Ficha de trabalho n.º 5 - Probabilidades - Proposta resolução

(1) $4!$ $2!$ $\quad 2! \times 4! = 48$ (C)

(2) $P(A) = 0{,}4$

$P(\overline{B}) = 0{,}7 \Leftrightarrow P(B) = 0{,}3$

$P(A \cup B) = 0{,}5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}5 = 0{,}4 + 0{,}3 - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0{,}2$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) =$

$= P(\overline{A \cap B}) =$

$= 1 - P(A \cap B) =$

$= 1 - 0{,}2 = 0{,}8$ (C)

(3)

a)

	H	M	
C	0,35	0,05	0,4
$\overline{C}$	0,3×0,5 = 0,15	0,45	0,6
	0,5	0,5	1

$$P(M|C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}05}{0{,}4} = \frac{1}{8}$$

b) O número de casos possíveis é ${}^{80}C_3$ pois representa o número de maneiras de escolher 3 funcionários, de entre os 80 da empresa.
Pretende-se que dos funcionários escolhidos, haver no máximo 2 a residir em Coimbra. Ora, o contrário será escolher 3 funcionários a residir em Coimbra. Assim, o n.º de casos favoráveis é igual à diferença entre o n.º de maneiras de escolher 3 dos 80 funcionários da empresa (${}^{80}C_3$) e o n.º de maneiras de escolher 3 dos 32 (40% de 80) funcionários da empresa que residem em Coimbra.
De acordo com a regra de Laplace (quando os casos possíveis são equiprováveis a probabilidade de um acontecimento é igual ao quociente entre o n.º de casos favoráveis e o n.º de casos possíveis), a probabilidade pedida será $\dfrac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$

(4) {1P 2P 3P 4P 5P 6B 7B 8B 9B}

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(5) Por um lado,

$P(A \cup \overline{B}) - 1 + P(B) =$

$= P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) - 1 + P(B) =$

$= P(A) + \cancel{1} - \cancel{P(B)} - P(A \cap \overline{B}) - \cancel{1} + \cancel{P(B)} =$

$= P(A) - P(A \cap \overline{B}) =$

$= P(A \cap B)$

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$

Por outro lado,

$P(A) \times P(B|A) =$

$= \cancel{P(A)} \times \dfrac{P(B \cap A)}{\cancel{P(A)}} =$

$= P(A \cap B)$

Assim, fica demonstrado o pretendido.

(6) $$P = \frac{{}^4C_2 \times {}^5C_2 \times 5!}{{}^7A'_9} \simeq 0{,}0002$$

(7) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}7 = P(A) + 0{,}4 - 0{,}2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A) = 0{,}5$

$P(B|A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$ (D)

(8) $3! \times 7 \times 6! = 30240$ (B)

(9) 1, 1, 2 ou 1, 2, 1 ou 2, 1, 1

$P = \left(\frac{1}{9}\right)^3 \times 3 = \frac{1}{243}$

(10) $P(A|B) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(A\cap B) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{20}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20} = \frac{13}{20}$ (C)

(11) $\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{} \ \boxed{1}$ $\times 1$

2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 4
para 8 lugares

$^8C_4 \times {^4C_3} \times {^1C_1} \times 1 = 280$

2's 1's 4 1

(12) $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 0,6 \Leftrightarrow P(\overline{A\cup B}) = 0,6 \Leftrightarrow 1 - P(A\cup B) = 0,6 \Leftrightarrow P(A\cup B) = 0,4$

$P(A\cup B) = 0,4 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0,4 \Leftrightarrow 0,2 + 0,3 - P(A\cap B) = 0,4 \Leftrightarrow P(A\cap B) = 0,1$

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$ (A)

(13) $\underline{\ \ }\ \underline{\ \ }\ \underline{\ \ }\ \underline{\ \ }\ \underline{\ \ }$

0,4 0,4 0,4 0,4 0,6

$^5C_4\ 0,4^4 \times 0,6 = 0,0768$ (C)

(14.a) P(B|A) representa a probabilidade de o produto dos números das fichas retiradas ser ímpar sabendo que a sua soma é 10.

Casos possíveis: (1,9); (2,8); (3,7); (4,6)

Casos favoráveis: (1,9) e (3,7)

Pela regra de Laplace, $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(14.b) $4! \times 4 \times {^{12}A_5} = 9\,123\,840$

4 pares para 1 fila — 4 filas — 5 ímpares para 12 lugares restantes

(15) $\boxed{5}$

$9 \times 9 \times 9 \times 1 = 729$ (A)

(16) n homens

	V	$\overline{V}$	
H	$\frac{n}{4} = 2$		n
M			
			20

$\frac{1}{10} \times 20 = 2$

$\frac{n}{4} = 2 \Leftrightarrow n = 8$ (B)

(17) $\dfrac{{}^4C_3 \times 6}{{}^8C_3} = \dfrac{3}{7}$

(18) $P(\bar{A} \cup B)$ é a probabilidade de o n.º da bola retirada ser maior do que 6 ou ser par.

