

(2) A: oscillante R: (e)

(2) A: oscilante R: (e)
B: oscilante

$$D: 1 + m^2 \rightarrow +\infty$$

D: $1+m^2 \rightarrow +\infty$

(3) $a_3 = \frac{1}{4}$ $a_6 = a_3 \times \pi^3$ $\Rightarrow 2 = \frac{1}{4} \times \pi^3$ $\Rightarrow 8 = \pi^3$ $\Rightarrow \pi = 2$

$2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2^5 = 32768$ (e)

$$a_6 = 2$$

$$a_{20} = a_6 \times R = 2 \times 2^4 = 256$$

(4) $n_4 = 32$

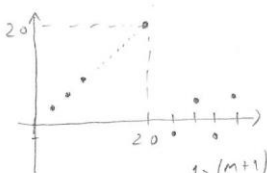
$$u_8 = u_4 \times 2^4 \Rightarrow 3192 = 32 \times 2^4 \Rightarrow \frac{3192}{32} = 2^4 \Rightarrow 2^4 = 256 \Rightarrow$$

$$u_3 = 8192$$

$$u_5 = u_4 \times \pi = 32 \times 4 = 128 \text{ (B)}$$

$$u_5 = u_4 \times \pi = 32 \times 4 = 128 \text{ (B)}$$

(5)



u_m é limitada (e)

(6) $\frac{u_{m+1}}{u_m} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{1-(m+1)}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{1-m}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-m}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{1-m}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-m-1+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$ Log P. 5 de $n=2$ (B)

(7) $\frac{u_{m+1}}{(u_m)^2} < 1 \Leftrightarrow u_{m+1} < u_m \Leftrightarrow u_{m+1} - u_m < 0$, for $u_m > 0$

Però $u_n \downarrow$ então $u_n \leq u_1$

Como $u_n \downarrow$ então $u_n \leq u_1$
 Como $u_n > 0$ podemos concluir que $0 < u_n \leq u_1$

Como um 70 poderes absolutos e limitados (A)

Assim, $12a + 36 = 13a$

(8) $\frac{a+6}{a} = \frac{a+13}{a+6} \Rightarrow (a+6)^2 = a(a+13) \Rightarrow a^2 + 12a + 36 = a^2 + 13a \Rightarrow 12a + 36 = 13a \Rightarrow 36 = 13a - 12a \Rightarrow 36 = a$

$$\frac{a}{6} \cdot \frac{a+6}{a} = 6 \quad \text{Assum } a = \frac{331}{127}$$

$$S_7 = 381 \Rightarrow u_1 \times \frac{1-2^7}{1-2} = 381 \Rightarrow u_1 \times 127 = 381 \Rightarrow u_1 = 3$$

(9) $u_3 = 4$

$$u_3 = 4$$

$$S_{12} = 174 \Rightarrow \frac{u_1 + u_{12}}{2} \times 12 = 174 \Rightarrow \frac{u_5 - 2\pi + u_3 + 9\pi}{2} \times 12 = 174 \Rightarrow$$

$$\dots \Rightarrow \pi = 3, \text{ Logue } u_1 = u_3 - 2\pi = 4 - 2 = 2$$

$$S_{12} = 174 \Rightarrow \frac{u_1 + 12}{2} \times 12 = 174 \Rightarrow u_1 = 1 \dots \dots \dots n = 3, \log^2 u_1 = u_3 - 2n = 4 - 2 \times 3 = -2$$

$$(c) \frac{4-2x+4+9x}{2} \times 12 = 124 \Rightarrow \dots \dots \dots 3m-5 = 53+1 \Rightarrow 3m = 53+6$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{4 - 2x + 4 + 9x}{2} \times 12 &= 124 \Rightarrow \dots \Rightarrow 3M - 5 = 53 + 6 \\ u_m = u_1 + (m-1)x &= -2 + (m-1) \times 3 = 3M - 5 \parallel 3M - 5 = 53 + 6 \\ \Rightarrow M &= \frac{53 + 6}{3} \Rightarrow M = 1792 \text{ MPa} : \text{Sim} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad u_{n+1} - u_n &= \frac{n+1+5}{n+1+3} - \frac{n+5}{n+3} = \frac{n+6}{n+4} - \frac{n+5}{n+3} = \\
 &= \frac{(n+6)(n+3) - (n+5)(n+4)}{(n+4)(n+3)} = \frac{\cancel{n^2} + 3n + 6n + 18 - \cancel{n^2} - 4n - 5n - 20}{(n+4)(n+3)} = \\
 &= \frac{\overset{(-2)}{\underset{(+)}{(n+4)}} \overset{(-)}{\underset{(+)}{(n+3)}}}{(n+4)(n+3)} < 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}
 \end{aligned}$$

