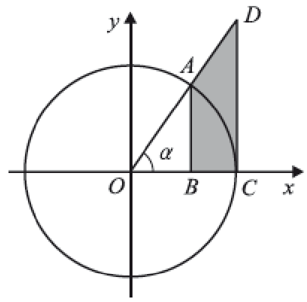
AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha nº 05 - Trigonometria - 11º ano   2015-2023

1. Na figura, está representado o círculo trigonométrico. Sabe-se que:

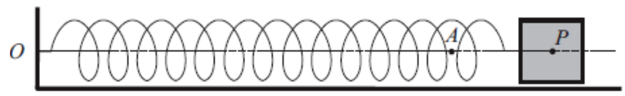
- o ponto A pertence ao primeiro quadrante e à circunferência;
- o ponto B pertence ao eixo Ox;
- o ponto C tem coordenadas (1, 0);
- o ponto D pertence à semirreta $\dot{O}A$;
- os segmentos de reta [AB] e [DC] são paralelos ao eixo Oy.



Seja α a amplitude do ângulo COD $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$. Qual das expressões seguintes dá a área do quadrilátero [ABCD], representado a sombreado, em função de α ?

$(A)\frac{tg\alpha}{2}-\frac{\sin(2\alpha)}{2}$ $(B)\frac{tg\alpha}{2}-\frac{\sin(2\alpha)}{4}$ $(C)tg\alpha-\frac{\sin(2\alpha)}{4}$ $(D)tg\alpha-\frac{\sin(2\alpha)}{2}$ ***(2015-1ª)***

4. Um cubo encontra-se em movimento oscilatório provocado pela força elástica exercida por uma mola. A Figura esquematiza esta situação. Nesta figura, os pontos O e A são pontos fixos. O ponto P representa o centro do cubo e desloca-se sobre a semirreta $\dot{O}A$. Admita que não existe qualquer resistência ao movimento. Sabe-se que a distância, em metros, do ponto P ao ponto O é dada por $d(t)=1+\frac{1}{2}sen\left(\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$. A variável *t* designa o tempo, medido em segundos, que decorre desde o instante em que foi iniciada a contagem do tempo $\left(t \in \left[0,+\infty\right[\right)$.

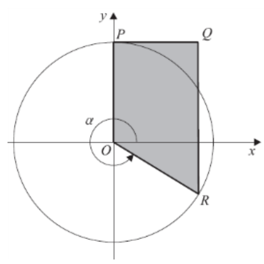


Resolva os itens a) e b) sem recorrer à calculadora.

a) No instante em que se iniciou a contagem do tempo, o ponto P coincidia com o ponto A. Durante os primeiros três segundos do movimento, o ponto P passou pelo ponto A mais do que uma vez. Determine os instantes, diferentes do inicial, em que tal aconteceu. Apresente os valores exatos das soluções, em segundos. ***(2015-2ª)***

6. Na figura, estão representados o círculo trigonométrico e um trapézio retângulo [OPQR]. Sabe-se que:

- o ponto *P* tem coordenadas (0,1)
- o ponto *R* pertence ao quarto quadrante e à circunferência.



Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo *Ox* e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}R$. Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio [OPQR], em função de α ?

$(A)\frac{\cos\alpha}{2}+sen\alpha\cos\alpha$ $(B)\frac{\cos\alpha}{2}-sen\alpha\cos\alpha$ $(C)\cos\alpha+\frac{sen\alpha\cos\alpha}{2}$ $(D)\cos\alpha-\frac{sen\alpha\cos\alpha}{2}$ ***(2016-1ª)***

7. Num dia de vento, são observadas oscilações no tabuleiro de uma ponte suspensa, construída sobre um vale. Mediu-se a oscilação do tabuleiro da ponte durante um minuto. Admita que, durante esse minuto, a distância de um ponto P do tabuleiro a um ponto fixo do vale é dada, em metros, por