[1 (2) 3 (4) 5 (6) + (n-6) bolas] n bolas

$P = \dfrac{n-6+3}{n} = \dfrac{n-3}{n}$

(19)

— —) —) —) —)

$2! \times 4 \times 3! = 48$ (B) 1, (2) 3, (4) 5

(20.a)

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,82 \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0,82 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,18$

$P(B \mid A) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{0,18}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow P(A) = \dfrac{0,18}{\frac{1}{3}} = 0,54$

(20.b)

[(23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30)]

retirar 2 : ${}^8C_2$ $\quad P = \dfrac{{}^8C_2}{{}^{30}C_4} \simeq 0,001$

(21)

$\boxed{4}$ $\boxed{3}$ $\boxed{2}$

$3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 72$ (C)

(22.)

[5B 7B] C_1 (12 bolas) $\xrightarrow{1B \text{ e } 1P}$ [nB (7-n)P] C_2 (7 bolas)

$P(B \mid \bar{A})$ significa a probabilidade de retirar uma bola branca da caixa C2, sabendo que as 2 bolas retiradas da caixa C1 têm cores diferentes

Nova constituição de C_2

[(n+1)B (7-n+1)P] (9 bolas)

$P(B \mid \bar{A}) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \dfrac{n+1}{9} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow n = 5$

Assim, inicialmente, na caixa C1 existiam 5 brancas e 2 pretas

(23.a) $\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_}\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}$

$4! \times 8! \times 2 = 1.935.360$ (D)

(23.b) $P(E) = P(I)$

$P(E \cup I) = 4P(E \cap I) \Leftrightarrow P(E) + \underbrace{P(I)}_{P(E)} - P(E \cap I) = 4P(E \cap I)$

$\Leftrightarrow 2P(E) = 5P(E \cap I) \Leftrightarrow \frac{2}{5}P(E) = P(E \cap I)$

Pretende-se $P(I|E)$

$P(I|E) = \frac{P(I \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{5}\cancel{P(E)}}{\cancel{P(E)}} = \frac{2}{5} = 0,4\ (40\%)$

(24) $P = \frac{6}{{}^6C_2 \times {}^6C_2} \approx 0,03$

(25)

	F	$\bar{F}$	
B	$\frac{1}{5} - \frac{3}{20} = \frac{1}{20}$	$\frac{3}{5} - \frac{9}{20} = \frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$
$\bar{B}$		$\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$	$\frac{4}{5}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

$P(B \cap F) = \frac{1}{20}$

Como $P(B \cap F) \neq 0$, existe pelo menos 1 atleta que pratica as 2 modalidades

(26.a) $\overline{5} \times \overline{9} \times \overline{8} \times \overline{7} = 2520$ (D)

(26.b) C.P $= \overline{14} \times \overline{14} \times \overline{14} \times \overline{14} = 14^4$

C.F $= \underset{5}{I} \times \underset{4}{I} \times \underset{3}{I} \times \underset{2}{I}$

$P = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{14^4} \approx 0,003$

Nota: para que o produto seja ímpar, não pode haver qualquer par

(27) $P(A \cup B) = 0,64 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,64 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A) + P(A) - P(A) \times P(B) = 0,64 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A) + P(A) - P(A) \times P(A) = 0,64$

Seja $P(A) = x$. Então $x + x - x^2 = 0,64$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 0,64 = 0 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \underbrace{x = 1,6}_{\text{imp.}} \vee x = 0,4$

Logo $P(A) = 0,4$ (B)

(28) $^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = 16$ (D)

(29) $\underbrace{1 \quad 34 \text{ -------- } \underbrace{34 \quad 1}_{35}}_{35 \text{ elementos}}$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{17} \ast \underbrace{\qquad\qquad}_{17}$

$P = \frac{17}{^{35}C_2} \approx 0{,}03$

(30) $P(A \cup B) \leq 1 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow 0{,}6 + 0{,}7 - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow P(A \cap B) \geq 0{,}3 \Leftrightarrow P(B \cap A) \geq 0{,}3 \Leftrightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \geq \frac{0{,}3}{P(A)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B \mid A) \geq \frac{0{,}3}{0{,}6} \Leftrightarrow P(B \mid A) \geq \frac{1}{2}$ c.q.d.

