(4) > f(5) (D) 2 pertence ao contradomínio de f

16. Seja f uma função de domínio IR. Sabe-se que 3 é um zero da função f. Seja g a função definida por $g(x) = f(x-1) + 4$, para qualquer número real *x*. Qual dos seguintes pontos pertence garantidamente ao gráfico da função g?

(A) (2,4) (B) (4,4) (C) (4,8) (D) (1,7)

17. Uma lente de contacto é um meio transparente limitado por duas faces, sendo cada uma delas parte de uma superfície esférica. Na Figura 2, pode observar-se uma lente de contacto.

Na Figura 3, está representado um corte longitudinal de duas superfícies esféricas, uma de centro C_1 e raio r_1 e outra de centro C_2 e raio r_2, com $r_2 > r_1$, que servem de base à construção de uma lente de contacto, representada a sombreado na figura.

Figura 2

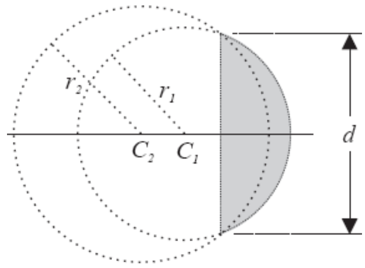


Figura 3

Seja $x = \overline{C_1C_2}$. Sabe-se que o diâmetro, d, da lente é dado por

$$\frac{\sqrt{\left[(r_1+r_2)^2 - x^2\right]\left[x^2 - (r_1-r_2)^2\right]}}{x}, com\ r_2 - r_1 < x < \sqrt{r_2^{\,2} - r_1^{\,2}}$$

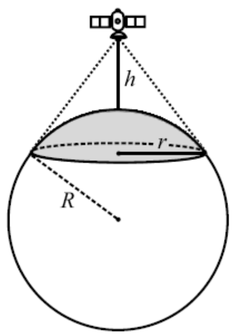
Uma lente de contacto foi obtida a partir de duas superfícies esféricas com 7 mm e 8 mm de raio, respetivamente. O diâmetro dessa lente excede em 9 mm a distância, x, entre os centros das duas superfícies esféricas. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de x, sabendo-se que esse valor é único no intervalo $\left]r_2 - r_1, \sqrt{r_2^{\,2} - r_1^{\,2}}\right[$. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação;
- apresente o valor pedido em milímetros, arredondado às décimas.

18. Sejam f e g duas funções de domínio IR. Sabe-se que $f(x) = 2x + 1$ e que $(f \circ g)(x) = 7$, para todo o valor real de *x*. Qual das seguintes expressões define a função g ?

(A) −3 (B) 3 (C) x − 3 (D) x + 3

19. Os satélites artificiais são utilizados para diversos fins e a altitude a que são colocados depende do fim a que se destinam. Admita que a Terra é uma esfera. A Figura apresenta um esquema em que se pode observar a superfície terrestre coberta por um satélite, quando este se encontra numa certa posição. Nesta figura,



- *R* é o raio, em quilómetros, da Terra e *h* é a altitude, em quilómetros, do satélite ($h>0$)
- *r* é o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite ($0 < r < R$)
- as grandezas *h* e *r* podem relacionar-se por meio da igualdade $r = \frac{R}{h+R}\sqrt{h^2 + 2hR}$

Sabe-se que, para cada posição do satélite, a percentagem da área da superfície terrestre coberta pelo satélite é dada por $50\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}\right)$

a) Qual é a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se o raio da base da calote esférica for igual a $\frac{3}{5}$ do raio da Terra?

(A) 20% **(B)** 15% **(C)** 10% **(D)** 5%

b) Considere que o raio da Terra é 6400 km.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se a altitude deste for igual ao raio da base da respetiva calote esférica. Apresente o resultado arredondado às unidades. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

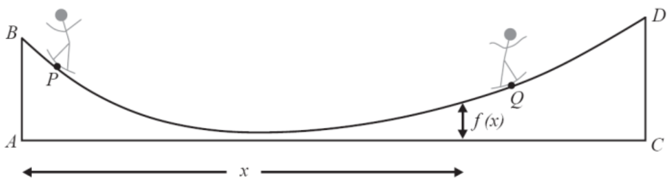
– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;

– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;

– apresente o valor pedido arredondado às unidades.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

20. Um município construiu, num dos seus parques, uma rampa de *skate* entre duas paredes verticais distanciadas 21 metros uma da outra. Na figura ao lado, estão representados um corte longitudinal da rampa e dois jovens, cada um no seu *skate*. Nesta figura, o arco *BD* representa a rampa, os segmentos de reta [*AB*] e [CD] representam as paredes e o segmento de reta [AC] representa o solo. Os pontos *P* e *Q* representam as posições dos dois jovens na rampa. Admita que a distância ao solo, em metros, de um ponto da rampa situado *x* metros à direita da parede representada na figura por [AB] é dada por



$f(x)=0{,}0001x^4-0{,}005x^3+0{,}11x^2-x+3{,}4 \quad , \quad 0\le x\le 21$

a) Qual é, em metros, com arredondamento às décimas, o valor absoluto da diferença entre as alturas das duas paredes da rampa de *skate*?

