AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha nº 04 – Sucessões/Progressões - 11º ano 2015 a 2023

1. Seja a um número real. Considere a sucessão (u_n) definida por $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = -3u_n + 2, \ \forall n \in IN \end{cases}$

Qual é o terceiro termo desta sucessão?

(A) 6*a* + 4 (B) 9*a* – 4 (C) 6*a* – 4 (D) 9*a* + 4 ***(2015-1ª)***

2. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona e limitada?

$(A)(-1)^n$ $(B)(-1)^n.n$ $(C)-\frac{1}{n}$ $(D)1+n^2$ ***(2015-2ª)***

3. De uma progressão geométrica (a_n), sabe-se que o terceiro termo é igual a $\frac{1}{4}$ e que o sexto termo é igual a 2.

Qual é o valor do vigésimo termo?

(A) 8192 (B) 16 384 (C) 32 768 (D) 65 536 ***(2015-esp)***

4. De uma progressão geométrica, monótona crescente, sabe-se que $u_4 = 32$ e que $u_8 = 8192$

Qual é o quinto termo da sucessão (u_n)?

(A) 64 (B) 128 (C) 256 (D) 512 ***(2016-2ª)***

5. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = \begin{cases} n & se \ n \leq 20 \\ (-1)^n & se \ n > 20 \end{cases}$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (u_n) é monótona crescente.

(B) A sucessão (u_n) é monótona decrescente.

(C) A sucessão (u_n) é limitada.

(D) A sucessão (u_n) é um infinitamente grande. ***(2017-1ª)***

6. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n}$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (u_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$

(B) A sucessão (u_n) é uma progressão geométrica de razão 2

(C) A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$

(D) A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética de razão 2 ***(2017-2ª)***

7. Seja (u_n) uma sucessão real em que todos os termos são positivos.

Sabe-se que, para todo o número natural *n*, $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (u_n) é limitada. **(B)** A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética.

(C) A sucessão (u_n) é crescente. **(D)** A sucessão (u_n) é um infinitamente grande. ***(2017-esp)***

8. Seja *a* um número real. Sabe-se que *a*, *a*+6 e *a*+18 são três termos consecutivos de uma progressão geométrica. Relativamente a essa progressão geométrica, sabe-se ainda que a soma dos sete primeiros termos é igual a 381. Determine o primeiro termo dessa progressão. ***(2018-1ª)***

9. De uma progressão aritmética (u_n) sabe-se que o terceiro termo é igual a 4 e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 174. Averigue se 5371 é termo da sucessão (u_n) ***(2018-2ª)***

10. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{n+5}{n+3}$. Estude a sucessão (u_n) quanto à monotonia.

(2018-EE cad1)

11. Seja *r* um número real maior do que 1. Sabe-se que *r* é a razão de uma progressão geométrica de termos positivos. Sabe-se ainda que, de dois termos consecutivos dessa progressão, a sua soma é igual a 12 e a diferença entre o maior e o menor é igual a 3. Determine o valor de *r* ***(2019 1ª cad1)***

12. Sejam *a* e *b* dois números reais diferentes de zero. Sabe-se que 2, *a* e *b* são três termos consecutivos de uma progressão geométrica. Sabe-se ainda que *a*−2, *b* e 2 são três termos consecutivos de uma progressão aritmética. Determine *a* e *b.* ***(2019 2ª cad1)***

13. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$. Determine a menor ordem a partir da qual todos os termos da sucessão (u_n) são maiores do que −0,01 ***(2019 EE cad1)***

14. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{8n-4}{n+1}$. Estude a sucessão (u_n) quanto à monotonia.

(2020 1ª)

15. De uma progressão aritmética (u_n) sabe-se que o sétimo termo é igual ao dobro do segundo e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 57. Sabe-se ainda que 500 é termo da sucessão (u_n). Determine a ordem deste termo.

(2020 2ª)

16. Seja (v_n) a sucessão definida por $v_n = \begin{cases} n & se\ n<10 \\ 1+\frac{1}{n} & se\ n\geq 10 \end{cases}$ Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (v_n) tem limite nulo **(B)** A sucessão (v_n) é divergente
(C) A sucessão (v_n) é limitada **(D)** A sucessão (v_n) é monótona ***(2020 2ª)***

17. Considere uma progressão geométrica não monótona (u_n). Sabe-se que $u_3 = \frac{1}{12}$ e que $u_{18} = 4u_{20}$. Determine uma expressão do termo geral de (u_n)

Apresente essa expressão na forma $a \times b^n$, em que *a* e *b* são números reais. ***(2020 esp)***

18. Considere a sucessão (v_n) definida, por recorrência, por $\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{1}{v_n} \end{cases}$, para qualquer número natural n

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (v_n) é uma progressão aritmética.

(B) A sucessão (v_n) é uma progressão geométrica.

(C) A sucessão (v_n) é monótona.