(31.a) Total = n bolas

	A	$\bar{A}$	
L	3		
$\bar{L}$	7		
	10		n

$P(\bar{L} \cup \bar{A}) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow P(L \cap A) = \frac{1}{16}$

logo $\frac{3}{n} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow n = 48$

ou

$P(A) = \frac{10}{n}$

$P(L \mid A) = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \frac{P(L \cap A)}{P(A)} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{16}}{P(A)} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow P(A) = \frac{10}{48} \Leftrightarrow \frac{10}{n} = \frac{10}{48} \Leftrightarrow n = 48$

$P(\bar{A} \cup \bar{L}) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow P(A \cap L) = \frac{1}{16}$

$n = ?$

(31.b) L L L —)—)—)—)—)—)—)

$\frac{3! \times 7! \times 8}{10!}$ ou $\frac{8}{^{10}C_3 \times {}^7C_7}$ (B)

(32)

$\boxed{6}\ \underbrace{\overset{5,6,6,6,7}{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}}_{^5C_3 \times {}^2C_1 \times {}^1C_1 = 20}\ \boxed{5}$

$\boxed{6}\ \underbrace{\overset{5,5,6,6,6}{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}}_{^5C_2 \times {}^3C_3 = 10}\ \boxed{7}$

$\boxed{7}\ \underbrace{\overset{5,6,6,6,6}{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}}_{^5C_4 \times {}^1C_1 = 5}\ \boxed{5}$

Total = 20 + 10 + 5 = 35

(33) Para que a cota de $\overline{XY}$ seja zero é necessário que X e Y pertençam ambos ao plano ABH ou ambos ao plano DEF

$$\left.\begin{array}{l} \#P = {}^{8}C_2 \\ \#F = {}^{4}C_2 + {}^{4}C_2 \end{array}\right\} \quad P = \frac{{}^{4}C_2 + {}^{4}C_2}{{}^{8}C_2} = \frac{3}{7}$$

(34.a)

	10.º	$\overline{10.º}$	
H	$\frac{3}{5}x = \frac{1}{7}$		$\frac{11}{21}$
$\overline{H}$	$\frac{5}{21} - \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$	$\frac{10}{21} - \frac{2}{21} = \frac{8}{21}$	$\frac{10}{21}$
	$x\ \left(\frac{5}{21}\right)$		1

$\frac{3}{5}x = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = \frac{5}{21}$

$P(\overline{H} \cap \overline{10.º}) = \frac{8}{21} \approx 0,38$

ou

$P(H \mid 10.º) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{P(H \cap 10.º)}{P(10.º)} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow P(10.º) = \frac{5}{21}$

$P(H) = \frac{11}{21}$

$P(H \cap 10.º) = \frac{1}{7}$

$P(\overline{H} \cap \overline{10.º}) = ?$

$= 1 - P(H \cup 10.º) = 1 - P(H) - P(10.º) + P(H \cap 10.º)$

$= 1 - \frac{11}{21} - \frac{5}{21} + \frac{1}{7} = \frac{8}{21} \approx 0,38$

(34.b)

26

15M 11H

1D 10H

Comissões mistas:

1M 1D 1H ou 2M 1D

${}^{15}C_1 \times {}^{1}C_1 \times {}^{10}C_1 + {}^{15}C_2 \times {}^{1}C_1 = 255$ (D)

(35) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

a) $\#P = {}^{9}C_4$

$\#F = {}^{4}C_2$ porque se 3 é o menor e 8 o maior, sobre 4, 5, 6, 7. Destes temos de escolher 2.

$P = \frac{{}^{4}C_2}{{}^{9}C_4} = \frac{1}{21}$ (B)

(35.b) 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$\underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{6!} = 17280$

(36)

	H	$\overline{H}$	
Q	$\frac{2x}{3} = \frac{1-2x}{2}$	$\frac{x}{3}$	x
$\overline{Q}$	$\frac{1-2x}{2}$		
	$1-2x$	$2x$	1

$\frac{2x}{3} = \frac{1-2x}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = \frac{3}{10}$

(37) $P(A) = P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{8}{9} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow P(A) \times P(B) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow P(A) \times P(A) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow$

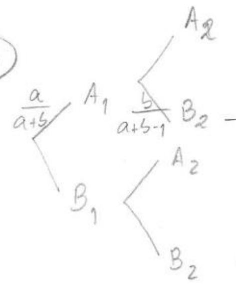
$P(A) = ?$ $\Leftrightarrow (P(A))^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{3}$ (C)