Assim, (u_n) é monotonicamente decrescente

(11) Sejam a e b termos consecutivos de P.G.
Como $r > 1$, $a < b$

$$\begin{aligned}
 \frac{b}{a} &= r \\
 \begin{cases} a+b=12 \\ b-a=3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=12 \\ b=3+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a=9 \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{2} \\ b=3+\frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{2} \\ b=\frac{15}{2} \end{cases} \\
 \text{Assim, } r &= \frac{\frac{15}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

(12) a e b são termos consecutivos de uma P.G.

$$\text{Logo } \frac{a}{2} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \boxed{2b = a^2}$$

$a-2$, b e 2 são termos consecutivos de uma P.A.

$$\text{Logo } b - (a-2) = 2 - b \Leftrightarrow \boxed{2b = a}$$

$$\text{Assim } a^2 = a \Leftrightarrow a^2 - a = 0 \Leftrightarrow a(a-1) = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee a = 1$$

Como $a, b \neq 0$, $a = 1$ e $b = \frac{1}{2}$

$$(13) \quad u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} = \begin{cases} \frac{-1}{n+1}, & n \text{ par} \\ \frac{1}{n+1}, & n \text{ ímpar} \end{cases}$$

n ímpar Como $n > 0$ então $\frac{1}{n+1} > 0 > -0,01$ $\forall n$ ímpar

$$\text{ n par } \quad -\frac{1}{n+1} > -\frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{n+1} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow n+1 > 100 \Leftrightarrow n > 99$$

Assim, a menor ordem a partir de qual todos os termos da sucessão (u_n) são maiores do que $-0,01$ é 99

$$\begin{aligned}
 (14) \quad u_{m+1} - u_m &= \frac{8(m+1) - 4}{m+1+1} - \frac{8m-4}{m+1} = \frac{8m+4}{m+2} - \frac{8m-4}{m+1} = \\
 &= \frac{(8m+4)(m+1) - (8m-4)(m+2)}{(m+2)(m+1)} = \frac{\cancel{8m^2} + 8m + 4m + 4 - \cancel{8m^2} - 16m + 4m + 8}{(m+2)(m+1)} \\
 &= \frac{\overset{+}{\underset{+}{(m+2)}} \overset{+}{\underset{+}{(m+1)}}}{\underset{+}{\underset{+}{(m+2)}} \underset{+}{\underset{+}{(m+1)}}} > 0, \forall m \in \mathbb{N}
 \end{aligned}$$

Assim, e sic. (u_m) è monotona crescente

(15) $u_7 = 2u_2$; $S_{12} = 57$

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 + r \\ u_7 &= u_1 + 6r \\ u_{12} &= u_1 + 11r \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} u_1 + 6r = 2(u_1 + r) \\ \frac{u_1 + u_{12}}{2} \times 12 = 57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 6r = 2u_1 + 2r \\ \frac{u_1 + u_1 + 11r}{2} \times 12 = 57 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4r = u_1 \\ \frac{2u_1 + 11r}{2} \times 12 = 57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 4r + 11r \times 6 = 57 \\ 19r \times 6 = 57 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 114r = 57 \\ u_1 = 4 \times \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

$u_n = 500 \Leftrightarrow u_1 + (n-1) \times r = 500 \Leftrightarrow 2 + (n-1) \times \frac{1}{2} = 500 \Leftrightarrow$

$(2) \quad 2 + \frac{n-1}{2} = 500 \Leftrightarrow 4 + n - 1 = 1000 \Leftrightarrow n = 1000 + 1 - 4 \Leftrightarrow n = 997$

