RESOLUÇÕES
manual

Pág. 122

1. A : $160 + 210 + 200 = 570$
B : $190 + 230 + 120 = 540$
C : $160 + 275 + 195 = 630$

A : 570 euros; B : 540 euros; C : 630 euros

2. A : $\frac{1}{3} \times 570 = 190$

B : $\frac{1}{3} \times 540 = 180$

C : $\frac{1}{3} \times 630 = 210$

A: 190 euros; B : 180 euros; C : 210 euros

3. A : Telemóvel ou tablet (valor superior a 190 euros);
B : Relógio ou telemóvel (valor superior a 180 euros);
C : Telemóvel (valor superior a 210 euros)

4. A : Tablet; B : Relógio; C : Telemóvel

Pág. 129

1. Presidente: prémios de jogo, ajudas de custo e seguro de saúde ($40 + 10 + 15 = 65$ pontos, perdedor inicial).
Futebolista: salário e casa ($50 + 25 = 75$ pontos, vencedor inicial).

Salário: $\frac{50}{30} \approx 1{,}67$

Casa: $\frac{25}{5} = 5$

Transfere-se o item "salário" do Futebolista para o Presidente e recalculam-se as pontuações.
Presidente: $40 + 10 + 15 + 30 = 95$
Futebolista: 25
Ou seja, esta transferência fez com que o perdedor inicial passe a ser o vencedor.
O item "salário" terá de ser partilhado.
Seja x a fração do item que fica com o Futebolista.
Futebolista: $25 + 50x$
Presidente: $65 + 30(1 - x)$

$25 + 50x = 65 + 30(1 - x) \Leftrightarrow 80x = 70 \Leftrightarrow x = \frac{70}{80} = 0{,}875$

Assim, o futebolista fica com 87,5% do salário (sofre uma redução de 12,5% do valor inicial).
O futebolista fica com $25 + 50 \times 0{,}875 = 68{,}75$ pontos e o presidente fica com $65 + 30 \times (1 - 0{,}875) = 68{,}75$.

Distribuição final:
O Futebolista verá satisfeitas as exigências que fez relativamente à casa e a 87,5% do seu salário. O Presidente sairá beneficiado nos itens "Prémios de jogo", "Ajudas de custo", "Seguro de saúde" e ainda em 12,5% do salário.

2.1. Pontuações:
EUA $= 22 + 22 + 14 + 6 = 64$
Panamá $= 15 + 11 + 7 + 7 + 13 = 53$

2.2. EUA $= 64 + 15 = 79$ (Vencedor inicial)
Panamá $= 53$ (Perdedor inicial)
Vamos considerar a disputa 3 o bem para a partilha.
Obtemos a equação:
$64 + 15x = 53 + 15(1 - x)$
$\Leftrightarrow 64 + 15x = 53 + 15 - 15x$
$\Leftrightarrow 30x = 68 - 64$
$\Leftrightarrow x = \frac{4}{30} = 0{,}1(3)$

A pontuação final é:
EUA $= 64 + 15 \times 0{,}1(3) = 66$ pontos
Panamá $= 68 - 15 \times 0{,}1(3) = 66$ pontos

Logo a distribuição fica:

EUA: Disputa 1, 2, 4, 6 e $\frac{2}{15}$, ou seja, aproximadamente 13,3% da disputa 3 (o terreno e água).

Panamá: Disputa 5, 7, 8, 9, 10 e $\frac{13}{15}$, ou seja, aproximadamente 86,7% da disputa 3 (o terreno e água).

Partilham o item 3 (EUA: 13,3%; Panamá: 86,7%)

Pág. 130

1. Xavier

2.

Leonor	20	22	28	30
Xavier	27	18	30	25

3. $57 - 30x = 52 + 28x \Leftrightarrow -30x - 28x = 52 - 57 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -58x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{58}$
Então $x \approx 8{,}6\%$.

4. Xavier: coleção de cromos e aproximadamente 91,4% do livro
Pontuação Xavier: $57 - 30 \times 0{,}086 \approx 54{,}4$ pontos
Leonor: jogo de tabuleiro, puzzle e aproximadamente 8,6% do livro
Pontuação Leonor: $52 + 28 \times 0{,}086 \approx 54{,}4$ pontos
O livro pode ser partilhado em termos de tempo de utilização, por exemplo.

Pág. 131

1. Diogo: B e C; Matias: A

2. I – c); II – c); III – c)
Diogo: $30 + 40 = 70$ (vencedor inicial);
Matias: 60 (perdedor inicial)
Item B : $\frac{30}{10} = 3$; Item C : $\frac{40}{30} \approx 1{,}3$ (item a partilhar)

3. (D)
$30 + 40x = 60 + 30(1 - x)$

4. (C)
$40x + 30x = 90 - 30 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 70x = 60$
$\Leftrightarrow x = \frac{60}{70}$
$\Leftrightarrow x = \frac{6}{7}$

5.

Diogo		✓			✓	✓
Matias	✓			✓		✓

O Diogo fica com $x = \frac{6}{7} \approx 86\%$ do item C mais o item B ($30 + 40 \times \frac{6}{7} \approx 64$ pontos).

O Matias fica com $1 - x = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} \approx 14\%$ do item C mais o item A ($60 + 30 \times \frac{1}{7} \approx 64$ pontos).

Pág. 132

1. Laura: $550\,000 + 88\,000 + 250\,000 = 880\,000$ euros;
Mariana: $500\,000 + 90\,000 + 260\,000 = 850\,000$ euros;
Nádia: $480\,000 + 100\,000 + 250\,000 = 830\,000$ euros

2. Mariana: $\frac{850\,000}{3} = 283\,333$; Nádia: $\frac{830\,000}{3} = 276\,667$

3. Casa: Laura; Veleiro: Nádia; Loja: Mariana

4. Mariana $\longrightarrow$ Parte justa: 283 333; Bem recebido: Loja; Valor a receber ou a pagar: $283\,000 - 260\,000 = 23\,333$ euros (recebe)
Nádia $\longrightarrow$ Parte justa: 276 667; Bem recebido: Veleiro; Valor a receber ou a pagar: $267\,667 - 100\,000 = 176\,667$ euros (recebe)
Total a receber: $23\,333 + 176\,667 = 200\,000$ euros
Saldo: $254\,000 - 200\,000 = 54\,000$ euros

5. $54\,000 : 3 = 18\,000$
Cada uma das herdeiras recebe 18 000 euros.

6. Laura: fica com a casa e paga $254\,000 - 18\,000 = 236\,000$ euros
Mariana: fica com a loja e recebe $23\,333 + 18\,000 = 41\,333$ euros
Nádia: fica com o veleiro e recebe $176\,667 + 18\,000 = 194\,667$ euros

Pág. 137

3. Aplicando o método das licitações secretas obtemos (valores em euros) a seguinte tabela:

	A	B	C	D
Valor total licitado	2160	2110	2300	2160
Valor justo ①	540	527,50	575	540
Valor dos bens atribuídos ②	350	0	1300	780
Saldo ① − ② + ③	+ 190 Recebe	+ 527,50 Recebe	− 725 Paga	− 240 Paga
Dinheiro sobrante ou disponível ④	247,50 : 4 = 61,88	61,88	61,88	61,88
Total final em dinheiro ③ + ④	190 + 61,88 = = 251,88	589,38	− 663,12	− 178,12

Dinheiro sobrante: 725 + 240 − 190 − 527,50 = 247,50

Distribuição do património pelos herdeiros:

A : Recebe o item 1 no valor de 350 € e 251,88 € .