(38) $\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4}_{\text{c.p.}}$

$\underbrace{\underbrace{{}^4C_2}_{2\ 5's} \times 4 \times 4}_{\text{c.f.}}$

$P = \frac{{}^4C_2 \times 4 \times 4}{5^4} \approx 0{,}1536$ (D)

(39.a)



$\rightarrow P(A_1 \cap B_2) = \frac{a}{a+b} \times \frac{b}{a+b-1} = P(A \cap B)$

$P(A_1) = \frac{a}{a+b} = P(A)$

Assim, $P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times P(A) \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} \times \frac{b}{a+b-1} = \frac{1}{3} \times \frac{a}{a+b} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{b}{a+b-1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a+b-1 = 3b \Leftrightarrow a = \underbrace{\underbrace{2b}_{\text{par}}+1}_{\text{ímpar}}$

Logo, inicialmente, existia um nº ímpar de bolas azuis

(39.b) 8 A e 7 B para 10 caixas numeradas (5 ímpares e 5 pares)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	B	A	B	A	B	A	B	A

Falta colocar 3 A e 2 B

${}^{10}C_3 \times {}^7C_2 = 2520$ (B)

(40) $P = \frac{{}^4C_3 \times 6}{{}^8C_3} = \frac{3}{7}$ (B)

(41) $P(A \mid (A \cup B)) =$

$= \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} =$

$= \frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$= \frac{0,3}{0,3 + 0,4 - 0,1} = \frac{1}{2}$

Como $A \subset A \cup B$, então $A \cap (A \cup B) = A$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9 \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0,9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) = 0,9 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,1$

(42) $\boxed{1}\ \underset{1}{\ } \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} = 4^4$ ou $\boxed{2}\ \underset{1}{\ } \times \underset{2}{\overset{0,1}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} \times \underset{4}{\overset{0,1,2,3}{\ }} = 2 \times 4^3$

Total $= 4^4 + 2 \times 4^3 = 384$ (C)

(43)

C.P. $= \underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} = 6^4$ $\quad P = \frac{12}{6^4} = \frac{1}{108}$ (C)

C.F. $= \underline{1} \times \underline{1} \times \underline{6} \times \underset{2}{\overset{4,\ 2}{\ }} = 12$

(44) a) C: "participar na caminhada"

Z: "descer o rio Zêzere"

	Z	$\bar{Z}$	
C		$0,50 - 0,05 = 0,45$	$0,80$
$\bar{C}$	$0,30 \times 0,50 = 0,15$	$0,20 - 0,15 = 0,05$	$1 - 0,80 = 0,20$
	$0,50$	$1 - 0,50 = 0,50$	1

$P(C) = 0,80$

$P(Z) = 0,50$

$P(\bar{C} \mid Z) = 0,30$

$P(C \cap \bar{Z}) = 0,45$

b) 3 Suecos

4 Dinamarqueses

$4! \times {}^4A_3 = 576$ (D)

4 dinamarqueses para 4 lugares

4 lugares para distribuir 3 suecos

(45) E: "o estudante ser estrangeiro"
H: "o estudante ser homem"

	H	$\bar{H}$	
E	0,15		
$\bar{E}$	0,40-0,15= =0,25		
	1-0,60= =0,40	0,60	1

$$P(\bar{E} \mid H) = \frac{P(\bar{E} \cap H)}{P(H)} = \frac{0,25}{0,40} = 0,625 \text{ (D)}$$

(46) Automóvel — — — — — Carrinha — — — — — — — — — 3D, 1T, 5H, 5M

$$\underset{\text{condutores}}{{}^{3}A_2} \times \underbrace{{}^{3}C_2 \times {}^{4}A_2}_{\text{escolher e sentar 2 homens}} \times \underbrace{{}^{5}C_2 \times {}^{2}A_2}_{\text{2 mulheres}} \times \underbrace{8!}_{\text{restantes}} = 580.608.000$$

ou

$$\underset{\text{condutores}}{{}^{3}A_2} \times \underset{\text{escolher 2 homens}}{{}^{5}C_2} \times \underset{\text{escolher 2 mulheres}}{{}^{5}C_2} \times \underset{\text{sentar 2H e 2M}}{4!} \times \underset{\text{restantes}}{8!} = 580.608.000$$

(47) H: "ser homem"
17: "ter 17 anos"

