AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Ficha de Trabalho nº 5 - Probabilidades - 12º ano 2015 a 2024

1. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares.
De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60 ***(2015-1ª fase)***

2. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que $P(A)=0,4$; $P\left(\overline{B}\right)=0,7$; $P(A \cup B)=0,5$. Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$?
(A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,9 ***(2015-1ª fase)***

3. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

a) Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa. Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários. Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa. A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a $\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$. Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada. Na sua resposta:

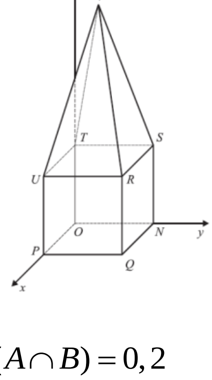
- enuncie a regra de Laplace
- explique o número de casos possíveis
- explique o número de casos favoráveis. ***(2015-1ª fase)***

4. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas. Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.
Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:
A: «a bola retirada é preta» B: «o número da bola retirada é um número par»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P\left(A \mid B\right)$?

$(A)\frac{2}{5}$ $(B)\frac{1}{2}$ $(C)\frac{3}{5}$ $(D)\frac{3}{4}$ ***(2015-2ª fase)***

5. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$, com $P(A) \neq 0$.
Prove que $P\left(A \cup \overline{B}\right) - 1 + P(B) = P(A) \times P(B \mid A)$. ***(2015-2ª fase)***

6. Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro [NOPQRSTUV]. Cada face vai ser colorida com uma única cor.
Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores.
Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima. ***(2015-2ª fase)***



7. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que $P\left(A \cup B\right)=0,7; P(B)=0,4; P(A \cap B)=0,2$
Qual é o valor de $P(B \mid A)$?
(A) 0,25 (B) 0,3 (C) 0,35 (D) 0,4 ***(2015-especial)***

8. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?
(A) 40 140 (B) 30 240 (C) 20 340 (D) 10 440 ***(2015-especial)***

9. Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato.

Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2 ? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2015-especial)***

10. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{3}{10}$; $P(A|B) = \frac{1}{6}$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

$(A)\frac{4}{5}$ $(B)\frac{7}{10}$ $(C)\frac{13}{20}$ $(D)\frac{19}{30}$ ***(2016-1ª fase)***

11. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.
Colocam-se as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos. Quantos números ímpares diferentes se podem obter? ***(2016-1ª fase)***

12. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,3$; $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,6$

Qual é o valor de $P(A|B)$?

$(A)\frac{1}{3}$ $(B)\frac{1}{2}$ $(C)\frac{2}{3}$ $(D)\frac{5}{6}$ ***(2016-2ª fase)***

13. O Carlos joga basquetebol na equipa da sua escola. Admita que, em cada lance livre, a probabilidade de o Carlos encestar é 0,4. Num treino, o Carlos vai executar uma série de cinco lances livres. Qual é a probabilidade de o Carlos encestar exatamente quatro vezes?
(A) 0,01536 (B) 0,05184 (C) 0,0768 (D) 0,2592 ***(2016-2ª fase)***

14. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

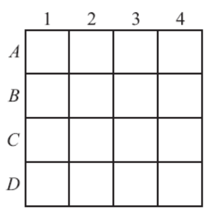
a) Considere duas caixas, U e V.
Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V.
Realiza-se a seguinte experiência.
Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V.
Sejam A e B os acontecimentos:

A : «*A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10*»
B : «*O produto dos números das fichas retiradas é ímpar*»

Determine o valor de P(B|A) sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta:

- explique o significado de P(B|A) no contexto da situação descrita;
- indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u,v) em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V
- indique os casos favoráveis;
- apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

b) Na figura, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4). Pretende-se dispor as nove fichas (numeradas de 1 a 9) no tabuleiro, de modo que cada ficha ocupe uma única casa e que cada casa não seja ocupada por mais do que uma ficha. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal? ***(2016-2ª fase)***



15. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números, quantos são múltiplos de 5 ?
(A) 729 (B) 1458 (C) 3645 (D) 6561 ***(2017-1ª fase)***

16. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos. Sabe-se que:

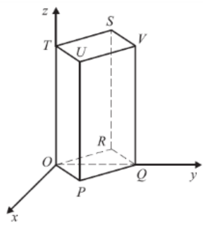
- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$

Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 ***(2017-1ª fase)***

17. Na figura, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o prisma quadrangular regular [OPQRSTUV]. Escolhendo, ao acaso, três vértices do prisma, determine a probabilidade de o plano definido por esses três vértices ser perpendicular ao plano xOy. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

(2017-1ª fase)



18. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6). Retira-se, ao acaso, uma bola do saco. Sejam A e B os acontecimentos:

A: «o número da bola retirada é menor ou igual a 6»

B: «o número da bola retirada é par»

Escreva o significado de $P\left(\overline{A} \cup B\right)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n, que dê esta probabilidade. Apresente a expressão na forma de uma fração. ***(2017-1ª fase)***

19. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1,2,3,4 e 5. Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro?

(A) 24 (B) 48 (C) 72 (D) 96 ***(2017-2ª fase)***

20. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

a) Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Seja A o acontecimento «o aluno escolhido é rapariga», e seja B o acontecimento «o aluno escolhido frequenta o 10º ano». Sabe-se que:

- a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o 10.º ano é 0,82
- a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o 10.º ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$

Determine P(A).

b) Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30. Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30. Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso. Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22 ? Apresente o resultado arredondado às milésimas. ***(2017-2ª fase)***

21. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos números naturais maiores do que 20 000 e com os cinco algarismos todos diferentes é possível formar?

(A) 24 **(B)** 48 **(C)** 72 **(D)** 96 ***(2017-Especial)***

22. Considere duas caixas, C_1 e C_2 . A caixa C_1 tem 12 bolas, das quais cinco são brancas e as restantes são pretas. A caixa C_2 tem sete bolas, umas brancas e outras pretas.

Considere a experiência que consiste em retirar, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa C_1 , colocá-las na caixa C_2 e, em seguida, retirar, também ao acaso, uma bola da caixa C_2

Sejam *A* e *B* os acontecimentos:

A : «*As bolas retiradas da caixa C_1 têm a mesma cor.*»

B : «*A bola retirada da caixa C_2 é branca.*»

Sabe-se que $P\left(B \mid \overline{A}\right) = \frac{2}{3}$. Interprete o significado de $P\left(B \mid \overline{A}\right)$ e indique, justificando, quantas bolas brancas e quantas bolas pretas existiam inicialmente na caixa C_2

23. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.

a) Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia. De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma disciplina fiquem juntos?

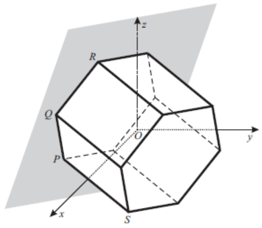
(A) 40 320 (B) 80 640 (C) 967 680 (D) 1 935 360

b) Relativamente a essa escola, sabe-se que:

- o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
- o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol. Apresente o resultado na forma de percentagem. ***(2018-1ª - Cad 1)***

24. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxyz, um prisma hexagonal regular. Sabe-se que [PQ] e [QR] são arestas de uma das bases do prisma. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices de cada uma das bases do prisma. Determine a probabilidade de esses quatro pontos pertencerem a uma mesma face lateral do prisma. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas. ***(2018-1ª fase - Cad 1)***



25. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras. Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$. Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol. Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.
(2018-2ª fase - Cad 1)

26. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.

a) Quantos códigos iniciados por uma vogal seguida de três algarismos diferentes se podem formar?

(A) 420 (B) 504 (C) 1840 (D) 2520

b) Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres. Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar. Apresente o resultado arredondado às milésimas.
(2018-2ª fase - Cad 1)

27. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$. Sabe-se que A e B são acontecimentos independentes e equiprováveis e $P(A \cup B) = 0,64$. Qual é o valor de P(A)?

(A) 0,42 (B) 0,40 (C) 0,38 D) 0,36 ***(2018-EE – Cad 1)***

28. Com cinco pessoas, quantos conjuntos com, pelo menos, três pessoas é possível formar?

(A) 60 (B) 81 (C) 10 (D) 16 ***(2018-EE - Cad 1)***

29. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 35. Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha. Determine a probabilidade de esses dois elementos serem iguais. Apresente o resultado na forma decimal, arredondado às centésimas. ***(2018-EE - Cad 1)***

30. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$. Sabe-se que P(A)=0,6 e P(B)=0,7.