B : Recebe apenas dinheiro, 589,38 € .

C : Recebe os itens 3 e 5 no valor de 1300 € e paga 663,12 € à herança.

D : Recebe os itens 2 e 4 no valor de 780 € e paga 178,12 € à herança.

4.1. Maria: $\frac{70+35+40}{2} = 72{,}50$ € ; Gonçalo: $\frac{95+30+38}{2} = 81{,}50$ €

4.2.

	Maria	Gonçalo
Valor total licitado	145	163
Valor justo	72,50	81,50
Distribuição dos bens	S+A	B
Valor total dos bens atribuídos	75,00	95,00
Saldo	− 2,50 Paga	− 13,50 Paga
Dinheiro disponível 16,00	8,00	8,00
Total final	80,50	89,50

Maria: Fica com a smartband e os auriculares e recebe 5,50 €

Gonçalo: Fica com o bilhete e paga 5,50 €

Pág. 138

1.

	Francisco	Henrique	Vera
Valor global	145	140	165
Porção justa	65,25	42,00	41,25
Distribuição dos bens	Avaliação do imóvel	——	Participação no podcast + Subscrição ilimitada
Valor total dos bens atribuídos	80,00	0,00	115,00
Saldo	− 14,75 Paga	42,00 Recebe	− 73,75 Paga
Dinheiro disponível 46,50	20,93	13,95	11,63
Total final	86,18	55,95	52,88

Francisco: fica com a avaliação do imóvel e recebe 20,93 − 14,75 = 6,18 € em dinheiro (total final: 86,18 €);

Henrique: recebe 55,95 € em dinheiro

Vera: fica com a participação no podcast, a subscrição ilimitada e paga 73,75 − 11,63 = 62,12 € em dinheiro (total final: 52,88 €)

Os três subscritores recebem mais do que a respetiva porção justa de cada um.

Pág. 139

	Leonor	Sara	Teresa
Valor total licitado	330	360	345
Valor justo	110,00	120,00	115,00
Distribuição dos bens	——	X + Y	Z
Valor total dos bens atribuídos	0,00	270,00	105,00
Saldo	110,00 Recebe	− 150,00 Paga	10,00 Recebe
Dinheiro disponível 30,00	10,00	10,00	10,00
Total final	120,00	130,00	125,00

1. Leonor: 110 € ; Sara: 120 € ; Teresa: 115 €

2. I – a); II – b); III – b); IV – b)

3. (B)

4. (C)

5.

Leonor		110		120
Sara	X e Y		150	130
Teresa	Z	10		125

Pág. 140

1. Por exemplo:

André: 8 , 9 e 10 ; Beatriz: 1 , 2 e 3 ; Clara: 4 , 5 , 6 e 7

Pág. 142

5. O primeiro marcador que aparece é da Alice (após o marcador 7), logo fica com os separadores 1 a 7 .

O primeiro segundo marcador que aparece é da Constança (após o marcador 16). Assim fica com todos os marcadores entre 10 e 16 .

Finalmente, o Bruno fica com os separadores compreendidos entre 18 e 24 .

Distribuição final:

Alice: 1 a 7 ; Bruno: 18 a 24 ; Constança: 10 a 16 ; Sobram: 8 , 9 e 17

Pág. 143

6. O primeiro marcador é o B_1 , logo o amigo B fica com os cromos 1 e 2 , e retiram-se os cromos atribuídos e os marcadores do amigo B .

O primeiro "segundo marcador" é o C_2 , logo, o amigo C fica com os cromos entre C_1 e C_2 , os cromos 6 , 7 , 8 . Retiram-se os cromos atribuídos e os marcadores do amigo C .

O primeiro "terceiro marcador" é o A_3 (pode-se escolher por sorteio entre A_3 e D_3) por exemplo. Logo, o amigo A fica com os cromos entre A_2 e A_3 , os cromos 10 , 11 , 12 e 13 . Retiram-se os cromos atribuídos e os marcadores do amigo A .

O amigo D fica com os cromos a partir do marcador D_3 , ou seja, os cromos 14 e 15 .

Distribuição final

Amigo A : cromos 10 , 11 , 12 e 13

Amigo B : cromos 1 e 2

Amigo C : cromos 6 , 7 e 8

Amigo D : cromos 14 e 15

Cromos que sobram: 3 , 4 , 5 e 9 (faz-se um sorteio e cada um dos amigos fica com um dos cromos que sobrou).

Observação: O amigo D também podia ficar com os cromos 11 , 12 e 13 (compreendidos entre os marcadores D_2 e D_3) e o amigo A com os cromos 14 e 15 . Nesta situação, já iriam sobrar cinco cromos (3 , 4 , 5 , 9 e 10) podendo ser distribuídos aplicando novamente o método dos marcadores.

Pág. 144

1. O primeiro marcador é o C_1 , logo a Carolina fica com os artigos 1 a 5 , e retiram-se os artigos atribuídos e os marcadores da Carolina.
O primeiro "segundo marcador" é o A_2 , logo, a Alice fica com os artigos entre A_1 e A_2 , ou seja, os artigos 7 a 12 . Retiram-se os artigos atribuídos e os marcadores da Alice.
O primeiro "terceiro marcador" é o B_3 . Logo, a Bruna fica com os artigos entre B_2 e B_3 , ou seja, os artigos 15 a 20 . Retiram-se os artigos atribuídos e os marcadores da Bruna.
O primeiro "quarto marcador" é o E_4 . Logo, o Eduardo fica com os artigos entre E_3 e E_4 , ou seja, os artigos 22 , 23 e 24 . Retiram-se os artigos atribuídos e os marcadores do Eduardo.
O Dinis fica com os artigos a partir do marcador D_4 , ou seja, os artigos 27 a 30 .

Distribuição final
Alice: 7 a 12 ; Bruna: 15 a 20 ; Carolina: 1 a 5 ;
Dinis: 27 a 30 ; Eduardo: 22 a 24
Artigos a sortear: 6 , 13 , 14 , 21 , 25 e 26

Pág. 145

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N_1 F_1 R_1 G_1 G_2 F_2 R_2 N_2 N_3 G_3 F_3 R_3

1. (B) **2.** (C)

3.

Marcadores antes do troféu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gustavo				☒			☒			☒		
Francisco			☒				☒			☒		
Nélson		☒						☒	☒			
Rui			☒				☒				☒	

4. Gustavo: 4 , 5 e 6 ; Francisco: 7 , 8 e 9 ; Nélson: 1 ; Rui: 11 e 12 ; A sortear: 2 , 3 e 10

Pág. 146

1. (C)
$n = 4$ participantes
$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

2. Diogo: 1 e 4 (pois valem, para o Diogo, pelo menos 25% do valor total do terreno); Matias: 1 e 2 (pois valem, para o Matias, pelo menos 25% do valor total do terreno); Clara: 4 (pois é a única parcela que vale, para a Clara, pelo menos 25% do valor total do terreno); Teresa: 1 e 3 (pois valem, para a Teresa, pelo menos 25% do valor total do terreno).