	17	$\overline{17}$	
H	$\frac{1}{3} \times 12 = 4$	12-4=8 (7+A)	30-18= =12
$\bar{H}$	18-6= =12	$\frac{1}{3} \times 18 = 6$ (5+B)	0,6x30= =18
	16	12+A+B	30

$$P = \frac{{}^{1}C_1 \times {}^{1}C_1 \times {}^{16}C_2 \times {}^{12}C_1}{{}^{30}C_5} \approx 0,01$$

(48) a) 6B e 6T

$$P = \frac{{}^{6}C_3 \times {}^{6}C_3}{{}^{12}C_6} \approx 0,43 \text{ (B)}$$

b) B: "praticar badminton"
H: "ser homem"

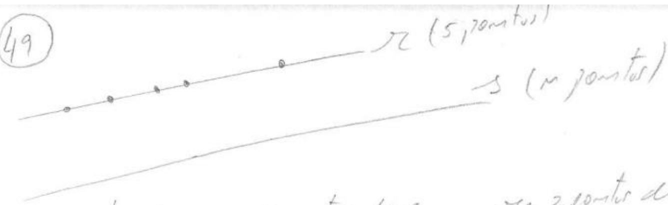
	H	$\bar{H}$	
B	$\frac{1}{7} \times 0,35 =$ $= 0,05$	$\frac{5}{6}x$	x 0,3
$\bar{B}$	0,35-0,05= =0,3	0,7-0,3= =0,4	1-0,3= =0,7
	1-0,65= =0,35	0,65	1

$P(\bar{H}) = 0,65$
$P(B \mid H) = \frac{1}{7}$
$P(\bar{H} \mid B) = \frac{5}{6}$

$P(B) = x$
$0,05 + \frac{5}{6}x = x$
$\Leftrightarrow 0,3 + 5x = 6x$
$\Leftrightarrow x = 0,3$

$P(\bar{H} \cap \bar{B}) = 0,4$ (40%)

(49)



1 ponto de r e 2 pontos de s ou 2 pontos de r e 1 ponto de s

$$^5C_1 \times {}^nC_2 + {}^5C_2 \times {}^nC_1 = 175$$

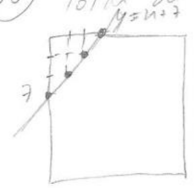
$$\Leftrightarrow 5 \times \frac{n!}{2!(n-2)!} + 10 \times n = 175 \Leftrightarrow \frac{5 \times n \times (n-1)\cancel{(n-2)!}}{2\cancel{(n-2)!}} + 10n = 175$$

$$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{5n^2 - 5n}{2}} + \underset{(2)}{10n} = \underset{(2)}{175} \Leftrightarrow 5n^2 - 5n + 20n = 350 \Leftrightarrow 5n^2 + 15n - 350 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 5 \times (-350)}}{2 \times 5} \Leftrightarrow n = 7 \vee \underbrace{n = -10}_{\text{cond. imp.}}$$

Assim, $n = 7$

(50) Total de pontos $= 11 \times 11 = 121$



$\#P = 121$

$\#F = 4$

$P = \frac{4}{121} \approx 0{,}033$ (B)

(51) 5 L e 7 C

$$\underbrace{^5C_3 \times {}^7C_3 \times 2}_{\text{3 livros e 3 cadernos no 1.º molho}} + \underbrace{^5C_4 \times {}^7C_2 \times 2}_{\text{4 livros e 2 cadernos no 1.º molho}} = 910$$

ou

(52) $P(B|A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}P(A)$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) + 2P(A) =$

$= P(\overline{A \cup B}) + 2P(A) =$

$= 1 - P(A \cup B) + 2P(A) =$

$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) + 2P(A) =$

$= 1 - P(A) - \frac{3}{2}P(A) + \frac{1}{2}P(A) + 2P(A) =$

$= 1 - \cancel{P(A)} - \cancel{P(A)} + 2\cancel{P(A)} =$

$= 1$ c.q.d.

ou

Seja $P(A) = x$

	B	$\overline{B}$	
A	$\frac{1}{2}x$	$x - \frac{1}{2}$	x
$\overline{A}$	$\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x = x$	$1 - x - x = 1 - 2x$	$1 - x$
	$\frac{3}{2}x$	$1 - \frac{3}{2}x$	1

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) + 2P(A) =$

$= 1 - \cancel{2x} + \cancel{2x}$

$= 1$

53) $P(\overline{B}) = 0,6 \Rightarrow P(B) = 0,4$

$P(A \cup B) = 0,6 \Rightarrow P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,4$

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6$

$\Leftrightarrow P(A) + 0,4 + 0 = 0,6$

$\Leftrightarrow P(A) = 0,2$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$

ou

	B	$\overline{B}$	
A	0	$0,6-0,4 = 0,2$	$0,2$
$\overline{A}$	$0,4$	$0,4$	$0,8$
	$1-0,6 = 0,4$	$0,6$	1