Mostre que $P(B \mid A) \geq \frac{1}{2}$. ***(2018-EE - Cad 1)***

31. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.

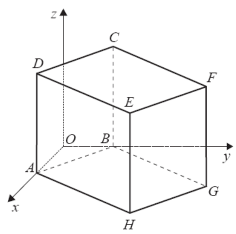
a) Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a $\frac{15}{16}$. Determine o número de bolas que a caixa contém.

b) Dispõem-se, ao acaso, as dez bolas amarelas, lado a lado, em linha reta. Qual é a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas?

$(A)\frac{1}{16}$ $(B)\frac{1}{15}$ $(C)\frac{1}{14}$ $(D)\frac{1}{13}$ ***(2019-1ª - Cad 1)***

32. Considere todos os números naturais de sete algarismos que se podem escrever utilizando dois algarismos 5, quatro algarismos 6 e um algarismo 7. Determine quantos destes números são ímpares e maiores do que seis milhões. ***(2019-1ª - Cad 1)***

33. Na Figura, está representado, num referencial o.n. *Oxyz*, um paralelepípedo retângulo [ABCDEFGH]. Sabe-se que:



- o vértice *A* pertence ao eixo *Ox* e o vértice *B* pertence ao eixo *Oy*
- o vértice *C* tem coordenadas (0,3,6) e o vértice *G* tem coordenadas (6,11,0)
- o plano *ABC* é definido pela equação $3x+4y-12=0$

Escolhe-se, ao acaso, um vértice do paralelepípedo e, seguidamente, também ao acaso, escolhe-se um outro vértice, diferente do anterior. Designe-se por *X* o primeiro vértice escolhido e por *Y* o segundo vértice escolhido. Qual é a probabilidade de a terceira coordenada do vetor $\overrightarrow{XY}$ ser igual a zero? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2019-2ª - Cad 1)***

34. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10.º, 11.º e 12.º anos.

a) Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10.º ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10.º ano.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10.º ano. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

b) Uma turma dessa escola tem 26 alunos, dos quais 15 são raparigas. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se formar uma comissão com três alunos desta turma, para organizar uma festa de fim de ano. Quantas comissões diferentes, que incluam rapazes e raparigas, se podem formar, sabendo-se que o delegado de turma tem de fazer parte da comissão?

(A) 195 **(B)** 215 **(C)** 235 **(D)** 255 ***(2019-2ª - Cad 1)***

35. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

a) Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, quatro cartões do saco. Qual é a probabilidade de o menor dos números saídos ser 3 e o maior ser 8?

$(A)\frac{1}{18}$ $(B)\frac{1}{21}$ $(C)\frac{1}{6}$ $(D)\frac{1}{7}$

b) Colocam-se os nove cartões em cima de uma mesa, lado a lado, em linha reta. Determine de quantas maneiras diferentes é possível colocar os cartões, de modo que os números inscritos nos três primeiros cartões sejam primos. ***(2019-Esp – Cad 1)***

36. Numa turma de 12.º ano, apenas alguns alunos estão matriculados na disciplina de Química. Relativamente a essa turma, sabe-se que:

- o número de raparigas é o dobro do número de alunos matriculados na disciplina de Química;
- um terço dos alunos matriculados na disciplina de Química são raparigas;
- metade dos rapazes não estão matriculados na disciplina de Química.

Escolhe-se ao acaso um aluno da turma. Determine a probabilidade de esse aluno estar matriculado na disciplina de Química. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2019-Esp – Cad 1)***

37. Seja X o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos equiprováveis e independentes. Sabe-se que $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=\frac{8}{9}$. Qual é o valor de P(A)? ***(2019-Esp – Cad 2)***

$(A)\frac{1}{4}$ $(B)\frac{3}{4}$ $(C)\frac{1}{3}$ $(D)\frac{2}{3}$

38. Quatro pessoas vão escolher, cada uma e em segredo, um dos seguintes números: 1, 2, 3, 4 e 5. Qual é a probabilidade de exatamente duas delas escolherem o número 5 ?