3. Diogo: 1 ; Matias: 2 ; Clara: 4 ; Teresa: 3

Pág. 148

7. A parte do bolo à esquerda do corte vale, na perspetiva do António:
$30\% + \frac{6}{16} \times 40\% = 30\% + 15\% = 45\%$
A parte do bolo à direita do corte vale, na perspetiva do António:
$\frac{10}{16} \times 40\% + 30\% = 25\% + 30\% = 55\%$
O António escolhe a parte do bolo com framboesa e lima (parte à direita do corte). Para ele essa parte vale 55% do valor total do bolo. A Carminho fica com a outra parte.

Pág. 149

8.1. Para o Lucas, a parte Norte vale $\frac{3}{4}$ (ou seja 75%) do valor total do terreno.
A parte Sul vale $\frac{1}{4}$, ou seja 25% .
P_1: $\frac{120^\circ}{180^\circ} \times \frac{3}{4} + \frac{60^\circ}{180^\circ} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \approx 58,3\%$
P_2: $\frac{60^\circ}{180^\circ} \times \frac{3}{4} + \frac{120^\circ}{180^\circ} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \approx 41,7\%$

8.2. Lucas: P_1 (pois é a parte que valoriza mais); Leonor: P_2 (para ela, as partes valem o mesmo)

Pág. 151

9. No caso da tabela 1, a Ana fica com P_3 , o Bernardo com P_2 e a Carina com P_1 .
No caso da tabela 2, a única parte justa, quer para o Bernardo quer para a Carina, é a P_3 . Como P_1 é a parte que ambos menos valorizam, essa fica para a Ana (para ela é indiferente receber P_1 , P_2 ou P_3). De seguida, podem juntar as partes P_2 e P_3 e aplicar o método do divisor-selecionador. Repare que, independentemente do resultado final, o Bernardo ficará sempre com uma parte que vale, pelo menos, 43% do bolo $(P_2 + P_3 \longrightarrow 16\% + 70\% = 86\%)$ e a Carina acabará sempre com uma parte que vale, pelo menos, 45% do bolo $(P_2 + P_3 \longrightarrow 20\% + 70\% = 90\%)$.

Pág. 152

1. Não, pois efetuou a divisão de forma a que ficasse satisfeito com qualquer uma das três partes.

2.1. F_3 (é a fatia que nenhum dos outros quer)

2.2. C : F_1 ; B : F_2 (pois C ficar com F_1 e F_3 não é aceitável para o interveniente B)

2.3. Não, pois cada um fica com uma fatia que considera "razoável".

3.1.

	P_1	P_2	P_3
A	20%	20%	60%
B	50%	25%	25%
C	33,(3)%	33,(3)%	33,(3)%

Para o interveniente A : $P_3 \longrightarrow \frac{3}{5} = 60\%$; $P_1 \longrightarrow \frac{1}{5} = 20\%$;
$P_2 \longrightarrow \frac{1}{5} = 20\%$
Para o interveniente B : $P_1 \longrightarrow \frac{2}{4} = 50\%$; $P_2 \longrightarrow \frac{1}{4} = 25\%$;
$P_3 \longrightarrow \frac{1}{4} = 25\%$
Para o interveniente C , todas as partes valem o mesmo, ou seja, $\frac{1}{3} = 33,(3)\%$.

3.2. A : P_3 ; B : P_1 ; C : P_2

Pág. 153

1.1. (C)
$\frac{3}{8} = 0,375$

1.2. (B)
B_1 : 12,5% ; B_2 : 12,5% ; B_3 : 37,5% ; B_4 : 12,5% ; B_5 : 12,5% ; B_6 : 12,5%

2.1. (D)
Parte justa do Bruno: 17 € : 3 = 5,67 € (parte 1 ou 3)
Parte justa do Gustavo: 12 € : 3 = 4 € (parte 1, 2 ou 3)
Parte justa do Pedro: 15 € : 3 = 5 € (parte 2 ou 3)

2.2. Por exemplo: Bruno ⟶ Parte 1; Gustavo ⟶ Parte 2; Pedro ⟶ Parte 3
Ou Bruno ⟶ Parte 3; Gustavo ⟶ Parte 1; Pedro ⟶ Parte 2
Ou Bruno ⟶ Parte 1; Gustavo ⟶ Parte 3; Pedro ⟶ Parte 2

Pág. 154

1. O clube B escolhe uma subparte de cada uma das divisões efetuadas por A , C , D e E (escolhe, por exemplo, as subpartes A_1 , C_2 , D_2 e E_5).

O clube A fica com A_2, A_3, A_4 e A_5, o C fica com C_1, C_3, C_4 e C_5, o D fica com D_1, D_3, D_4 e D_5 e o E fica com E_1, E_2, E_3 e E_4.

Pág. 156

10. Depois dos clubes A e C terem dividido o horário semanal entre si (3 subpartes para cada um), o clube B, o selecionador, vai escolher uma subparte pertencente a cada um dos outros dois clubes. Suponhamos que o clube B escolhe os horários A_1 e C_3. Ficamos, assim, com a distribuição seguinte:
- Clube A: 3.ª – feira (tarde), 4.ª – feira e 5.ª – feira (manhã)
- Clube B: 2.ª – feira e sábado (manhã)
- Clube C: 3.ª – feira (manhã), 5.ª – feira (tarde) e 6.ª – feira

Pág. 159

11.1. Quem fica com a primeira fatia é a Jenny pois foi quem dividiu uma parte que considerou $\frac{1}{5}$ da piza e ninguém diminuiu.

11.2. A segunda fatia fica para a Diana pois na 2.ª volta foi ela a última a diminuir.

11.3. A terceira fatia fica para a Zulmira pois na 3.ª volta ninguém diminuiu e foi ela quem cortou.

11.4. O Xavier e o Vítor terão de aplicar o método do divisor--selecionador (um divide e o outro escolhe) para distribuírem as duas partes restantes.

Pág. 160

1. No método do último a diminuir, cada volta inicia-se sempre no primeiro participante (caso este já não esteja a participar, inicia--se no segundo e assim sucessivamente). Já no procedimento apresentado nesta tarefa, cada volta inicia-se no participante a seguir ao que acabou de receber a sua parte na volta anterior.

2. Ordenação: Sara, Valentina, Lorena, Rafael, Mateus
Explicação:
– Se na segunda volta a Lorena cortou e na primeira volta a Valentina ficou com a fatia, então a Lorena participaria logo a seguir à Valentina.
– Na terceira volta, se o Rafael cortou é porque participou logo a seguir à Lorena.
– Se o Mateus é o último, então a Sara só poderá ser a primeira participante.

Pág. 161

1. A – P_5; B – P_1; C – P_2; D – P_5 ou P_6 ou P_7 ou P_8; E – P_4 ou P_7; F – P_3; G – P_8

Explicação:
1.ª volta: Começa P_1 e sai P_5
2.ª volta: Começa P_1 e sai P_1
3.ª volta: Começa P_2 e sai P_2
4.ª volta: Começa P_3 e sai P_6
5.ª volta: Começa P_3 e sai P_8
6.ª volta (restam P_3, P_4 e P_7): Começa P_3 e sai P_3
7.ª volta (restam P_4 e P_7): Começa P_4 (é o divisor) e escolhe o P_7 (selecionador)

2.1. (B)
Assim garante que fica sempre com
$\frac{60°}{180°}+\frac{60°}{180°}=\frac{120°}{180°}=\frac{2}{3}=66,(6)\%$ de P_2.