$P(\overline{A}) = 0,8$

54) Tópicos de resposta...
Pode-se colocar 2 peças da mesma cor (*) ou 2 peças de cor ≠ (**)

(*) $3 \times {}^{12}C_2$ é o n.º de maneiras de escolher uma das 3 cores e, para cada cor escolhida, colocar 2 peças dessa cor em 2 casas do tabuleiro

(**) ${}^{3}C_2 \times {}^{12}A_2$ é o n.º de maneiras de escolher 2 das 3 cores e, para cada par de cores escolhidas, colocar 2 peças, uma de cada cor desse par, em 2 casas do tabuleiro

55) S: "jogar semáforo"
R: "jogar restros"

	R	$\overline{R}$	
S		$\frac{1}{5} \times 0,25 = 0,05$	$0,5$
$\overline{S}$	$0,5-0,20 = 0,3$	$0,25-0,05 = 0,20$	$1-0,5 = 0,5$
	$1-0,25 = 0,75$	$0,25$	1

$P(S) = 0,5$

$P(\overline{R}) = \frac{1}{4} = 0,25$

$P(S \mid \overline{R}) = \frac{1}{5}$

$P(\overline{S} \cap R) = 0,3 = \frac{3}{10}$

56) $2^n = 16384$

$\Leftrightarrow n = \log_2 16384 = 14$

R: ${}^{15}C_3 = 455$

57) A: "já ter viajado de avião"
F: "já ter estado em Faro"

	F	$\overline{F}$	
A	$\frac{0,4}{2} = 0,2$	$0,3-0,2 = 0,1$	$1-0,7 = 0,3$
$\overline{A}$	$0,4-0,2 = 0,2$	$0,7-0,2 = 0,5$	$0,7$
	$0,4$	$1-0,4 = 0,6$	1

$P(\overline{A}) = 0,7$

$P(F) = \frac{2}{5} = 0,4$

$P(A \mid F) = \frac{1}{2}$

$P(\overline{A} \mid \overline{F}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{0,5}{0,6} = \frac{5}{6}$

(58) 3A, 2B, 3P, 4V

$$\frac{3!\,9!\times 10}{12!}=\frac{1}{22} \qquad \frac{3}{12}\times\frac{2}{11}\times\frac{1}{10}\times 10=\frac{1}{22} \qquad \frac{10\times {}^{9}C_2\times {}^{7}C_3\times {}^{4}C_4}{{}^{12}C_3\times {}^{9}C_2\times {}^{7}C_3\times {}^{4}C_4}=\frac{1}{22}$$

1.ª forma — 2.ª forma — 3.ª forma

---

(59)

④
③
②
① _ _ _ ⑤

$4\times 4\times 3\times 2\times 1=96$

(60) Tópicos...

60:
- $0{,}4\times 60=24$ presencial
- $0{,}25\times 60=15$ distância
- $60-24-15=21$ misto (2 dias presencial e 3 à distância)

N.º de func. que trabalham em regime presencial, pelo menos, 2 dias por semana $=24+21=45$

- Regra de Laplace: quando os casos possíveis são equiprováveis, a prob. de um acontec. é igual ao quociente entre o n.º de casos favoráveis e o n.º de casos possíveis
- Casos Possíveis: ${}^{60}C_4$ n.º de conjuntos de 4 funcionários que é possível formar
- Casos Favoráveis: selecionar, ao acaso, no máximo, 3 funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, 2 dias por semana é o contrário de selecionar, ao acaso, 4 funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, 2 dias por semana; assim, o n.º de casos favoráveis é igual à diferença entre o n.º de casos possíveis (${}^{60}C_4$) e o n.º de conjuntos de 4 funcionários que é possível formar, selecionados de entre os 45 que trabalham em regime presencial, pelo menos, 2 dias por semana.