(A) 0,1530 (B) 0,1532 (C) 0,1534 (D) 0,1536 ***(2020-1ª)***

39. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.

a) Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.
Sejam A e B os acontecimentos:
A : «A primeira bola retirada é azul»
B : «A segunda bola retirada é branca»

Sabe-se que $P(A\cap B)=\frac{1}{3}P(A)$. Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.

b) Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora oito bolas azuis e sete bolas brancas. Pretende-se colocar todas estas bolas em dez caixas numeradas de 1 a 10, de tal forma que:
• cada caixa com número par tenha, pelo menos, uma bola azul;
• cada caixa com número ímpar tenha, pelo menos, uma bola branca;
• cada caixa tenha, no máximo, duas bolas.

Nestas condições, de quantas maneiras diferentes podem ficar colocadas as bolas nas dez caixas?

(A) 1176 (B) 2520 (C) 28 016 (D) 30 550 ***(2020-1ª)***

40. Considere um cubo [*MNPQRSTU*]. Escolhem-se, ao acaso, três vértices distintos desse cubo. Qual é a probabilidade de o plano por eles definido conter uma das faces do cubo?

$(A)\frac{1}{7}$ $(B)\frac{3}{7}$ $(C)\frac{1}{8}$ $(D)\frac{3}{8}$ ***(2020-2ª)***

41. Seja *E* o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A\subset E\, e\, B\subset E\right)$. Sabe-se que $P(A)=0,3$; $P(B)=0,4$; $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=0,9$. Determine o valor da probabilidade condicionada $P\left(A|\left(A\cup B\right)\right)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2020-2ª)***

42. Considere todos os números naturais superiores a 9999 e inferiores a 22 000. Destes números, quantos se podem escrever com os algarismos 0, 1, 2 e 3 ?

(A) 192 **(B)** 236 **(C)** 384 **(D)** 512 ***(2020-2ª)***

43. Considere um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Lança-se esse dado quatro vezes e escrevem-se, da esquerda para a direita, os algarismos saídos, obtendo-se, assim, um número com quatro algarismos. Qual é a probabilidade de esse número ser par, menor do que 5000 e capicua (sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número)?

$(A)\frac{1}{36}$ $(B)\frac{5}{36}$ $(C)\frac{1}{108}$ $(D)\frac{5}{108}$ ***(2020 esp)***

44. Um hotel, que promove atividades ao ar livre, é procurado por turistas de várias nacionalidades.

a) Num certo dia, o hotel organizou uma descida do rio Zêzere e uma caminhada na serra da Estrela. Sabe-se que:

- 80% dos hóspedes participaram na caminhada na serra da Estrela;
- 50% dos hóspedes participaram na descida do rio Zêzere;
- 30% dos hóspedes que participaram na descida do rio Zêzere não participaram na caminhada na serra da Estrela.

Escolhe-se, ao acaso, um dos hóspedes do hotel. Determine a probabilidade de esse hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere. Apresente o resultado na forma de percentagem.

b) Três hóspedes suecos e quatro hóspedes dinamarqueses pretendem visitar os arredores do hotel. Para tal, o hotel disponibiliza quatro motos de dois lugares cada uma (uma preta, uma amarela, uma branca e uma verde). Sabe-se que apenas os hóspedes dinamarqueses podem conduzir. De quantas maneiras distintas se podem distribuir, deste modo, os sete hóspedes pelas quatro motos?

(A) 21 **(B)** 35 **(C)** 268 **(D)** 576 ***(2020 esp)***

45. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros. Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz. Qual é a probabilidade de ele ser português?

(A) 45% **(B)** 50% **(C)** 57,5% **(D)** 62,5% ***(2021-1ª)***

46. O corfebol é um desporto coletivo misto, com origem na Holanda. Um clube de corfebol de um certo país vai participar num torneio internacional. A comitiva vai deslocar-se por via terrestre, utilizando um automóvel de cinco lugares e uma carrinha de nove lugares. A comitiva é constituída por três dirigentes, um treinador, cinco jogadores do sexo masculino e cinco do sexo feminino.

Escreva uma expressão que dê o número de maneiras diferentes de distribuir os catorze elementos da comitiva pelos catorze lugares disponíveis, sabendo-se que os dois condutores são dois dos dirigentes e que, no automóvel, vão dois jogadores de cada sexo. ***(2021-1ª)***

47. Uma turma de 11.º ano é constituída por 30 alunos com idades de 15, 16 e 17 anos, dos quais 60% são raparigas. Sabe-se que um terço dos rapazes tem 17 anos e que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos. O André e a Beatriz, alunos da turma, são gémeos e têm 16 anos. Escolhem-se, ao acaso, cinco alunos da turma.