2.2. **a)** Porque assim garante que fica, no mínimo, com uma fatia de chocolate com amplitude $30°$.
b) Deve escolher a fatia J_3 (pois é a única que tem morango).

Pág. 162

1. Metade Oeste: $\frac{3}{4}\times 60=45$ milhões de euros.

Metade Este: $\frac{1}{4}\times 60=15$ milhões de euros.

– O setor circular que está compreendido entre o raio traçado pelo Diogo e a Clara vale, aproximadamente, 20,83 milhões de euros.
$\frac{50°}{180°}\times 45=12,5$; $\frac{100°}{180°}\times 15\approx 8,33$
$12,5+8,33=20,83$

– O setor circular que está compreendido entre o raio traçado pelo Diogo e pelo Matias vale, aproximadamente, 16,67 milhões de euros.
$\frac{80°}{180°}\times 15=6,67$; $\frac{40°}{180°}\times 45=10$
$6,67+10=16,67$

– O setor circular que está compreendido entre o raio traçado pela Clara e pelo Matias vale, aproximadamente, 22,5 milhões de euros.
$180°-(40°+50°)=90°$
$\frac{90°}{180°}\times 45=22,5$
Um dos setores circulares não vale $\frac{1}{3}$ do valor monetário da ilha. O interveniente que ficar com essa parte sairá prejudicado (apenas em termos de valor monetário, pois esse interveniente até pode preferir essa parte por algum outro motivo não monetário).

Pág. 164

12.1. Olhando para o bolo como um relógio, faz-se um primeiro corte desde o centro do bolo até à posição das 12:00 e, depois, a faca desliza, movendo-se no sentido dos ponteiros do relógio. Atendendo a que o bolo vale 12 euros, cada um dos participantes deverá considerar que deve ficar com uma parte que vale pelo menos 4 euros (parte justa, um terço do total). Assim, o primeiro a dizer STOP deverá ser a Marisa quando a faca se encontra prestes a passar da parte de morango para a parte de chocolate, pois fica com uma fatia a valer 4 euros (na sua perspetiva). Repare que, nesse ponto, ainda nenhum dos outros participantes "atingiu os 4 euros". O segundo a dizer STOP deverá ser o Flávio (pelos mesmos motivos).

12.2. Divisão final do bolo:
Flávio: Fica com metade da parte de chocolate (para ele vale 4 euros).
Marisa: Fica com metade da parte de morango (para ela vale 4 euros).
Salomé: Fica com metade da parte de morango (para ela vale 3 euros) e metade da parte de chocolate (3 euros, também).
A Salomé fica, assim, com uma parte que na sua perspetiva vale 6 euros.

Pág. 165

13. A Bruna "aparou" Z_3 e, de seguida, o Carlos escolhe uma das três partes (escolheu Z_1). A Bruna vai escolher uma das duas partes restantes (Z_2 ou Z_3). Como a Bruna aparou a parte Z_3 (e esta não foi escolhida pelo Carlos) então deve ficar obrigatoriamente com essa parte. Finalmente, o André fica com a parte Z_2.
Distribuição: André: Z_2; Bruna: Z_3; Carlos: Z_1

Pág. 166

1. Ana: $80\,000:4=20\,000$ €; Beatriz: $60\,000:4=15\,000$ €; Constança: $60\,000:5=12\,000$ €

2. Ana: $2\times 20\,000+10\,000=50\,000$ €; Beatriz: $3\times 15\,000=45\,000$ €; Constança: $3\times 12\,000=36\,000$ €

3.

Valor das parcelas	Ana	Beatriz	Constança
1 a 4	80 000 €	60 000 €	$4\times 12\,000=$ $=48\,000$ €
5 a 8	40 000 €	60 000 €	$12\,000+60\,000=$ $=72\,000$ €
6 a 8	$3\times 10\,000=$ $=30\,000$ €	$3\times 15\,000=$ $=45\,000$ €	60 000 €

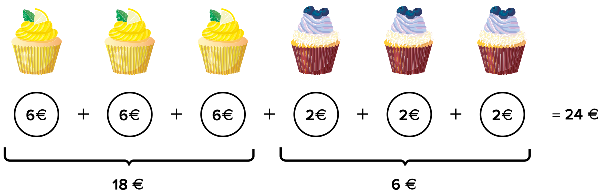
4.1. Em primeiro lugar: Ana (ao fim de 2 retângulos já "fica" com 40 000 €);
Em segundo lugar: Beatriz (retângulos 3, 4 e 5 já fica com 45 000 €)

4.2. O valor total é 120 000 €, logo cada uma das herdeiras não terá motivos para reclamar caso fique com, pelo menos, $120\,000:3=40\,000$ €.

– A Ana fica com as parcelas 1 e 2 ($20\,000 + 20\,000 = 40\,000$ €, na sua perspetiva)
– A Beatriz fica com as parcelas 3, 4 e 5 ($15\,000 + 15\,000 + 15\,000 = 45\,000$ €, na sua perspetiva)
– A Constança fica com as parcelas 6, 7 e 8 ($60\,000$ €, na sua perspetiva)
Todas ficam com uma parte que vale pelo menos 40 000 €, de acordo com as valorizações individuais.

Pág. 167

1. I – b); II – a); III – c); IV – c)
Elsa: $24 : 6 = 4$ € (todos os sabores valem o mesmo);
Joana: 0 € (não gosta de limão)
Catarina:
x: valor de um queque de mirtilo (na perspetiva da Catarina)
$3x$: valor de um queque de limão (na perspetiva da Catarina)



$x + x + x + 3x + 3x + 3x = 24 \Leftrightarrow 12x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{12} \Leftrightarrow x = 2$
Então, para a Catarina, um queque de limão vale 2 € e um de mirtilo vale $3 \times 2 = 6$ €.

2.1. Parte 1: $4 + 4 = 8$ €
Parte 2: $2 + 1{,}5 \times 4 = 8$ €
Parte 3: $1{,}5 \times 4 + 2 = 8$ €

2.2.

	Elsa	Joana	Catarina
Parte 1	8 €	8 €	8 €
Parte 2	8 €	12 €	6 €
Parte 3	8 €	4 €	10 €

Cálculos:
Elsa: ver alínea 2.1.