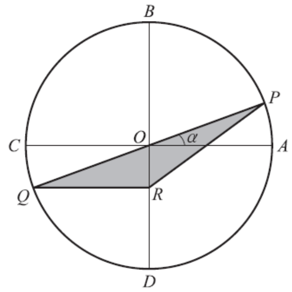
$h(t)=20+\frac{1}{2\pi}\cos(2\pi t)+tsen(2\pi t)$ (t é medido em minutos e pertence a [0,1])

b) Em [0,1], o conjunto solução da inequação h(t)<19,5 é um intervalo da forma]a,b[. Determine o valor de b-a arredondado às centésimas, recorrendo à calculadora gráfica, e interprete o resultado obtido no contexto da situação descrita. Na sua resposta:

- reproduza o gráfico da função h visualizado na calculadora (sugere-se que, na janela de visualização, considere $y \in [19,21]$) ;
- apresente o valor de a e o valor de b arredondados às milésimas;
- apresente o valor de b-a arredondado às centésimas;
- interprete o valor obtido no contexto da situação descrita. ***(2016-1ª)***

8. Na figura, está representada uma circunferência de centro no ponto *O* e raio 1. Sabe-se que:

- os diâmetros [AC] e [BD] são perpendiculares;
- o ponto *P* pertence ao arco *AB*
- [PQ] é um diâmetro da circunferência;
- o ponto *R* pertence a [OD] e é tal que [QR] é paralelo a [AC]



Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo *AOP* $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$. Qual das seguintes expressões dá a área do triângulo [PQR], representado a sombreado, em função de α ?

$(A)\frac{\cos(2\alpha)}{4}$ $\quad (B)\frac{sen(2\alpha)}{4}$ $\quad (C)\frac{\cos(2\alpha)}{2}$ $\quad (D)\frac{sen(2\alpha)}{2}$ ***(2016-2ª)***

10. Seja f a função, de domínio A e contradomínio $\left]-1,+\infty\right[$, definida por f(x)=tg x. Qual dos conjuntos seguintes pode ser o conjunto A?

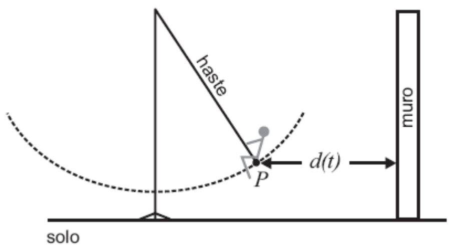
$(A)\left]-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right[$ $\quad (B)\left]\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right[$ $\quad (C)\left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right[$ $\quad (D)\left]\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right[$ ***(2017-1ª)***

11. Seja *g* a função, de domínio IR, definida por $g(x)=\begin{cases}\frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & se\, x<1\\ 2 & se\, x=1\\ 3+\frac{\sin(x-1)}{1-x} & se\, x>1\end{cases}$

b) Resolva, no intervalo]4,5[, a equação g(x)=3. ***(2017-1ª)***

12. Considere o desenvolvimento de $\left(2xsen\alpha+\frac{\cos\alpha}{x}\right)^2$, $em\ que\ \alpha\in IR\ e\ x\neq 0$. Determine os valores de α, pertencentes ao intervalo $\left]\pi,2\pi\right[$, para os quais o termo independente de x, neste desenvolvimento, é igual a 1. Resolva este item recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora. ***(2017-2ª)***

13. Num jardim, uma criança está a andar num baloiço cuja cadeira está suspensa por duas hastes rígidas. Atrás do baloiço, há um muro que limita esse jardim. A figura esquematiza a situação. O ponto P representa a posição da cadeira. Num determinado instante, em que a criança está a dar balanço, é iniciada a contagem do tempo. Doze segundos após esse instante, a criança deixa de dar balanço e procura parar o baloiço arrastando os pés no chão. Admita que a distância, em decímetros, do ponto P ao muro, t segundos após o instante inicial, é dada por