Determine a probabilidade de o grupo constituído por esses cinco alunos ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas. ***(2021-1ª)***

48. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.

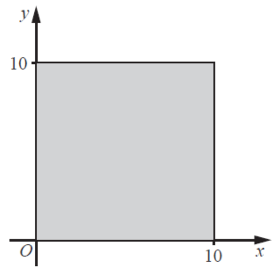
a) Com doze raquetes distintas, sendo seis de badmínton e seis de ténis, formam-se, ao acaso, dois conjuntos de seis raquetes cada um. Qual é o valor, arredondado às centésimas, da probabilidade de cada um dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis?

(A) 0,22 (B) 0,43 (C) 0,50 (D) 0,87

b) Relativamente a este clube, sabe-se que: cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades; 65% dos sócios são mulheres; $\frac{1}{7}$ dos homens pratica badmínton; $\frac{5}{6}$ dos praticantes de badmínton são mulheres. Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube. Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis. Apresente o resultado na forma de percentagem. ***(2021-2ª)***

49. Considere, num plano α, duas retas paralelas *r* e *s*. Assinalam-se, na reta *r*, cinco pontos distintos e, na reta *s*, um certo número *n* de pontos, igualmente distintos. Sabe-se que, com os pontos assinalados nas duas retas, é possível definir exatamente 175 triângulos. Determine o valor de *n*. ***(2021-2ª)***

50. Na Figura, está representada, a sombreado, num referencial o.n. *xOy*, a região do plano cartesiano definida pela condição $0 \le x \le 10 \wedge 0 \le y \le 10$. Considere todos os pontos que pertencem a essa região e cujas coordenadas são números inteiros. Escolhe-se, ao acaso, um desses pontos. Qual é o valor, arredondado às milésimas, da probabilidade de esse ponto pertencer à reta de equação y=x+7 ?



(A) 0,025 **(B)** 0,033 **(C)** 0,041 **(D)** 0,057 ***(2021-esp)***

51. A Fernanda tem cinco livros diferentes e sete canetas, também diferentes, para repartir pelos seus dois netos, o Armando e o Catarino. A Fernanda vai oferecer três livros e três canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro, ou quatro livros e duas canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro. Determine, nestas condições, de quantos modos diferentes pode a Fernanda repartir os doze objetos pelos seus dois netos. ***(2021-esp)***

52. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que:

$$P(A) \neq 0 \;;\; P(B) = \frac{3}{2}P(A) \;;\; P(B|A) = \frac{1}{2}$$

Mostre que $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) + 2P\left(A\right) = 1$ ***(2021-esp)***

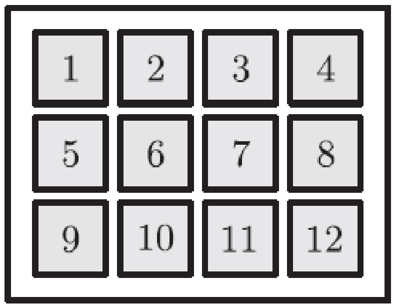
53. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega\right)$. Sabe-se que:

$$P\left(\overline{B}\right) = 0{,}6 \;;\; P\left(A \cup B\right) = 0{,}6 \;;\; A \cap B = \varnothing$$

Qual é o valor de $P\left(\overline{A}\right)$?

(A) 0,2 **(B)** 0,4 **(C)** 0,6 **(D)** 0,8 ***(2022-1ª)***

54. O Semáforo é um jogo matemático em que se usa um tabuleiro retangular de 3 × 4 casas e se dispõe de peças verdes, peças amarelas e peças encarnadas. As peças da mesma cor são iguais. Na Figura, está representado um tabuleiro do jogo Semáforo cujas casas foram numeradas de 1 a 12. Pretende-se colocar 2 peças no tabuleiro, uma peça por casa, de modo a obter uma configuração colorida. Para o efeito, dispõe-se de várias peças de cada cor. Considera-se uma configuração colorida o resultado da colocação de duas peças no tabuleiro. Duas configurações coloridas são diferentes se diferirem nas casas ocupadas pelas peças usadas ou na cor dessas peças. A expressão $3 \times {}^{12}C_2 + {}^{3}C_2 \times {}^{12}A_2$ permite determinar o número de configurações coloridas diferentes que é possível obter. Explique, no contexto descrito, cada parcela desta expressão. ***(2022-1ª)***



55. Dos alunos que participaram num torneio de jogos matemáticos, que incluiu os jogos Semáforo e Rastros, sabe-se que:

- metade dos alunos jogou Semáforo;
- um quarto dos alunos não jogou Rastros;
- um quinto dos alunos que não jogaram Rastros jogou Semáforo.