Joana (Limão: 0 €; Mirtilo: 8 €)	Catarina (Limão: 6 €; Mirtilo: 2 €)
Parte 1: $0 + 8 = 8$ €	Parte 1: $6 + 2 = 8$ €
Parte 2: $0 + 1{,}5 \times 8 = 12$ €	Parte 2: $3 + 1{,}5 \times 2 = 6$ €
Parte 3: $0 + 0{,}5 \times 8 = 4$ €	Parte 3: $1{,}5 \times 6 + 1 = 10$ €

2.3. A parte 3, pois na sua perspetiva, é a única que vale mais do que 8 € ($24 : 3 = 8$).

2.4. Pelo método de Selfridge-Conway:
– A Catarina apara a parte 3 e a Joana escolhe a parte 2 (pois é a que valoriza mais), logo a Catarina fica com a parte 3.
– A Elsa fica com a parte que resta (parte 1).
Distribuição:
Elsa: parte 1; Joana: parte 2; Catarina: parte 3

Tarefas Complementares

Pág. 170-177

1. Manuel: Empresa $\longrightarrow$ 50 pontos (perdedor inicial)
António: Casa e quadro $\longrightarrow$ $40 + 30 = 70$ pontos (vencedor inicial)
casa: $\frac{40}{30} = 1{,}(3)$ quadro: $\frac{30}{20} = 1{,}5$
O item para o ajuste na partilha é a casa (pois após a sua transferência, o Manuel passaria a ser o vencedor inicial).
Equação:
x: representa a fração da "casa" que fica com o António
$40x + 30 = 50 + 30(1 - x) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 40x + 30x = 50 + 30 - 30$
$\Leftrightarrow 70x = 50$
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{7}$

Pontuação final:
Manuel: $50 + 30 \times \left(1 - \frac{5}{7}\right) \approx 58{,}6$ pontos
António: $40 \times \frac{5}{7} + 30 \approx 58{,}6$ pontos
Assim, o Manuel fica com a empresa e cerca de $1 - \frac{5}{7} \approx 28{,}6\%$ da casa e o António fica com o quadro e cerca de $\frac{5}{7} \approx 71{,}4\%$ da casa.

2. Gonçalo: Apartamento e automóvel $\longrightarrow$ $60 + 15 = 75$ pontos (vencedor inicial)
Vicente: Casa de férias e pinturas $\longrightarrow$ $64 + 10 = 74$ pontos (perdedor inicial)
Apartamento: $\frac{60}{12} = 5$
Automóvel: $\frac{15}{14} \approx 1{,}1$
O bem para o ajuste na partilha é o automóvel.
Equação possível:
$75 - 15x = 74 + 14x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -15x - 14x = 74 - 75$
$\Leftrightarrow -29x = -1$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{29}$
Pontuação final:
Gonçalo: $75 - 15 \times \frac{1}{29} \approx 74{,}823$ pontos
Vicente: $74 + 14 \times \frac{1}{29} \approx 74{,}823$ pontos
Distribuição final:
O Gonçalo fica com o apartamento e $\frac{28}{29} \approx 96{,}6\%$ do automóvel e o Vicente fica com a casa de férias, as pinturas e $\frac{1}{29} \approx 3{,}4\%$ do automóvel.

3. Com base nos dados fornecidos vamos construir a seguinte tabela de acordo com o método das licitações secretas.

	A	B	C
Valor total licitado	910	840	1190
Valor justo $\frac{1}{3}$	303,33	280	396,67
Valor dos jogadores atribuídos	250 (Diego)	90 (Garcia)	$350 + 650 = 1000$ (Almeida + Magalhães)
Saldo	+53,333 Recebe	+190 Recebe	−603,333 Paga
Dinheiro sobrante ou disponível	$360 : 3 = 120$	120	120
Total final (em dinheiro)	173,333	310	−483,333
Total final	423,333	400	516,667

Dinheiro sobrante $= 603{,}33 - 53{,}33 - 190 = 360$
Distribuição final
Empresário A: fica com o futebolista Diego (no valor de 250 mil euros) e recebe cerca de 173 333 €.
Empresário B: fica com o jogador Garcia (no valor de 90 mil euros) e ainda recebe 310 000 €.
Empresário C: fica com os futebolistas Almeida e Magalhães (no valor de um milhão de euros) e tem de pagar cerca de 483 333 €.

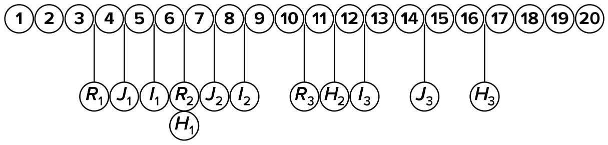
4.

	W	X	Y	Z
Valor total licitado	37	47	106	97
Valor justo $\frac{1}{4}$	9,25	11,75	26,5	24,25
Valor dos bens atribuídos	20 (consola)	0	80 (computador)	$10 + 12 = 22$ (tablet + bola)
Saldo	−10,75	+11,75	−53,50	+2,25
Valor disponível ou sobrante	$50{,}25 : 4 \approx$ $\approx 12{,}56$	12,56	12,56	12,56
Valor a receber/pagar	1,81	24,31	−40,94	14,81
Total final	21,81	24,31	39,06	36,81

valor disponível $= 10{,}75 + 53{,}5 - 2{,}25 - 11{,}75 = 50{,}25$

Distribuição final:
Irmão W: Fica com a consola no valor de 20 euros e recebe $1{,}81$ euros.
Irmão X: Recebe $24{,}31$ euros.
Irmão Y: Fica com o computador no valor de 80 euros e paga $40{,}94$ euros.
Irmão Z: Fica com o tablet e a bola no valor de 22 euros e recebe ainda $14{,}81$ euros.

5.



- O primeiro marcador é o R_1, logo, a Rita fica com as gomas 1, 2 e 3 (retiram-se os marcadores da Rita).
- O primeiro "segundo marcador" é o J_2, logo, o João fica com as gomas entre J_1 e J_2, ou seja, as gomas 5, 6 e 7 (retiram-se os marcadores do João).
- O primeiro "terceiro marcador" é o I_3, logo, a Íris fica com as gomas entre I_2 e I_3, ou seja, as gomas 9, 10, 11 e 12 (retiram-se os marcadores da Íris).
- Finalmente, o Hugo fica com as gomas 17, 18, 19 e 20. Sobram as gomas 4, 8, 13, 14, 15 e 16, às quais se pode aplicar novamente o método dos marcadores.

6.

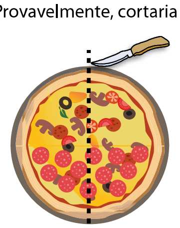
- O primeiro marcador é o C_1, logo, a Carolina fica com os artigos 1, 2 e 3 (retiram-se os marcadores da Carolina).
- O primeiro "segundo marcador" é o B_2, logo a Brenda fica com os artigos entre B_1 e B_2, ou seja, os artigos 5, 6, 7 e 8 (retiram-se os marcadores da Brenda).
- Finalmente, o António fica com os artigos 11 e 12 (artigos à direita do seu último marcador). Sobram os artigos 4, 9 e 10, aos quais se pode aplicar novamente o método dos marcadores.

Distribuição final:
António: 11 e 12; Brenda: 5, 6, 7 e 8; Carolina: 1, 2 e 3
A sortear: 4, 9 e 10

7.1. (C)
Para o Filipe, a parte com chouriço vale $\frac{2}{3}$ do valor da piza e a parte com vegetais $\frac{1}{3}$.
Assim, a metade com mais chouriço vale, para o Filipe:
$$\frac{4\times 36^\circ}{180^\circ}\times\frac{2}{3}+\frac{36^\circ}{180^\circ}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{5}=60\%$$
A metade com menos chouriço vale, para o Filipe:
$$\frac{36^\circ}{180^\circ}\times\frac{2}{3}+\frac{4\times 36^\circ}{180^\circ}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{5}=40\%$$

7.2. A Cátia, o divisor, corta a piza em duas partes que ela considera valerem o mesmo. O Filipe, o selecionador, escolhe a parte que valoriza mais (a que tem mais chouriço – que vale, para ele, 60% do valor total da piza). A Cátia fica com a outra parte (que, para ela, vale 50% do valor total da piza).