(16) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 + 0 = 1$, logo exclui-se (A) e (B)

$V_8 = 8; V_9 = 9; V_{10} = 1 + \frac{1}{10} = 1,1$, logo v_n não é monotônica. Exclui-se (D)

Assim, a única opção correta é (C)

De facto, para $n < 10$, $1 < v_n < 10$ } $1 < v_n < 10, \forall n \in \mathbb{N}$
 Para $n \geq 10$, $1 < v_n < 1,1$ } Logo, (v_n) é limitada

(17) $u_{18} = 4u_{20} \Leftrightarrow u_3 \times r^{15} = 4u_3 \times r^{17} \Leftrightarrow \frac{1}{r^2} \times r^{15} = 4 \times \frac{1}{r^2} \times r^{17} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^{15} = 4r^{17} \Leftrightarrow \frac{r^{17}}{r^{15}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow r = \pm \frac{1}{2} \Leftrightarrow r = -\frac{1}{2}$ porque u_n é uma seq. geom.

$u_1 = \frac{u_3}{r^2} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$u_n = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{3} \times (-2) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

(18) $v_n: 2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \dots$

v_n é limitada (D)

(19) $V_5 \times r^3 = V_8 \Rightarrow 4r^3 = 108 \Rightarrow r^3 = \frac{108}{4} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = \sqrt[3]{27} \Rightarrow r = 3$
 $V_6 = V_5 \times r = 4 \times 3 = 12$ (A)

(20) Se n ímpar, $u_n = 2 + \frac{1}{n}$
 $\frac{83}{41} < 2 + \frac{1}{n} < \frac{67}{33} \Rightarrow \frac{83}{41} - 2 < \frac{1}{n} < \frac{67}{33} - 2 \Rightarrow \frac{1}{41} < \frac{1}{n} < \frac{1}{33} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 33 < n < 41$ n : 5 termos (ordem: 33, 35, 37, 39, 41)

(21) $\begin{cases} u_6 + u_{20} = -5 \\ u_{19} = 4u_7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + 5r + u_1 + 19r = -5 \\ u_1 + 18r = 4(u_1 + 6r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u_1 + 24r = -5 \\ -3u_1 - 6r = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u_1 + 24r = -5 \\ -3u_1 = 6r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u_1 + 24r = -5 \\ u_1 = -2r \end{cases} \Rightarrow$
 $\begin{cases} 2(-2r) + 24r = -5 \\ -4r + 24r = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20r = -5 \\ r = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -2(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{2} \end{cases}$

$u_{16} = u_1 + 15r = \frac{1}{2} + 15 \times (-\frac{1}{4}) = -\frac{13}{4}$

$S_{16} = \frac{u_1 + u_{16}}{2} \times 16 = \frac{\frac{1}{2} + (-\frac{13}{4})}{2} \times 16 = -22$

(22) $u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{399} = \underbrace{3 + 5 + 7 + \dots + 799}_{P.A. \text{ de } a_1 = 3, r = 2} = \frac{3 + 799}{2} \times 200 = 80200$
 S_{200}

(23) (A) $u_n = \begin{cases} n, & n \text{ par} \\ -n, & n \text{ ímpar} \end{cases} \xrightarrow{+\infty}$ divergente (C) $u_n = \begin{cases} 1 + n, & n \text{ par} \\ -1 + n, & n \text{ ímpar} \end{cases} \xrightarrow{+\infty}$ divergente

(B) $u_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & n \text{ par} \\ -\frac{1}{n}, & n \text{ ímpar} \end{cases} \xrightarrow{+\infty}$ convergente (D) $u_n = \begin{cases} 1 - n, & n \text{ par} \\ -1 - n, & n \text{ ímpar} \end{cases} \xrightarrow{-\infty}$ divergente

(24) $u_1 \times \frac{1 - (\frac{2}{3})^5}{1 - \frac{2}{3}} = 211 \Rightarrow u_1 \times \frac{211}{81} = 211 \Rightarrow u_1 = 81$ Assim, $u_5 = u_1 \times r^4 = 81 \times (\frac{2}{3})^4 = 16$