Determine a probabilidade de um aluno que participou no torneio, escolhido ao acaso, não ter jogado Semáforo e ter jogado Rastros. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2022-1ª)***

56. A soma de todos os elementos de uma dada linha do triângulo de Pascal é igual a 16 384. Qual é o valor do quarto elemento da linha seguinte?

(A) 286 **(B)** 455 **(C)** 715 **(D)** 1365 ***(2022-2ª)***

57. Dos passageiros de um voo de avião do Porto para Faro sabe-se que, antes do embarque:

- 70% nunca tinham viajado de avião;
- $\frac{2}{5}$ já tinham estado em Faro;
- metade dos que já tinham estado em Faro já tinha viajado de avião.

Admita que a ordem de saída dos passageiros deste voo é aleatória. O primeiro passageiro a sair do avião nunca tinha estado em Faro. Qual é a probabilidade de esta ter sido a primeira viagem de avião desse passageiro? Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2022-2ª)***

58. Um saco contém 12 cartões com a forma de retângulos geometricamente iguais: 3 azuis, 2 brancos, 3 pretos e 4 vermelhos. Os 12 cartões vão ser retirados, sucessivamente e ao acaso, do saco e dispostos sobre uma mesa, alinhados pela ordem em que são retirados. Determine a probabilidade de os cartões azuis ficarem todos juntos. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2022-2ª)***

59. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos de 0 a 5 Destes números, quantos têm o algarismo das unidades igual a 5 ?

(A) 625 **(B)** 256 **(C)** 128 **(D)** 96 ***(2022-esp)***

60. Uma empresa tem 60 funcionários. Todos trabalham cinco dias por semana, mas fazem-no em regimes diferentes, como a seguir se descreve:

- 40% trabalham todos os dias em regime presencial;
- 25% trabalham todos os dias à distância;
- os restantes trabalham dois dias em regime presencial e três dias à distância.

Selecionam-se, ao acaso, quatro funcionários dessa empresa. A expressão $\frac{{}^{60}C_4 - {}^{45}C_4}{{}^{60}C_4}$ permite determinar a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, dois dias por semana. Explique esta expressão no contexto descrito. Na sua resposta:

– enuncie a regra de Laplace;
– explique o número de casos possíveis;
– explique o número de casos favoráveis. ***(2022 esp)***

61. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos independentes $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$, com $P(A) \neq 0$.

Mostre que $P(B) + P(A) \times (1 - P(B|A)) = P(A) + P(B) \times P(\overline{A})$ ***(2022 esp)***

62. Um grupo de jovens inscreveu-se num campo de férias que oferece as modalidades de *surf* e de *skate*.

a) Dez dos jovens do grupo vão deslocar-se em fila, pela praia, para uma aula de *surf*. A Ana, o Diogo e o Francisco são três desses jovens. De quantas formas diferentes se podem dispor os jovens na fila, ficando a Ana, o Diogo e o Francisco juntos?

(A) 483 840 **(B)** 241 920 **(C)** 60 480 **(D)** 30 240

b) No ato da inscrição, todos os jovens do grupo responderam a um questionário sobre a prática das modalidades de *surf* e de *skate*. De acordo com as respostas ao questionário:

- 65% praticavam *surf*;
- 20% praticavam *skate* e não praticavam *surf*;
- quatro em cada cinco dos que praticavam *surf* também praticavam *skate*.

Selecionou-se, ao acaso, um jovem que, no questionário, tinha respondido que não praticava *skate*. Determine a probabilidade de esse jovem, no questionário, também ter respondido que praticava *surf*. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

c) Considere que, no grupo, há 70 jovens com 13 ou 14 anos de idade, sendo o número de jovens com 14 anos maior do que o número de jovens com 13 anos. Para realizar uma determinada tarefa, vão ser selecionados, aleatoriamente, dois desses jovens. Sabe-se que a probabilidade de selecionar dois desses jovens com idades distintas é $\frac{16}{35}$. Determine o número de jovens com 13 anos que há no grupo. ***(2023 1ª)***

63. Considere todos os números naturais de seis algarismos que é possível formar com os algarismos de 1 a 9 . Destes números, quantos têm exatamente dois cincos?