7.3. Provavelmente, cortaria a piza da forma indicada na figura.



Repare que ele desconhece as preferências da Cátia, logo, para não arriscar, cortaria de forma a ficar com 50% do valor que idealiza para a piza.

8.1. (C)
Parte mais a Oeste (na perspetiva do Pedro):
$$\frac{4}{5}\times\frac{130^\circ}{180^\circ}+\frac{1}{5}\times\frac{50^\circ}{180^\circ}\approx 63\%$$

8.2. O Pedro, o selecionador, escolhe a parte mais a Oeste pois é a que valoriza mais (aproximadamente 63%). O Gustavo fica com a parte que resta (para ele vale 50%).

9. O Bruno fica com o T_1, a Alice fica com o T_2 e a Matilde fica com o T_3.
O Bruno também poderia ficar com o T_2 e a Alice com o T_1 (pois valem para eles, no mínimo, um terço do total).
No entanto, com a primeira distribuição, cada um desses dois intervenientes acaba por ficar com a parte que mais valoriza.

10.1. Sorteio (por exemplo)

10.2. Usando o método do divisor-selecionador, os dois divisores (Henrique e Cátia) dividem a piza entre si. De seguida, o Henrique e a Cátia dividem, cada um deles, a parte que lhe calhou em três subpartes. A Mónica escolhe uma subparte do Henrique e uma subparte da Cátia. O Henrique e a Cátia ficam, cada um deles, com as duas subpartes que a Mónica não escolheu.

11. O clube B, o selecionador, escolhe uma subparte de cada um dos outros clubes. Suponhamos que escolhe A_2, C_4 e D_1. Assim, o clube A fica com as partes A_1, A_3 e A_4; o clube B com as partes A_2, C_4 e D_1; o clube C com C_1, C_2 e C_3; o clube D com D_2, D_3 e D_4.

12.1. O André corta o bolo em duas partes que lhe parecem ter o mesmo valor. A Bruna seleciona a parte que para si tem pelo menos metade do valor total do bolo.
Cada um dos intervenientes avalia e valoriza de forma diferente cada uma das partes, pois o valor atribuído por cada um pode não se basear apenas no tamanho ou peso, por exemplo.

12.2. (D)

12.3. A Clara irá escolher uma parte do André no valor de $0{,}1$ e uma parte da Bruna no valor de $0{,}2(3)$, no total a parte da Clara corresponde, aproximadamente, a $0{,}3(3)$, ou seja, $33{,}3\%$ do bolo.

12.4. André: $0{,}1+0{,}1=0{,}2$; Bruna: $0{,}2(3)+0{,}2(3)=0{,}4(6)$
Na perspetiva da Clara a distribuição não é equilibrada pois o André fica com 20% do valor do bolo e a Bruna com, aproximadamente, $46{,}7\%$.

13.1.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Afonso	20%	20%	20%	20%	20%
Eduardo	50%	–	50%	–	–
Liz	–	–	–	50%	50%
Dinis	50%	–	–	–	50%
Lucas	–	–	100%	–	–

Distribuição:
O Lucas fica com a P_3, o Eduardo fica com a P_1, o Dinis com a P_5, a Liz com a P_4 e o Afonso com a P_2.

13.2. **a)** A 1.ª parte fica para a Liz, pois foi a última a diminuir na 1.ª volta.
A 2.ª parte fica para o Lucas pois foi o que dividiu e ninguém diminuiu.
A 3.ª parte fica para o Eduardo pois foi o único que diminuiu.
b) A 4.ª parte é o Afonso que divide.
(A)
c) Utiliza-se o método do divisor-selecionador (o Afonso divide e o Dinis escolhe).

14. O Narciso divide o bolo em 3 partes, P_1, P_2, P_3 que considera de igual valor.

P_1	P_2	P_3

Como a Acácia é a primeira a selecionar, a Margarida será a segunda.
Vamos analisar algumas hipóteses:
– a Margarida considera que as três partes têm o mesmo valor. Então, a Acácia escolhe por exemplo a P_1, a Margarida escolhe por exemplo a P_3 e o Narciso fica com a que sobrar.

– a Margarida considera que, por exemplo, P_1 e P_2, valem mais do que P_3. Então, a Acácia escolhe uma das partes (por exemplo P_1), a Margarida escolhe a que sobra (do grupo P_1 e P_2) e o Narcico fica com P_3.

– a Margarida considera que as três partes têm valores diferentes. Então, ela apara/corta um pedaço da parte que ela considera valer mais (digamos, P_2). De seguida, a Acácia escolhe P_1, a Margarida escolhe P_2 e o Narciso fica com P_3.

Nota: A Acácia também podia escolher a parte aparada pela Margarida.

15.1.

7,20 €	9 €	14,40 €
10,80 €	9 €	3,60 €

Cálculos:
Liliana: $0{,}60 \times 18 = 10{,}80$ €; $0{,}40 \times 18 = 7{,}20$ €
Sandra: $18 : 2 = 9$ €
Rita: $18 - 14{,}40 = 3{,}60$ €

15.2. (B)
$\frac{6\text{ €}}{14{,}40\text{ €}} \times 180° = 75°$

15.3. Primeira fatia: Rita (Apenas chouriço, ou seja 6 €. Ver alínea anterior.)
Segunda fatia: Liliana
15° chouriço $\longrightarrow \frac{15°}{180°} \times 7{,}20\text{ €} = 0{,}60\text{ €}$ de chouriço
5,40 € atum, pois $\frac{5{,}40\text{ €}}{10{,}80\text{ €}} \times 180° = 90°$
Total: $0{,}60 + 5{,}40 = 6$ €
Terceira fatia: Sandra
90° $\longrightarrow$ atum + 90° $\longrightarrow$ chouriço
$\frac{90°}{180°} \times 9\text{ €} + \frac{90°}{180°} \times 9\text{ €} = 4{,}50\text{ €} + 4{,}50\text{ €} = 9\text{ €}$
Total: 9 €

16. A parte do Nuno tem de valer o dobro da parte do Ricardo, ou seja, o Nuno vai receber $\frac{2}{3}$ do valor do terreno.
Nuno: $\frac{2}{3} \times 900 = 600$
– Z_1 vale $0{,}40 \times 900 = 360$
– Z_2 vale $0{,}30 \times 900 = 270$
Como $360 + 270 = 630 > 600$, então o Nuno fica com Z_1 mais a parte, x, de Z_2 que corresponde a $600 - 360 = 240$ mil euros.
$\frac{240}{270} = \frac{x}{80} \Leftrightarrow x = \frac{240 \times 80}{270}$, então $x \approx 71$ m.
A parte destinada ao Nuno será composta pela totalidade da Zona 1 (com 100 metros de largura) e uma parcela da Zona 2 com 71 metros de largura.
No total, fica com uma parcela de terreno com 171 metros de largura.