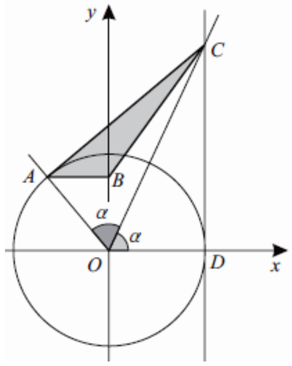
$d(t)=\begin{cases}30+tsen(\pi t) & se\ 0\leq t<12\\ 30+12e^{12-t}sen(\pi t) & se\ t\geq 12\end{cases}$ (o argumento da função seno está expresso em radianos)

a) Determine, recorrendo à calculadora gráfica, o número de soluções da equação d(t)=27 no intervalo [0,6], e interprete o resultado no contexto da situação descrita. Na sua resposta, reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema.

b)* Admita que, no instante em que é iniciada a contagem do tempo, as hastes do baloiço estão na vertical e que a distância do ponto P ao chão, nesse instante, é 4 dm. Treze segundos e meio após o instante inicial, a distância do ponto P ao chão é 4,2 dm. Qual é o comprimento da haste? Apresente o resultado em decímetros, arredondado às unidades. Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

(2017-2ª)

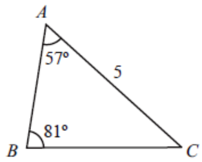
17. Na figura está representada, num referencial o.n. *xOy*, a circunferência de centro na origem e raio 1. Sabe-se que:



- os ângulos *AOC* e *COD* são geometricamente iguais e cada um deles tem amplitude $\alpha \left(\alpha \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[\right)$
- o ponto *A* está no segundo quadrante e pertence à circunferência;
- o ponto *D* tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto *C* pertence ao primeiro quadrante e tem abcissa igual à do ponto *D*;
- o ponto *B* pertence ao eixo *Oy* e o segmento de reta [AB] é paralelo ao eixo *Ox*;

Mostre que a área do triângulo [ABC], representado a sombreado, é dada por $\frac{tg\alpha \ \cos^2(2\alpha)}{2}$ ***(2017-EE)***

21. Na figura está representado um triângulo [ABC].

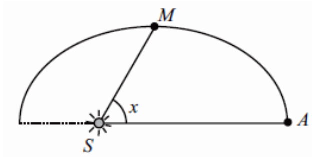


Sabe-se que $\overline{AC} = 5,\ B\hat{A}C = 57^{\circ}$ e $A\hat{B}C = 81^{\circ}$.

Qual o é o valor de $\overline{AB}$, arredondado às centésimas?

(A) 3,31 (B) 3,35 (C) 3,39 (D) 3,43 ***(2018-2ª fase-Cad 1)***

22. O planeta Mercúrio descreve uma órbita elíptica em torno do Sol. Na figura está representado um esquema de uma parte dessa órbita. Relativamente a esta figura, tem-se que:



- o ponto *S* representa o Sol; o ponto *M* representa o planeta Mercúrio;
- o ponto *A* representa o afélio, que é o ponto da órbita mais afastado do Sol;
- *x* é a amplitude do ângulo *ASM*, compreendida entre 0 e 180 graus.

Admita que a distância, *d*, em milhões de quilómetros, do planeta Mercúrio ao Sol é dada, em função de *x*, por $d = \frac{555}{10 - 2,06\cos x}$. Seja α a amplitude do ângulo *ASM*, num certo instante (α está compreendido entre 0 e 20 graus). Nesse instante, o planeta Mercúrio encontra-se a uma certa distância do Sol. Passado algum tempo, a amplitude do ângulo *ASM* é três vezes maior e a distância do planeta Mercúrio ao Sol diminuiu 3%.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de α, sabendo-se que esse valor existe e é único. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação;
- apresente o valor de *a* em graus, arredondado às unidades. ***(2018-2ª fase-Cad 1)***

27. Considere a função *f*, definida em $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right]$ por $f(x) = \cos x$. Qual dos seguintes cojuntos é o contradomínio da função *f*?