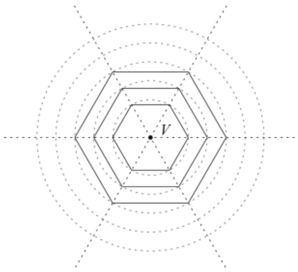
(A) 98 415 **(B)** 61 440 **(C)** 36 015 **(D)** 25 200 ***(2023 2ª)***

64. Seja E , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset E \text{ e } B \subset E)$. Sabe-se que:

A e *B* são acontecimentos equiprováveis ; $P(\overline{A}) = 0,6$ e $P(A \cup \overline{B}) = 0,7$

Determine o valor de $P((A \cup \overline{B}) | B)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2023 2ª)***

65. Uma certa composição geométrica é formada por *n* hexágonos regulares inscritos em circunferências concêntricas, contidas num mesmo plano, de centro no ponto V , sendo n>3 . A figura é um esquema de parte dessa composição, e nela estão representados três dos *n* hexágonos que formam a composição. Considere o conjunto de pontos formado pelo ponto V e pelos vértices de todos os hexágonos da composição. Sabe-se que, selecionando, ao acaso, dois pontos desse conjunto, a probabilidade de estes serem vértices do mesmo hexágono é igual a $\frac{5}{49}$.



Determine o valor de *n*. ***(2023 2ª)***

66. Seja X o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória, e sejam *A* e *B* dois acontecimentos . Sabe-se que $P(A\cup B)=0,8$ e $P(A\cap \overline{B})=0,5$. Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 0,2 (B) 0,3 (C) 0,5 (D) 0,6 ***(2023 EE)***

67. O Rui tem nove bombons com recheio de frutos secos: quatro de amêndoa, dois de avelã e três de noz.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

a) Numa caixa com nove compartimentos, numerados de 1 a 9 , o Rui vai colocar, aleatoriamente, os nove bombons, um bombom em cada compartimento. Os nove compartimentos estão dispostos em três linhas por três colunas, como se ilustra na figura. Determine a probabilidade de uma das três linhas ficar preenchida com três bombons de amêndoa. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Aos nove bombons com recheio de frutos secos, juntam-se vinte e dois bombons com recheio de caramelo. Selecionam-se, sucessivamente, ao acaso e sem reposição, três bombons.

Considere os acontecimentos:

A: «o primeiro bombom tem recheio de frutos secos»;

B: «o segundo bombom tem recheio de frutos secos»;

C: «o terceiro bombom tem recheio de caramelo».

Justifique, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, que o valor da probabilidade $P\left(C\,|\left(A\cap \overline{B}\right)\right)$ é $\frac{21}{29}$.

Na sua resposta, tendo em conta o contexto descrito:

- interprete o significado de $P\left(C\,|\left(A\cap \overline{B}\right)\right)$;
- explique o valor do numerador e o valor do denominador da fração apresentada. ***(2023 EE)***

68. Uma orquestra está a realizar audições para novos instrumentistas.

a) No primeiro dia das audições, participaram apenas candidatos a flautistas e a violinistas. Sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos candidatos eram violinistas;
- o número de candidatos estrangeiros era igual ao número de candidatos portugueses;
- $\frac{3}{10}$ dos candidatos estrangeiros eram flautistas.

Seleciona-se, ao acaso, um dos candidatos que participaram no primeiro dia das audições. Determine a probabilidade de esse candidato ser português, sabendo-se que é violinista. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b)Enquanto aguardam as audições, quatro violinistas, um violoncelista e três contrabaixistas vão sentar-se nas duas primeiras filas de uma plateia, tendo cada fila quatro lugares numerados de 1 a 4. Qual das expressões seguintes representa o número de maneiras diferentes de dispor os oito músicos, ficando os três contrabaixistas numa fila?