(A) 0,8 **(B)** 0,7 **(C)** 0,5 **(D)** 0,4

b) Num certo instante, os dois jovens estão à mesma distância do solo, um mais próximo da parede representada por [AB] e o outro mais próximo da parede representada por [CD]. O jovem que se encontra mais próximo da parede representada por [AB] está a um metro desta parede. Seja *d* a distância a que se encontra da parede representada por [CD] o jovem que dela está mais próximo. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de *d*, sabendo-se que esse valor existe e é único. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.

Na sua resposta:

– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;

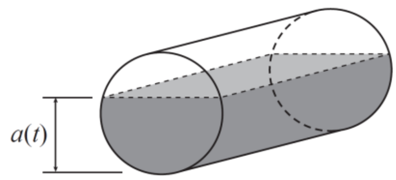
– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;

– apresente o valor de *d* em metros, arredondado às décimas.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

21. A figura representa um depósito de forma cilíndrica, instalado na horizontal, que contém uma certa quantidade de combustível. Sabe-se que as bases do cilindro têm 1,8 metros de diâmetro. Num certo instante, iniciou-se o vazamento do depósito.

Seja $a(t)$ a altura, em metros, do combustível no depósito, t minutos após o início do vazamento. Admita que $a(t)=1{,}8-(0{,}216+0.0039t)^{\frac{2}{3}}$



a) Qual é, em metros, a diferença entre a altura do combustível no depósito no início do vazamento e a altura do combustível quando este ocupa metade da capacidade do depósito?

(A) 0,72 (B) 0,54 (C) 0,36 (D) 0,27

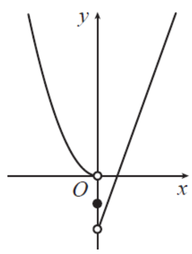
b) Decorridos t_1 minutos após o início do vazamento, a altura do combustível no depósito é igual a um certo valor. Sabe-se que, passado igual período de tempo, a altura do combustível no depósito é igual a metade desse valor. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de t_1, sabendo que esse valor existe e é único. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação, e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.

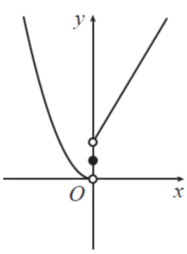
  Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

22. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, em referencial o.n. *Oxy* , uma função que tem um mínimo em *x*=0 ?

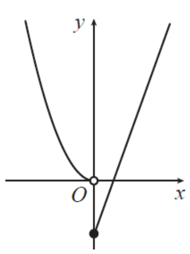
(A)



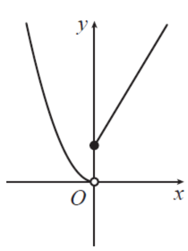
(B)



(C)



(D)



23. Um tanque, que inicialmente tinha um certo volume de água salgada, dispõe de duas torneiras, uma de enchimento e outra de vazamento. As duas torneiras são abertas, em simultâneo, sendo vertida água do mar para o tanque até este estar cheio. Admita que a massa de sal, *m* , em quilogramas, no tanque, *t* minutos após a abertura das torneiras, até o tanque estar cheio, é dada por

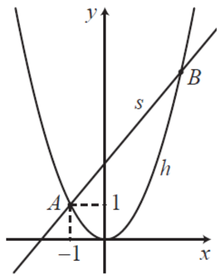
$$m(t)=\frac{30(1+0,006t)^3-29}{(1+0,006t)^2} \quad , \; com \; t\in[0,250]$$

a) Qual é, com aproximação às unidades, a percentagem de aumento da massa de sal no tanque, no primeiro minuto após a abertura das torneiras?

(A) 152% **(B)** 52% **(C)** 250% **(D)** 25%

b) Existe um instante a partir do qual, passada meia hora, a massa de sal no tanque triplica. Determine, recorrendo à calculadora, esse instante, sabendo-se que existe e é único. Apresente o resultado em minutos e segundos (com os segundos arredondados às unidades). Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.
Na sua resposta:
– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às centésimas.

24. Na figura, estão representadas, em referencial o.n. *Oxy*, parte do gráfico de uma função, *h*, e uma reta, *s*. Sabe-se que:



- a função *h* , de domínio IR , é definida por $h(x)=x^2$
- a reta *s* tem declive positivo, *m* , e interseta o gráfico da função *h* nos pontos *A* e *B*
- o ponto *A* tem coordenadas (-1,1)

a) Qual das expressões seguintes representa a ordenada na origem da reta *s* ?

(A) *m* + 1 **(B)** *m* + 2 **(C)** $(m+1)^2$ **(D)** $(m+2)^2$

b) Sabe-se que as coordenadas do ponto *B* são da forma $\left(m+1,(m+1)^2\right)$. Considere o ponto *C*, projeção ortogonal do ponto *B* sobre o eixo *Oy*. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de *m* para o qual a área do triângulo [*ABC*] é igual a 4, sabendo-se que existe e é único. Apresente o valor de *m* arredondado às centésimas. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.
Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita obter o valor de *m*;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às milésimas.

Sol:(1b)1,26×1,26×1,26(2)C(3)B(4)B(5)C(6)C(7)C(8)B(9)B(10)A(11)B(12)A(13)C(14)D(15)D(16)B(17)1,4(18)B(19a)C(19b)23%(20a)B(20b)2,7(21a)B(21b)2h58m(22)C(23a)B(23b)10m21s(24a)A(24b)1,17