(D) A sucessão (v_n) é limitada. ***(2020 esp)***

19. Seja (v_n) uma progressão geométrica. Sabe-se que v_5=4 e que v_8=108. Qual é o valor de v_6?

(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 48 **(D)** 60 ***(2021 1ª)***

20. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$. Determine, sem recorrer à calculadora, quantos termos de ordem ímpar da sucessão (u_n) pertencem ao intervalo $\left[\frac{83}{41}, \frac{67}{33}\right]$ ***(2021 1ª)***

21. Seja (u_n) uma progressão aritmética. Sabe-se que, relativamente a (u_n), a soma do sexto termo com o vigésimo é igual a −5 e que o décimo nono termo é igual ao quádruplo do sétimo termo. Determine a soma dos dezasseis primeiros termos desta progressão. ***(2021 2ª)***

22. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n=2n+1$. Determine, sem recorrer à calculadora, a soma dos primeiros duzentos termos de ordem ímpar da sucessão (u_n) ***(2021 esp)***

23. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão convergente?

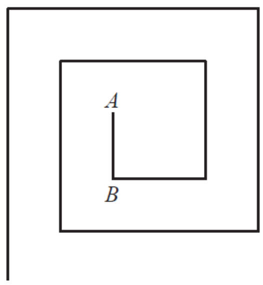
$(A)\,(-1)^n \times n$ $\quad (B)\,\frac{(-1)^n}{n}$ $\quad (C)\,(-1)^n + n$ $\quad (D)\,(-1)^n - n$ ***(2022 1ª)***

24. A soma dos cinco primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$ é 211. Determine o quinto termo desta progressão. ***(2022 1ª)***

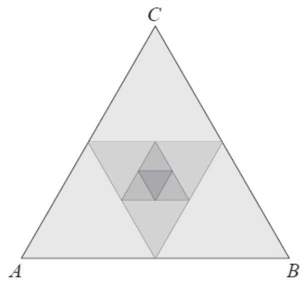
25. Seja (u_n) a sucessão definida por $\begin{cases} (-1)^n & se\ n \leq 3 \\ \frac{4n-1}{n+3} & se\ n > 3 \end{cases}$. Mostre que a sucessão (u_n) é limitada. ***(2022 2ª)***

26. De uma progressão aritmética, (v_n), sabe-se que $v_3=1$ e $v_{10}=\frac{5}{4}v_9$. Averigue, sem recorrer à calculadora, se -50 é termo da progressão (v_n). ***(2022 esp)***

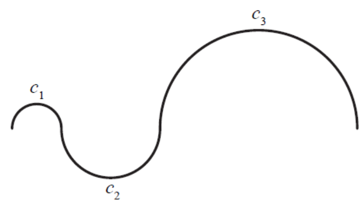
27. A Figura representa uma linha poligonal simples que começou a ser construída a partir do segmento de reta [*AB*]. O segundo segmento de reta, com uma das extremidades em *B*, foi construído com mais 2 cm do que o primeiro, o terceiro segmento foi construído com mais 2 cm do que o segundo, e assim sucessivamente, tendo cada segmento de reta sempre mais 2 cm do que o anterior. Continuando a construção da linha poligonal, do modo acima descrito, até ao 100.º segmento de reta, obtém-se uma linha poligonal com o comprimento total de 104 metros. Determine o comprimento do segmento de reta [*AB*]. Apresente o valor pedido em centímetros. ***(2023 1ª)***



28. Considere um triângulo equilátero, [ABC], com $\overline{AB}=1$. Unindo os pontos médios dos lados desse triângulo, obtém-se um segundo triângulo; unindo os pontos médios dos lados do segundo triângulo, obtém-se um terceiro triângulo. Continuando a proceder deste modo, obtém-se uma sequência de *n* triângulos, sendo n>4.
Na Figura, representam-se os primeiros quatro triângulos da sequência.
Mostre que a soma dos perímetros dos *n* triângulos da sequência é menor do que 6 unidades, qualquer que seja o valor de *n*. ***(2023 2ª)***



29. Uma composição geométrica é constituída por uma sequência de 25 semicircunferências em que, à exceção da primeira, o raio de cada semicircunferência é o dobro do raio da semicircunferência anterior. A Figura representa parte dessa composição, em que c_1, c_2 e c_3 são as três primeiras semicircunferências, com 1 cm, 2 cm e 4 cm de raio, respetivamente.
Determine o comprimento total da linha obtida com esta composição geométrica.
Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades. ***(2023 esp)***



$$Soluções: (1)B(2)C(3)C(4)B(5)C(6)B(7)A(8)3(9)sim(10)monótona\ decresc(11)\frac{5}{3}(12)a=1;b=\frac{1}{2}(13)99$$

$$(14)monótona\ cresc(15)997(16)C(17)-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n(18)D(19)A(20)5(21)-22(22)80200(23)B(24)16$$

$$(25)\frac{11}{7}\leq u_n<4(26)sim(27)5(29)1054$$