$(A)\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ $(B)\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$ $(C)\left[\frac{1}{2},1\right]$ $(D)\left[0,\frac{1}{2}\right]$ ***(2018-EE-Cad 2)***

28. Qual é a solução da equação $2\cos x+1=0$ no intervalo $[-\pi,0]$?

$(A)-\frac{5\pi}{6}$ $(B)-\frac{2\pi}{3}$ $(C)-\frac{\pi}{3}$ $(D)-\frac{\pi}{6}$ ***(2019-1ª fase-Cad 2)***

29. Um ponto *P* desloca-se numa reta numérica, no intervalo de tempo I=[0,10] (medido em segundos), de tal forma que a respetiva abcissa é dada por $x(t)=3\cos\left(\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)$, com $t\in I$. Qual é o período, em segundos, de x(t)?

$(A)2$ $(B)3$ $(C)2\pi$ $(D)3\pi$ ***(2019-1ª fase-Cad 2)***

31. De um triângulo, sabe-se que os comprimentos dos seus lados são 4, 5 e 6. Seja α a amplitude do maior ângulo interno desse triângulo. Qual é o valor de $sen\alpha$, arredondado às milésimas?

(A) 0,989 **(B)** 0,992 **(C)** 0,995 **(D)** 0,998 ***(2019-2ª fase-Cad 1)***

33. Seja *g* a função definida em $]0,\pi[$ por $g(x)=\frac{1}{4}\cos(2x)-\cos x$

b) Seja *f* a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$, definida por $f(x)=g(-x)+g\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$. Qual das expressões seguintes também pode definir a função *f* ?

(A) sen*x*+cos*x* **(B)** −sen*x*−cos*x* **(C)** sen*x*− cos*x* **(D)** −sen*x*+cos*x* ***(2019-2ª fase-Cad 2)***

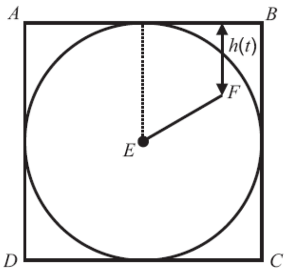
34. De um triângulo, sabe-se que os comprimentos dos seus lados são 4, 5 e 8. Seja α a amplitude, em graus, do maior ângulo interno desse triângulo. Qual é o valor de α, arredondado às unidades?

$(A)75^{o}$ $(B)100^{o}$ $(C)120^{o}$ $(D)125^{o}$ ***(2019-EE-Cad 1)***

36.[*]

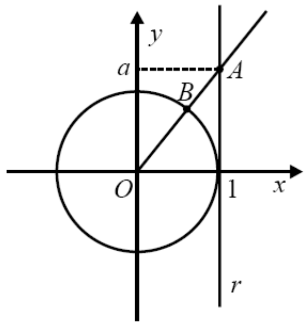
A Figura à esquerda é uma fotografia da torre da Igreja de São Pedro, situada em Zurique, na Suíça. Nessa torre, encontra-se um dos maiores relógios da Europa. Na Figura à direita, está representado um esquema desse relógio. No esquema, o segmento de reta [*EF*] representa o ponteiro das horas. Relativamente à Figura da direita, sabe-se ainda que:

- o círculo de centro *E* está inscrito no quadrado [*ABCD*]
- $\overline{EF}=3,5m$ *e* $\overline{AB}=9m$



Seja *h* a função que dá a distância, em metros, da extremidade do ponteiro das horas à reta *AB*, *t* horas após as zero horas. Determine, em função de *t*, uma expressão analítica da função *h* ***(2019-EE-Cad 2)***

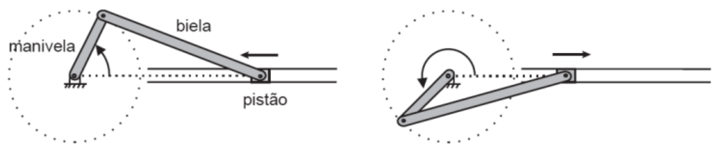
37. Na Figura, estão representados, num referencial o.n. xOy, a circunferência trigonométrica, a reta r de equação x=1, e um ponto A, de ordenada a (a>1), pertencente à reta r. Está também representada a semirreta OA , que intersecta a circunferência trigonométrica no ponto B. Qual das expressões seguintes dá, em função de a, a abcissa do ponto B?