17. Como a Érica aparou a parte T_2 e o Carlos não a escolheu, então essa parte fica para a Érica.
O Carlos escolheu T_3.
O Nuno fica com a parte que sobrou, T_1.
Érica: T_2; Carlos: T_3; Nuno: T_1

18. (A)
Cálculos:
Os lotes da metade A valem $\frac{1}{4}$ (ou seja, 25%) do valor total e os lotes da metade B valem $\frac{3}{4}$ (ou seja, 75%). Assim, temos as seguintes valorizações (em percentagem do total) em cada uma das opções apresentadas:
Opção (A): $\frac{45°}{180°} \times 75\% = 18{,}75\%$ (Nesta opção obterá o valor mais elevado de venda).
Opção (B): $\frac{120°}{180°} \times 25\% \approx 16{,}67\%$
Opção (C): $\frac{20°}{180°} \times 25\% + \frac{20°}{180°} \times 75\% \approx 11{,}11\%$
Opção (D): $\frac{60°}{180°} \times 25\% + \frac{15°}{180°} \times 75\% \approx 14{,}58\%$

Revê o que aprendeste

Pág. 178-179

1. Isabel: apartamento + quadros ($40 + 18 = 58$ pontos)
Tomás: automóveis + joias ($28 + 24 = 52$ pontos)
Vencedor inicial: Isabel
Apartamento: $\frac{40}{36} \approx 1{,}1$ Quadros: $\frac{18}{12} = 1{,}5$
Bem a partilhar: apartamento
x: fração do apartamento que fica com a Isabel
$40x + 18 = 52 + 36(1 - x)$
$\Leftrightarrow 40x + 36x = 52 + 36 - 18 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 76x = 70 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{70}{76}$
Então $x \approx 0{,}921 = 92{,}1\%$.
Isabel: fica com os quadros e aproximadamente 92% do apartamento (que corresponde a $0{,}921 \times 365 = 336$ dias de utilização)
Tomás: fica com os automóveis, as joias e aproximadamente 8% do apartamento (que corresponde a $365 - 336 = 29$ dias de utilização)

2.1. Não, pois ele tem a hipótese de escolher a parte que prefere (tem o poder de escolha). Em cada uma das hipóteses A e B, ele pode escolher a parte com mais sol. Já na hipótese C, fica sempre com uma parte com metade sol.

2.2. Corte C
Se fizer o corte A, o Ricardo poderá escolher a parte com mais sol. Se fizer o corte B, o Ricardo poderá escolher a parte que tem sol.

3.1. Por exemplo: $A - P_2$, $B - P_1$, $C - P_5$, $D - P_4$, $E - P_6$

3.2. Por exemplo: $A - P_3$, $B - P_1$, $C - P_2$, $D - P_4$, $E - P_6$

4.1. Parte mais a nordeste: $\frac{3}{4} \times \frac{30°}{180°} + \frac{1}{4} \times \frac{150°}{180°} \approx 33\%$
Parte mais a sudoeste: $\frac{3}{4} \times \frac{150°}{180°} + \frac{1}{4} \times \frac{30°}{180°} \approx 67\%$

4.2. O Alex, o selecionador, escolhe a parte mais a sudoeste (que, para ele, vale 67% do valor total). O Lucas fica com a parte mais a nordeste (como é o divisor, para ele vale 50% do valor total).

Avaliação global

Pág. 180-183

1.1. Sr. Azevedo: Material informático, material de escritório e máquinas ($15 + 10 + 50 = 75$ pontos, vencedor inicial).
Sr. Salgado: Instalação (60 pontos, perdedor inicial).
Material informático: $\frac{15}{5} = 3$
Material de escritório: $\frac{10}{5} = 2$
Máquinas: $\frac{50}{30} = 1{,}(6)$
O item escolhido para o ajuste na partilha é "máquinas" pois após a sua transferência o perdedor inicial passaria a ser o vencedor inicial.
Seja x a fração do item "máquinas" que fica com o Sr. Azevedo.
$15 + 10 + 50x = 60 + 30(1 - x) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 50x + 30x = 60 + 30 - 15 - 10$
$\Leftrightarrow 80x = 65$
$\Leftrightarrow x = \frac{65}{80} = 0{,}8125$
Pontuação final:
Sr. Azevedo: $15 + 10 + 50 \times \frac{65}{80} = 65{,}625$
Sr. Salgado: $60 + 30 \times \frac{15}{80} = 65{,}625$
Distribuição final:
O Sr. Azevedo recebe o material informático, o material de escritório e 81,25% do item "máquinas".
O Sr. Salgado fica com as instalações e com 18,75% do item "máquinas".

1.2.

	Sr. Azevedo	Sr. Salgado
Material informático	1 500 000	600 000
Material de escritório	1 000 000	600 000
Máquinas	5 000 000	3 600 000
Instalações	2 500 000	7 200 000
Valor total licitado	10 000 000	12 000 000
Valor justo	5 000 000	6 000 000
Itens	Material de escritório, Material informático e Máquinas	Instalações
Valor total dos itens	7 500 000	7 200 000
Saldo	– 2 500 000	– 1 200 000
Dinheiro disponível	1 850 000	1 850 000
Dinheiro a receber/ pagar	– 650 000	+ 650 000
Total final	6 850 000	7 850 000

Dinheiro disponível: $2\,500\,000 + 1\,200\,000 = 3\,700\,000$
$3\,700\,000 : 2 = 1\,850\,000$

Distribuição:
Sr. Azevedo: Fica com o material informático, com o material de escritório e com as máquinas e paga 650 000 euros em dinheiro
Sr. Salgado: Fica com as instalações e recebe 650 000 euros em dinheiro

2.

	Diogo	Eduardo	Francisco
Scooter	3100	3400	2900
Cruzeiro	2300	1900	2000
Eletrodomésticos	2000	1600	1400
Valor total	7400	6900	6300
Valor justo	40% 2960	30% 2070	30% 1890
Itens	Cruzeiro + eletrodomésticos	Scooter	——
Valor dos itens	4300	3400	0
Valor a pagar/receber	– 1340	– 1330	+ 1890
Dinheiro sobrante	40% 312	30% 234	30% 234
Valor final em dinheiro	– 1028	– 1096	2124

Dinheiro sobrante: $1340 + 1330 - 1890 = 780$
Distribuição final:
Diogo: Fica com o cruzeiro e os eletrodomésticos (no valor de 4300 €) e paga 1028 €.
O Eduardo fica com a scooter (no valor de 3400 €) e paga 1096 €.
O Francisco recebe 2124 €.

3.1. **a)** Parte de cima: $2 \times 3x + 6x = 12x$
Parte de baixo: $8x$
Total: $20x$

$\frac{12}{20} = 0{,}6$ $\quad \frac{8}{20} = 0{,}4$

(B)

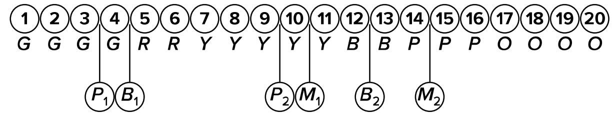
b) Como foi a Beatriz que dividiu o conjunto dos bombons, ela considera que as duas partes têm o mesmo valor, assim a resposta correta é a (A) 50% e 50%.