(25) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{n+3} = \frac{4}{1}$ Para $n \leq 3$ u_n é limitada ($u_1 = -1, u_2 = 1, u_3 = -1$)
 Para $n > 3$:

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{n} = 4$ Convergi

Toda a seq. conv. é limitada, logo u_n é limitada

$\frac{4n-1}{n+3} = \frac{4n+12-13}{n+3} = 4 - \frac{13}{n+3}$

$u_n = 4 - \frac{13}{n+3}$

$0 < \frac{13}{n+3} < \frac{13}{7} \left\{ \frac{13}{n+3}, \frac{13}{7}, \frac{13}{8}, \dots \rightarrow 0 \right.$

$0 > -\frac{1}{n+3} > -\frac{13}{7}$

$0+4 > 4 - \frac{1}{n+3} > -\frac{13}{7} + 4$

$4 > u_n \geq \frac{15}{7}$ limitada

Assim, para $n \in \mathbb{N}$, u_n é limitada

$$(26) \quad V_{10} = \frac{5}{4} V_9 \Leftrightarrow V_3 + 7x = \frac{5}{4} (V_3 + 6x) \Leftrightarrow 1 + 7x = \frac{5}{4} (1 + 6x) \Leftrightarrow 1 + 7x = \frac{5}{4} + \frac{15}{2}x$$

$$\Leftrightarrow 4 + 28x = 5 + 30x \Leftrightarrow 28x - 30x = 5 - 4 \Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} V_n = V_1 + (n-1)x = 2 + (n-1) \times (-\frac{1}{2}) \\ V_n = V_3 - 2x = 1 - 2 \times (-\frac{1}{2}) = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{V_n = -\frac{1}{2}n + \frac{5}{2}}$$

$$V_n = -50 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}n + \frac{5}{2} = -50 \Leftrightarrow -n + 5 = -100 \Leftrightarrow -n = -100 - 5 \Leftrightarrow n = 105 \in \mathbb{N}$$

$\Leftrightarrow -n = -100 - 5 \Leftrightarrow n = 105 \in \mathbb{N}$
Assim -50 é termo de V_n

(27) p.A. de $x = 2$

$$S_{100} = 10400$$

$$u_1 = ?$$

$$\frac{u_1 + u_{100}}{2} \times 100 = 10400$$

$$\Leftrightarrow \frac{u_1 + u_1 + 99x}{2} \times 100 = 10400$$

$$\Leftrightarrow (u_1 + u_1 + 99 \times 2) \times 50 = 10400$$

$$\Leftrightarrow u_1 + u_1 + 198 = \frac{10400}{50}$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 + 198 = 208$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 = 10$$

$$\Leftrightarrow u_1 = 5$$

$$\therefore \overline{AB} = 5 \text{ cm}$$

(28) A sequência dos perímetros é $\sqrt[n]{n}$ de 1 a 3 e 10 termos $= 3$
Soma de todos os termos = $\lim S_n = \lim \left(3 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} \right) =$

$$\lim \left(3 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{2}} \right) = 3 \times \frac{1 - 0}{\frac{1}{2}} = 3 \times 2 = 6$$

(S_n) é crescente, logo a soma dos perímetros dos n triângulos de sequência é menor do que 6

$$\text{então prova} \quad S_n = 3 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{2}} = 6 \left(1 - (\frac{1}{2})^n \right)$$

$$0 < \left(\frac{1}{2} \right)^n < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} < -\left(\frac{1}{2} \right)^n < 0$$

$$\frac{1}{2} < 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n < 1$$

$$3 < 6 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right) < 6$$

$$\text{logo } S_n < 6$$

29) Seja (C_n) a seq dos comprimentos das semicircunf.

Tome-se de uma PG de $10325 = 2$ e $C_1 = \frac{2\pi \times 1}{2} = \pi$

$$S_{25} = \pi \times \frac{1 - 2^{25}}{1 - 2} = -\pi(1 - 2^{25}) \text{ cm} = \frac{-\pi(1 - 2^{25})}{10^5} \text{ Km} \approx 1054 \text{ Km}$$