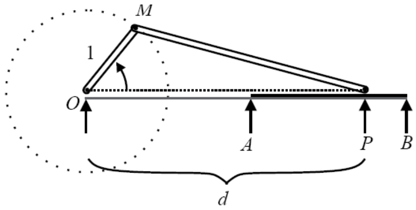
$(A)\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ $(B)\sqrt{a^2+1}$ $(C)\frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$ $(D)\sqrt{a^2-1}$

(2020 1ªf)

38. O mecanismo de manivela-biela é composto por uma manivela de comprimento fixo, que efetua um movimento de rotação (sempre no mesmo sentido), e por uma biela, também de comprimento fixo, que transforma esse movimento de rotação no movimento alternado de translação de um pistão. Sabe-se que:



- o ponto P representa o pistão;
- o segmento de reta $[OM]$ representa a manivela, que tem 1 cm de comprimento;
- o segmento de reta $[MP]$ representa a biela;
- os pontos A e B são os pontos em que a distância do pistão ao centro de rotação da manivela, O, é mínima e máxima, respetivamente;
- os pontos O, A, P e B são colineares.



Sabe-se que o movimento de rotação da manivela se inicia quando o pistão se encontra na posição B e que a manivela descreve voltas completas a uma frequência angular constante. Admita que a função que dá, em centímetros, a distância do pistão ao ponto O, em função do tempo, t, em segundos, contado a partir do instante em que é iniciado o movimento, é dada por $d(t)=\cos t+\sqrt{9-sen^2 t}$, $t\geq 0$ (o argumento das funções seno e cosseno está expresso em radianos)

a) Qual é, em centímetros, o comprimento da biela neste mecanismo?

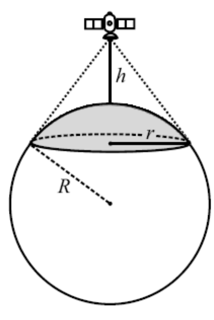
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

b) Durante os primeiros cinco segundos, após o início do movimento, registou-se, num certo instante t_0, a distância do pistão ao ponto O. Sabe-se que, dois segundos após esse instante, a distância do pistão ao ponto O diminuiu 25%. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a distância, em centímetros, arredondada às décimas, do pistão ao ponto O no instante t_0, sabendo-se que este valor existe e é único. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;
- apresente o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais. ***(2020 1ªf)***

41. Os satélites artificiais são utilizados para diversos fins e a altitude a que são colocados depende do fim a que se destinam. Admita que a Terra é uma esfera. A Figura apresenta um esquema em que se pode observar a superfície terrestre coberta por um satélite, quando este se encontra numa certa posição. Nesta figura,



- *R* é o raio, em quilómetros, da Terra;
- *h* é a altitude, em quilómetros, do satélite (h>0);
- *r* é o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite (0<r<R)
- as grandezas *h* e *r* podem relacionar-se por meio da igualdade $r=\dfrac{R}{h+R}\sqrt{h^2+2hR}$

Sabe-se que, para cada posição do satélite, a percentagem da área da superfície terrestre coberta pelo satélite é dada por $50\left(1-\sqrt{1-\left(\dfrac{r}{R}\right)^2}\right)$

a) Qual é a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se o raio da base da calote esférica for igual a $\dfrac{3}{5}$ do raio da Terra?