$(A)\ {}^4C_3\times 3!\times 5!$ $(B)\ 2\times {}^4A_3\times 5!$ $(C)\ 2\times {}^4C_3\times 5!$ $(D)\ {}^4A_3\times 3\times 5!$ ***(2024 1ª)***

69. Considere um dado cúbico equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6.

a) Lança-se esse dado três vezes e regista-se o número da face que ficou voltada para cima em cada lançamento. Qual é a probabilidade de, em exatamente dois desses lançamentos, se obter um múltiplo de 3?

$(A)\frac{1}{27}$ $(B)\frac{2}{27}$ $(C)\frac{1}{9}$ $(D)\frac{2}{9}$

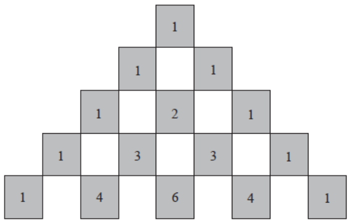
b) Considere todos os números naturais com seis algarismos diferentes que é possível formar usando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 , inscritos nas faces do dado. Determine quantos desses números são pares, inferiores a trezentos mil, e com os algarismos 2 e 4 um ao lado do outro. Um número nestas condições é, por exemplo, 142 356. ***(2024 2ª)***

70. Seja *E*, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam *A* e *B* dois acontecimentos $\left(A \subset E \text{ e } B \subset E\right)$. Sabe-se que:

- $0 < P(A) < 1 \text{ e } 0 < P(B) < 1$
- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 9P\left(A \cap B\right)$
- $P\left(\overline{A}\right) = 3P\left(B\right)$

Determine o valor de $P\left(A \mid B\right)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível. ***(2024 2ª)***

71. Usando cartões numerados, construiu-se uma figura, com forma triangular, constituída pelas *n* primeiras linhas do triângulo de Pascal. Na figura, estão representadas as cinco primeiras linhas dessa construção.



Uma das linhas dessa construção contém, exatamente, 19 cartões. Qual é o número inscrito no quarto cartão dessa linha?

(A) 816 **(B)** 969 **(C)** 3060 **(D)** 3876 ***(2024 esp)***

72. Um saco contém apenas bolas amarelas e bolas verdes, todas indistinguíveis ao tato.

a) Retiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Sejam *A* e *B* os acontecimentos:

A: «A primeira bola retirada é amarela» *B*: «A segunda bola retirada é amarela»

Sabendo que $P\left(A \cap B\right) = \frac{2}{3}P(A)$, justifique que, inicialmente, existia um número ímpar de bolas amarelas no saco.

b) Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora duzentas bolas indistinguíveis ao tato. Sabe-se que 49% das bolas são verdes.

Extraem-se, ao acaso, quatro bolas do saco. Determine a probabilidade de o conjunto formado por essas quatro bolas conter, pelo menos, três bolas verdes. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.***(2024 esp)***

Soluções:(1)C(2)C(3.a) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{2}$ (6)0,0002(7)D(8)B(9) $\frac{1}{243}$ (10)C(11)280(12)A(13)C(14.a) $\frac{1}{2}$ (14.b)9123840(15)A(16)B (17) $\frac{3}{7}$ (18) $\frac{n-3}{n}$ (19)B(20.a)0,54(20.b)0,001(21)C(22)5B e 2P(23a)D(23b)40%(24)0,03(25) $P(B \cap F) = \frac{1}{20} \neq 0$ (26a)D(26b)0,003(27)B(28)D(29)0,03(31a)48(31b)B(32)35(33) $\frac{3}{7}$ (34a)0,38(34b)D(35a)B(35b)17280(36) $\frac{3}{10}$ (37)C (38)D(39b)B(40)B(41) $\frac{1}{2}$ (42)C(43)C(44a)45%(44b)D(45)D(46)580608000(47)0,01(48a)B(48b)40%(49)7(50)B(51)910 (53)0,8(55) $\frac{3}{10}$ (56)455(57) $\frac{5}{6}$ (58) $\frac{1}{22}$ (59)96(62a)B(62b) $\frac{13}{28}$ (62c)24(63)B(64) $\frac{1}{4}$ (65)8(66)B(67a) $\frac{1}{7}$ (68a) $\frac{5}{12}$ (68b)C (69a)D(69b)30(70) $\frac{1}{4}$ (71)A(72b)0,3

jose.santos@aemrt.pt

joseladeira@gmail.com