3.2. A Mónica fica com o conjunto dos bombons de cima (que para ela valem 60% do total) e a Beatriz fica com o conjunto dos bombons de baixo (que na perspetiva dela valem 50%).
Nenhuma das intervenientes ficou insatisfeita pois cada uma delas fica com, pelo menos, 50% do valor total (de acordo com a perspetiva individual).

4.1. Como a Petra foi sorteada para ser o divisor, esta irá efetuar a divisão, assegurando-se que o conjunto fica particionado em três partes que ela considera terem o mesmo valor, ou seja, $\frac{100\%}{3} = 33{,}(3)\%$ do valor total.

4.2. A Beatriz fica com a parte X_1, a Mónica com a parte X_2 e a Petra com a X_3.

5. G: verde, R: vermelho, B: azul, P: lilás, O: cor de laranja, Y: amarelo



– O primeiro marcador é o P_1, logo a Petra fica com os bombons 1, 2 e 3 (três verdes). Retiram-se os bombons atribuídos e os marcadores da Petra.
– O primeiro "segundo" marcador é o B_2, logo a Beatriz fica com os bombons entre B_1 e B_2, do 5 ao 12 (dois vermelhos, cinco amarelos e um azul). Retiram-se os bombons atribuídos e os marcadores da Beatriz.
– A Mónica fica com os bombons 15 ao 20, dois lilás e quatro cor de laranja).
Sobram 3 bombons, um verde, um azul e um lilás que podem ser atribuídos por sorteio.

6. 1.ª volta: Samoa (pois foi o único país a retificar);
2.ª volta: Barbados (pois foi o país a iniciar a 2.ª volta e ninguém retificou);
3.ª volta: Madagáscar (pois foi o último a retificar).

Questões tipo exame

Pág. 184-191

1.1. $31 + 198 + 328 + 26 + 210 = 793$ (votos validamente expressos)
Total de votos: $793 + 4 + 16 = 813$
$\frac{793}{813} \times 100 \approx 97{,}5\%$

1.2. (C)
$\frac{328}{793} \times 100 \approx 41{,}36\%$

1.3.

Divisores	A + D	B	C	E
1	57	198	328	210
2	29	99	164	105
3	19	66	109	70
4	14	50	82	53
5	11	40	66	42
6	10	33	55	35
7	8	28	47	30
8	7	25	41	26
9	6	22	36	23
10	6	20	33	21
11	5	18	30	19
12	5	17	27	18

Distribuição dos mandatos:
A + D: 1; B: 6; C: 9; E: 6
O associado tem razão pois a coligação A + D fica com um mandato.

2.1. (A)
$Q = \frac{210 + 93 + 178}{17 + 1} \approx 26{,}7$

2.2.

Modalidade	Quociente	Parte inteira do quociente	Ajuste	N.º de placares
Atletismo	7,87	7	$\frac{210}{1+7} = 26{,}25$	$7 + 1 = 8$
Natação	3,48	3	$\frac{93}{1+3} = 23{,}25$	3
Voleibol	6,67	6	$\frac{178}{1+6} = 25{,}43$	6
		16		17

Atletismo: 8 placares; Natação: 3 placares; Voleibol: 6 placares.

3.1.

Associação	Quota--padrão	L	L + 1	$H = \sqrt{L \times (L+1)}$	Quota arredondada
A	24,84	24	25	24,49	25
B	19,89	19	20	19,49	20
C	26,59	26	27	26,50	27
D	8,68	8	9	8,49	9

3.2. Não é possível, pois ficam distribuídos 81 convites quando só existem 80.

3.3.

Divisor modificado	9,15

Lista	N.º praticantes	Quota--padrão	L	L+1	H	Quota arredondada
A	226	24,6995	24	25	24,4949	25
B	181	19,7814	19	20	19,4936	20
C	242	26,4481	26	27	26,4953	26
D	79	8,6339	8	9	8,4853	9
Total	728					80

Associação A: 25 convites; Associação B: 20 convites; Associação C: 26 convites; Associação D: 9 convites

4.1.

	94	80	62	58
1.º	M	P	P	S
2.º	P	M	S	M
3.º	S	S	M	P

M vs P	94	80	62	58
1.º	M	P	P	M
2.º	P	M	M	P

M: $94 + 58 = 152$
P: $80 + 62 = 142$
Vencedor: M

M vs S	94	80	62	58
1.º	M	M	S	S
2.º	S	S	M	M

M: $94 + 80 = 174$
S: $62 + 58 = 120$
Vencedor: M

P vs S	94	80	62	58
1.º	P	P	P	S
2.º	S	S	S	P

P: $94 + 80 + 62 = 236$
S: 58
Vencedor: P

Candidato vencedor: Matilde (vence os outros dois nos confrontos individuais)

4.2.

Matilde: $3 \times 94 + 2 \times 80 + 1 \times 62 + 2 \times 58 = 620$ pontos
Pedro: $2 \times 94 + 3 \times 80 + 3 \times 62 + 1 \times 58 = 672$ pontos
Samuel: $1 \times 94 + 1 \times 80 + 2 \times 62 + 3 \times 58 = 472$ pontos
Candidato vencedor: Pedro (com 672 pontos)

5.

	Francisca	João	Rodrigo
Valor total licitado	325	385	345
Valor justo	81,25	154,00	120,75
Distribuição dos bens	Drone	Computador	Smartband
Valor total dos bens atribuídos	125,00	220,00	85,00
Saldo	- 43,75 Paga	- 66,00 Paga	35,75 Recebe
Dinheiro disponível 74,00	18,50	29,60	25,90
Total final	99,75	183,60	146,65

Francisca – recebe o drone, 18,50 € em dinheiro e paga 43,75 € (total final: 99,75 €)
João – recebe o computador, 29,60 € em dinheiro e paga 66 € (total final: 183,60 €)
Rodrigo – recebe a smartband e 61,65 € em dinheiro (total final: 146,65 €)

6. Carolina: F (42 pontos)
Leonor: R + V ($22 + 53 = 75$ pontos)
Presente com menor diferença: R ($22 - 20 = 2$)
Equação:
$75 - 22x = 42 + 20x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -42x = -33$
$\Leftrightarrow x = \frac{33}{42}$
Assim, $x \approx 79\%$.
Carolina: fica com F (férias numa pousada) e com aproximadamente 79% de R (bombons)
Leonor: fica com V (bilhete para o festival) e com aproximadamente 21% de R (bombons)
Solução:
I – a); II – c); III – b); IV – a)

7. I. Falsa (é o Santiago)
II. Verdadeira
III. Falsa (fica com os artigos 1 e 2)
IV. Falsa (sobram os artigos 3, 4, 10, 11, 12 e 13)

8. Lídia; Francisco; primeira; terceira
Justificação:
Na 1.ª volta: o Gustavo fica com a parcela (foi o único a retificar).
Na 2.ª volta: a Lídia fica com a parcela, pois foi ela que escolheu e ninguém retificou.
Na 3.ª volta: o Francisco fica com a parcela, pois foi o último a retificar (depois do Bruno).

91001313