1

(61) A e B independentes, logo $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$P(B) + P(A) \times (1 - P(B|A)) =$$
$$= P(B) + P(A) - \cancel{P(A)} \times \frac{P(B \cap A)}{\cancel{P(A)}} =$$
$$= P(B) + P(A) - P(A \cap B)$$
$$= P(B) + P(A) - P(A) \times P(B) =$$
$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) =$$
$$= P(A) + P(B)(1 - P(A)) =$$
$$= P(A) + P(B) \times P(\overline{A}) \quad \text{c.q.d.}$$

(62) a) $\underbrace{\_\,\_\,\_}_{}$ $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{}$

$3! \times 7! \times 8 = 241920$ (B)

b) A: "praticar surf"
B: "praticar skate"

	B	$\overline{B}$	
A	$0,8 \times 0,65 = 0,52$	$0,65 - 0,52 = 0,13$	$0,65$
$\overline{A}$	$0,2$	$0,35 - 0,2 = 0,15$	$1 - 0,65 = 0,35$
	$0,52 + 0,2 = 0,72$	$1 - 0,72 = 0,28$	1

$P(A) = 0,65$

$P(\overline{A} \cap B) = 0,2$

$P(B|A) = \frac{4}{5} = 0,8$

$$P(A|\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,13}{0,28} = \frac{13}{28}$$

c)

13 anos | 14 anos
n | $70-n$

$$\frac{{}^{n}C_1 \times {}^{70-n}C_1}{{}^{70}C_2} = \frac{16}{35} \Leftrightarrow \frac{n(70-n)}{2415} = \frac{16}{35} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 70n - n^2 = \frac{16 \times 2415}{35} \Leftrightarrow 70n - n^2 = 1104 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -n^2 + 70n - 1104 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 70n + 1104 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{70 \pm \sqrt{(-70)^2 - 4 \times 1 \times 1104}}{2} \Leftrightarrow n = 24 \vee n = 46$$

Assim, $n = \underline{24}$

(63) $\underset{8}{\_}\ \underset{1}{\boxed{5}}\ \underset{8}{\_}\ \underset{8}{\_}\ \underset{1}{\boxed{5}}\ \underset{8}{\_}$ $\qquad {}^{6}C_2 \times 8^4 = 61440$ (B)

(64) $P(A) = P(B)$

$P(\overline{A}) = 0,6$ logo $P(A) = 0,4$

$P(A \cup \overline{B}) = 0,7$ logo $P(\overline{A} \cap B) = 0,3$

$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$

$\Leftrightarrow 0,4 = P(B \cap A) + 0,3$

$\Leftrightarrow P(B \cap A) = 0,1$

$$P((A \cup \overline{B}) | B) = \frac{P((A \cup \overline{B}) \cap B)}{P(B)} =$$
$$= \frac{P((A \cap B) \cup (\overline{B} \cap B))}{P(B)} = \frac{P((A \cap B) \cup \emptyset)}{P(B)} =$$
$$= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}$$

	B	$\overline{B}$	
A	$0,4 - 0,3 = 0,1$	$0,4 - 0,1 = 0,3$	$1 - 0,6 = 0,4$
$\overline{A}$	$0,3$	$0,6 - 0,3 = 0,3$	$0,6$
	$0,4$	$1 - 0,4 = 0,6$	1

Logo
$P(A \cap B) = 0,1$
$P(B) = 0,4$

(65) $\dfrac{{}^{6}C_2 \times n}{{}^{6n+1}C_2} = \dfrac{5}{49} \Leftrightarrow \dfrac{15\cancel{n}}{3\cancel{n}(6n+1)} = \dfrac{5}{49}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5}{6n+1} = \dfrac{5}{49} \Leftrightarrow 6n+1 = 49 \Leftrightarrow 6n = 48$

$\Leftrightarrow n = \dfrac{48}{6} \Leftrightarrow n = 8$

cal.: ${}^{6n+1}C_2 = \dfrac{(6n+1)!}{2(6n+1-2)!} =$

$= \dfrac{(6n+1)\,6n\,\cancel{(6n-1)!}}{2\cancel{(6n-1)!}} =$

$= n(6n+1) \times 3$

(66)

	B	$\overline{B}$	
A		0,5	
$\overline{A}$		0,2	
	$1-0{,}7 = 0{,}3$	0,7	1

$P(B) = 0{,}3$

ou $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Leftrightarrow P(A \cup B) = \underbrace{P(\cancel{A \cap B}) + P(A \cap \overline{B})}_{A} + P(B) - \cancel{P(A \cap B)}$

$\Leftrightarrow 0{,}8 = 0{,}5 + P(B)$

$\Leftrightarrow P(B) = 0{,}3$

(67)

a) $P = \dfrac{{}^{6}C_1 \times {}^{5}C_2 \times {}^{3}C_3 \times 3}{{}^{9}C_4 \times {}^{5}C_2 \times {}^{3}C_3} = \dfrac{1}{7}$

b) $\boxed{9FS + 22C} \rightarrow \boxed{8FS + 21C}$ $\quad P = \dfrac{21}{29}$

No contexto descrito, $P(C \mid (A \cap \overline{B}))$ representa a probabilidade de o terceiro bombom, selecionado ao acaso, ter recheio de caramelo, se o primeiro bombom selecionado tiver recheio de frutos secos e o segundo tiver recheio de caramelo.