(A) 20% **(B)** 15% **(C)** 10% **(D)** 5%

b) Considere que o raio da Terra é 6400 km. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se a altitude deste for igual ao raio da base da respetiva calote esférica. Apresente o resultado arredondado às unidades. Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;
- apresente o valor pedido arredondado às unidades.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais. ***(2020-2ª)***

44. Considere a função *h*, de domínio IR, definida por $h(x)=\dfrac{5}{4+3\cos(2x)}$

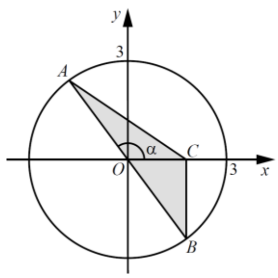
a) Qual é a taxa média de variação da função *h* entre $\dfrac{\pi}{6}$ e $\dfrac{7\pi}{6}$?

$(A)1$ $\qquad$ $(B)\dfrac{1}{2}$ $\qquad$ $(C)0$ $\qquad$ $(D)-\dfrac{1}{2}$

b) Determine, sem recorrer à calculadora, as abcissas dos pontos do gráfico da função *h* , pertencentes ao intervalo $\left]-\pi,\pi\right[$, cuja ordenada é 2. ***(2020-esp)***

45. Na figura estão representados, num referencial o.n. *xOy*, a circunferência de centro em *O* e raio 3 e o triângulo [ABC]. Sabe-se que:

- o segmento de reta [AB] é um diâmetro da circunferência;
- α é a inclinação da reta *AB* $\left(\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{2},\pi\right[\right)$;
- o ponto *C* pertence ao semieixo positivo *Ox*;
- a reta *BC* é paralela ao eixo *Oy*



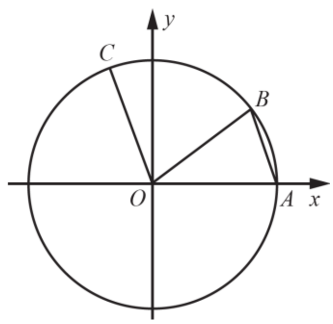
Mostre que a área do triângulo [ABC] é dada pela expressão $-9\sin\alpha\cos\alpha$ ***(2021-1ª)***

47. Considere, para um certo número real positivo *k*, as funções *f* e *g*, de domínio $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$, definidas por $f(x)=k\mathrm{sen}(2x)$ *e* $g(x)=k\cos x$. Sejam, num referencial ortonormado do plano, A, B e C os pontos de interseção dos gráficos de *f* e *g*, sendo A o ponto de menor abcissa e C o ponto de maior abcissa. Sabe-se que o triângulo [ABC] é retângulo em B. Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de *k*. ***(2021-1ª)***

48. Sabe-se que $sen\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{5}$ e que $\alpha\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$. Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de $tg\left(\pi-\alpha\right)+2\cos\left(-\dfrac{7\pi}{2}+\alpha\right)$. Apresente o resultado na forma $\dfrac{a\sqrt{b}}{c}$, $a\in Z,\ b\in IN$ e $c\in IN$. ***(2021-2ª)***

50.* Na figura está representada a circunferência trigonométrica. Sabe-se que:

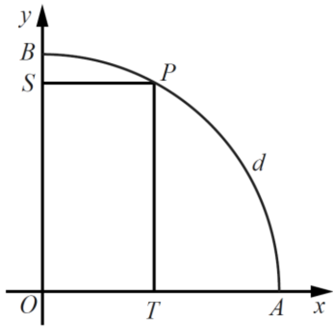
- os pontos A, B e C pertencem à circunferência;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e o ponto B pertence ao primeiro quadrante;
- a amplitude do ângulo BOC é igual ao dobro da amplitude do ângulo AOB
- a área do triângulo [AOB] é igual a *k* $\left(0<k<\dfrac{1}{2}\right)$



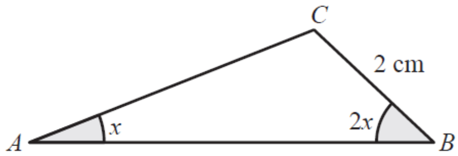
Mostre que a ordenada do ponto C é dada, em função de *k*, por $6k-32k^3$ ***(2021-2ª)***

51. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy, o arco de circunferência AB, contido no primeiro quadrante do plano cartesiano, cujo centro é a origem do referencial e cujo raio é igual a $r\ (r>0)$. O ponto A pertence ao eixo Ox e o ponto B pertence ao eixo O*y*.
Seja P um ponto do arco AB, distinto de A e de B, e seja ***d*** o comprimento do arco AP.
O ponto S pertence ao eixo das ordenadas e tem ordenada igual à do ponto P. O ponto T pertence ao eixo das abcissas e tem abcissa igual à do ponto P. Mostre que uma expressão que dá o valor de $\overline{BS}+\overline{TA}$, em função de **d** e de **r**, é

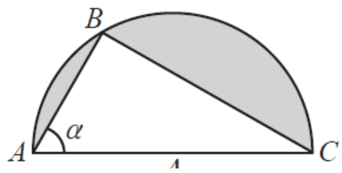
$$r\left(2-sen\left(\frac{d}{r}\right)-\cos\left(\frac{d}{r}\right)\right)$$



55. Na Figura, está representado o triângulo [*ABC*] . Seja $x\in\left]0,\frac{\pi}{4}\right[$, a amplitude, em radianos, do ângulo *BAC* . Sabe-se que $C\hat{B}A=2x$ e que $\overline{BC}=2\,cm$. Mostre que o comprimento de [*AB*], em centímetros, é dado, para cada valor de *x*, pela expressão $8\cos^2 x-2$ ***(2022 1ª)***

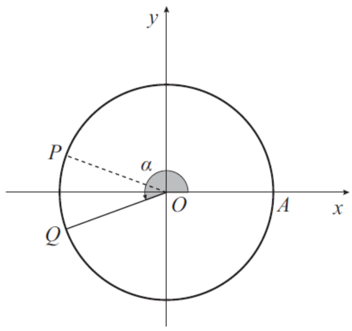


58. Na Figura, está representado um triângulo, [*ABC*], inscrito numa semicircunferência de diâmetro $\overline{AC}=4$. Seja α a amplitude do ângulo *CAB.*Mostre que a área da região sombreada na figura é dada, em função de α , por $2\pi-4sen(2\alpha)$
(2022 esp)



59. Na Figura, estão representados, em referencial o.n. *Oxy*, uma circunferência de centro na origem e os pontos *A*, *P* e *Q*, que pertencem à circunferência. Sabe-se que:

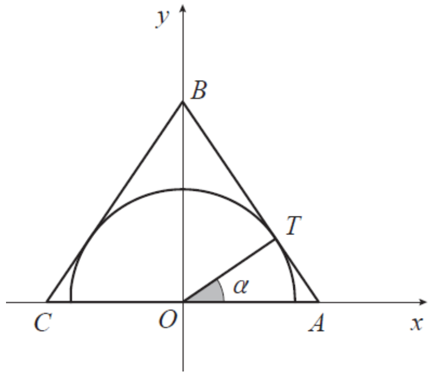
- o ponto *A* tem coordenadas (2,0)
- o ângulo orientado *AOQ* tem amplitude $\alpha\in\left]\pi,\frac{3\pi}{2}\right[$
- os pontos *P* e *Q* têm a mesma abcissa
- $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OQ}=3$



Determine o valor de $\cos(2\alpha)$ ***(2023 1ª)***

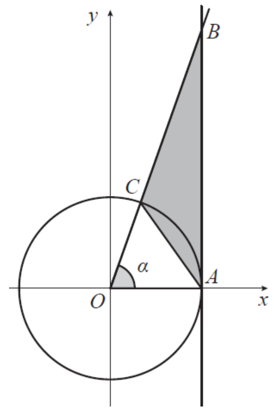
62. Na Figura, estão representados, em referencial o.n. *Oxy*, uma semicircunferência de raio 2, e centro na origem do referencial, e o triângulo isósceles [*ABC*]. Sabe-se que:

- o vértice *A* pertence ao semieixo positivo *Ox*
- o vértice *B* pertence ao semieixo positivo *Oy*
- o vértice *C* pertence ao semieixo negativo *Ox*
- $\overline{AB}=\overline{BC}$
- o lado [*AB*] é tangente à semicircunferência no ponto *T*
- AÔT=α , $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$



Prove que a área do triângulo [*ABC*] é dada, em função de α , por $\frac{8}{sen(2\alpha)}$ ***(2023 2ª)***

63. Na Figura, estão representados, em referencial o.n. *Oxy* , a circunferência trigonométrica, o triângulo [*ABC*] e a reta de equação *x* = 1. Sabe-se que:



- o ponto *A* tem coordenadas (1,0)
- o ponto *B* pertence à reta de equação *x* = 1
- *C* é o ponto de interseção da semirreta $\dot{O}B$ com a circunferência trigonométrica
- AÔB= α , $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ e $\cos\alpha = \frac{1}{3}$

Determine a área do triângulo [*ABC*] ***(2023 esp)***

$Sol: (1)B(3)C(4.a)\frac{2}{3}, 2, \frac{8}{3}(5) -\frac{2\sqrt{3}}{3}(6)D(7.a)1(7.b)a \approx 0,606; b \approx 0,877; b-a \approx 0,27(8)D(9.a)Não\, tem\, A.O.$

$(9.b) \nearrow em \left[-\frac{\pi}{6}, 0\right[\searrow em \left]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}\right] \min relat\ para\ x = -\frac{\pi}{6}(9.c)y = -x+1+\ln 2; x_A \approx -1,19\, e\, x_B \approx -0,17$

$(10)B(11.1)cont\ para\ x = 1(11.2)\{1+\pi\}(12)\left\{\frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}\right\}(13.1)4(13.2)18(14)A(15)D(16a)V(16b)y = -2x+2$

$(16c)1,23(18)A(19.a)A(19b)sim(19c) \nearrow em \left]0, \frac{\pi}{4}\right] e\, em \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right] \searrow em \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] máx\, relat = 1\ para\ x = \frac{\pi}{4};$

$máx\, relat = \frac{1}{2}\ para\ x = \pi; mín\, relat = \frac{1}{3}\ para\ x = \frac{3\pi}{4}(20)B(21)C(22)10^{o}(23)D(24)\frac{3\sqrt{3}}{2}(25)B(26b)não\, tem$

$(26c)B(27)C(28)B(29)A(30a)y = x(30b)sim(31)B(32)C(33a) \cup em \left]0, \frac{2\pi}{3}\right] \cap em \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right[PI\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{3}{8}\right)(33b)B$

$(34)D(35a)1(35b) \nearrow em \left]0, \frac{2\pi}{3}\right] \searrow em \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right[máx\, relat = \frac{\sqrt{3}}{3}\ para\ x = \frac{2\pi}{3}(36)h(t) = 4,5 - 3,5\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)(37)A$

$(38a)B(38b)2,8(39.a)sim(39.b) \searrow em \left]0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right] \nearrow em \left[\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right[\min relat = -\frac{1}{2e}\ para\ x = \frac{1}{\sqrt{e}}(40a)B(41a)C$

$(41b)23\%(42)Não(44a)C(44b)\left\{-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}(47)\sqrt{\frac{8}{27}}\pi(48) -\frac{7\sqrt{24}}{5}(49) \searrow em \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right[\nearrow em \left[0, \frac{\pi}{6}\right];$

$\min relat = 1 para\ x = 0; \max relat = \frac{5}{4}\ para\ x = \frac{\pi}{6}(52) -\frac{1}{2}(54)cont(56)descont(57) \cup em \left]0, \frac{\pi}{12}\right] e\, em \left[\frac{5\pi}{12}, \pi\right[;$

$\cap em \left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]; PI\ para\ x = \frac{\pi}{12} e\ para\ x = \frac{5\pi}{12}(59)\frac{3}{4}(60a)D(61)D(63)\frac{2\sqrt{2}}{3}$

joseladeira@gmail.com
jose.santos@aemrt.pt