Como inicialmente existem 31 bombons, após a seleção dos 2 primeiros, existem 29 bombons disponíveis para a seleção do terceiro bombom (denominador - casos possíveis).

Como inicialmente existem 22 bombons de caramelo, após a seleção de um bombom de frutos secos e de um bombom de caramelo, restam 21 bombons de caramelo disponíveis para a seleção do terceiro bombom (numerador - casos favoráveis).

Assim, de acordo com a regra de Laplace, $P(C \mid (A \cap \overline{B})) = \dfrac{21}{29}$

(68) V: "ser violinista"

a) E: "ser candidato estrangeiro"

$P(V) = \frac{3}{5} = 0,6$

$P(E) = P(\bar{E})$

$P(\bar{V} \mid E) = \frac{3}{10} = 0,3$

	E	$\bar{E}$	
V	$0,5-0,15 = 0,35$	$0,6-0,35 = 0,25$	$0,6$
$\bar{V}$	$0,3 \times 0,5 = 0,15$	$0,4-0,15 = 0,25$	$1-0,6 = 0,4$
	$0,5$	$0,5$	1

$P(\bar{E} \mid V) = \frac{P(\bar{E} \cap V)}{P(V)} = \frac{0,25}{0,6} = \frac{5}{12}$

b) $4V + 1V + 3e$

_ _ _ _ ou _ _ _ _

_ _ _ _   _ _ _ _

${}^4A_3 \times 5!$ ${}^4A_3 \times 5!$

Logo ${}^4A_3 \times 5! \times 2$ (B)

(69) a) $MM\bar{M}$ ou $M\bar{M}M$ ou $\bar{M}MM$

$\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{9}$ (D)

b)

$\boxed{2}\ \boxed{4}\ \underbrace{\_\ \_\ \_}_{3!}\ \boxed{6}$

$\boxed{1}\ \underbrace{\_\ \_\ \_}_{3!}\ \boxed{2}\ \boxed{4}$

$\boxed{1}\ \underbrace{\_\ \_\ \_}_{3!}\ \boxed{4}\ \boxed{2}$

$\boxed{1}\ \_\ \_\ \_\ \_\ \boxed{6}$

$2! \times 2! \times 3$

30

(70) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 9P(A \cap B) \Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) = 9P(A \cap B) \Leftrightarrow 1 - P(A \cup B) = 9P(A \cap B)$

$\Leftrightarrow 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 9P(A \cap B) \Leftrightarrow \cancel{1} - \cancel{1} + 3P(B) - P(B) + P(A \cap B) = 9P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2P(B) = 8P(A \cap B)$

$\Leftrightarrow P(B) = 4P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 3P(B) \Leftrightarrow 1 - P(A) = 3P(B) \Leftrightarrow \boxed{P(A) = 1 - 3P(B)}$

Assim $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\cancel{P(A \cap B)}}{4\cancel{P(A \cap B)}} = \frac{1}{4}$

ou

seja $P(A \cap B) = x$ e $P(B) = y$

	B	$\bar{B}$	
A	x		
$\bar{A}$	$y-x$	$9x$	$3y$
	y		1

$y - x + 9x = 3y \Leftrightarrow 2y = 8x \Leftrightarrow y = 4x$

$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{x}{y} = \frac{\cancel{x}}{4\cancel{x}} = \frac{1}{4}$

(71) ${}^{18}C_3 = 816$ (A)

(72) a) N.º de bolas verdes: v

N.º de bolas amarelas: a

$$\boxed{v \quad a}^{\,v+a}$$

$$\overset{A}{\cancel{\frac{a}{v+a}}} \times \overset{A}{\frac{a-1}{v+a-1}} = \frac{2}{3} \times \overset{A}{\cancel{\frac{a}{v+a}}} \Leftrightarrow \frac{a-1}{v+a-1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3(a-1) = 2(v+a-1) \Leftrightarrow 3a-3 = 2v+2a-2$$

$$\Leftrightarrow a = \underbrace{\underbrace{2v}_{\text{par}}+1}_{\text{ímpar}}$$

Logo, há um n.º ímpar de bolas amarelas

b) N.º de bolas verdes $= 0,49 \times 200 = 98$

" " " amarelas: $200 - 98 = 102$

$$\boxed{98V \quad 102A}^{\,200} \qquad P = \frac{{}^{98}C_4 + {}^{98}C_3 \times {}^{102}C_1}{{}^{200}C_4} \approx 0,3$$