



M.A.C.S. (10.º ano)

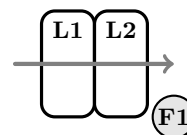
Teoria da partilha (divisão justa)

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

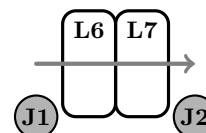


1. Aplicando o método descrito, de acordo com a posição dos marcadores, temos que:

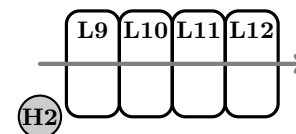
- Percorrendo a linha de cartões, partindo do cartão mais à esquerda, até se encontrar o primeiro marcador, observamos que as levadas L1 e L2 serão atribuídas ao Fernando, que colocou o primeiro marcador.



- Percorrendo a linha de caixas, novamente da esquerda para a direita, até se encontrar o segundo marcador de um dos outros dois guias, observamos que a Joana colocou esse marcador, pelo que lhe serão atribuídas as levadas compreendidas entre os seus primeiro e segundo marcadores, ou seja, as levadas L6 e L7.



- Ao guia que resta, a Helena, são atribuídas as levadas do seu segundo marcador, as levadas L9, L10, L11 e L12.



- As levadas 3, 4, 5 e 8 serão atribuídas por sorteio.

Assim, temos que:

Antes do sorteio de atribuição das levadas que restaram, à Joana serão atribuídas as levadas L6 e L7, à Helena serão atribuídas quatro levadas e, ao Fernando, duas levadas. As levadas L3 e L8 serão duas das atribuídas por sorteio aos três guias.

Logo, as correspondências corretas são:

- I → b)
- II → b)
- III → a)
- IV → a)

2. Procedendo à distribuição dos bens, aplicando o método descrito, temos:

	Augusto	Joaquim
X	32	24
Y	38	51
Z	30	25
Atribuição temporária	X+Z	Y
Total temporário	32 + 30 = 62	51
Diferença	X:32 - 24 = 8; Y:51 - 38 = 13; Z:30 - 25 = 5	
Bem usado no ajuste	Z	
Designação	A	B
Total final de pontos	$62 - \frac{x}{100} \times 30$	$51 + \frac{x}{100} \times 25$

Igualando os dois totais finais e revolvendo a equação que traduz a partilha equilibrada, vem:

$$62 - \frac{x}{100} \times 30 = 51 + \frac{x}{100} \times 25 \Leftrightarrow 62 - \frac{x \times 30}{100} = 51 + \frac{x \times 25}{100} \Leftrightarrow 62 - 0,3x = 51 + 0,25x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 62 - 51 = 0,25x + 0,3x \Leftrightarrow 11 = 0,55x \Leftrightarrow \frac{11}{0,55} = x \Leftrightarrow x = 20$$

Assim, a partilha final dos bens pelos dois amigos é:

- O Joaquim (B) recebe o bem Y e mais 20% do bem Z;
- O Augusto recebe o bem X mais $100 - 20 = 80\%$ do bem Z.

Assim, vem que:

O prémio temporariamente destinado ao Joaquim foi o prémio Y, sendo o total de pontos dos prémios temporariamente destinados ao Augusto igual a 62. O prémio a utilizar no ajuste da partilha é o prémio Z. Na partilha final dos prémios, o Augusto terá direito a 80 desse prémio.

Logo, as correspondências corretas são:

- I → b)
- II → b)
- III → c)
- IV → c)



3. Como o valor global atribuído pela Célia às três viagens foi $1000 + 1500 + a = 2500 + a$, o valor considerado justo é $\frac{2500 + a}{2}$ e como este valor é 1550 euros, temos que o valor atribuído pela Célia à viagem Z, ou seja, o valor de a , é:

$$\frac{2500 + a}{2} = 1550 \Leftrightarrow 2500 + a = 2 \times 1550 \Leftrightarrow a = 3100 - 2500 \Leftrightarrow a = 600$$

Assim, de acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

Funcionários	Célia	Guilherme
Valor Global atribuído	$1000 + 1500 + a = 2500 + a$	$1400 + 1000 + 550 = 2950$
Valor considerado justo	1550	$\frac{2950}{2} = 1475$
Atribuição das viagens	$Y + Z$	X
Valor recebido	$1500 + 600 = 2100$	1400
Excedente (E)	$2100 - 1550 = 550$	–
Valor em falta (F)	–	$1475 - 1400 = 75$
Dinheiro restante (E - F)	$550 - 75 = 475$	
Distribuição do dinheiro restante	$\frac{475}{2} = 237,5$	

Assim, após a divisão pelo método descrito, o Guilherme recebe a viagem X e $75 + 237,5 = 312,5$ euros.

Exame – 2022, 1.ª Fase



4. Aplicando o método descrito, nas condições descritas, vem:

Funcionários	Dora	Elsa	Fernando
Bens			
Bilhete	40 €	34 €	36 €
Camisola	20 €	22 €	26 €
CD	26 €	34 €	28 €
Percentagem do prémio	50%	30%	20%
Valor global	86	90	90
Porção justa	$86 \times \frac{50}{100} = 43$	$90 \times \frac{30}{100} = 27$	$90 \times \frac{20}{100} = 18$
Atribuição dos bens	Bilhete	CD	Camisola
Valor recebido	40	34	26
Excedente apurado	—	$34 - 27 = 7$	$26 - 18 = 8$
Défice apurado	$43 - 40 = 3$	—	—
Dinheiro em excesso	$7 + 8 - 3 = 12$		
Distribuição do excesso	$12 \times \frac{50}{100} = 6$	$12 \times \frac{30}{100} = 3,6$	$12 \times \frac{20}{100} = 2,4$

Assim, de acordo com as condições indicadas, a parte que cada funcionário deve receber, é:

- Dora: Recebe o bilhete e $3 + 6 = 9$ euros
- Elsa: Recebe o CD e paga $7 - 3,6 = 3,4$ euros
- Fernando: Recebe a camisola e paga $8 - 2,4 = 5,6$ euros

Exame – 2021, Ép. especial



5. Aplicando o método descrito, vem:

Telemóveis	Trabalhadores		
	Mariana	Pedro	Tiago
A	370	330	290
B	480	500	480
C	230	205	190
Valor global atribuído	1080	1035	960
Valor considerado justo	$\frac{1080}{3} = 360$	$\frac{1035}{3} = 345$	$\frac{960}{3} = 320$
Atribuição dos telemóveis	A+C	B	—
Valor monetário recebido	$370 + 230 = 600$	500	0
Excedente disponibilizado	$600 - 360 = 240$	$500 - 345 = 155$	—
Valor em falta recebido	—	—	320
Montante restante	$240 + 155 - 320 = 75$		
Divisão final	$\frac{75}{3} = 25$		

Assim, de acordo com o método descrito, a parte que cada trabalhador deve receber é:

- Mariana: Recebe os telemóveis A e C e paga e $240 - 25 = 215$ euros
- Pedro: Recebe o telemóvel B e paga e $155 - 25 = 130$ euros
- Tiago: Recebe $320 + 25 = 345$ euros

Exame – 2021, 1.ª Fase



6. Como a Elsa valoriza três vezes mais o bilhete B2 do que qualquer um dos outros bilhetes, e todos os outros bilhetes valorizados da mesma forma, podemos dividir a valorização da Elsa em 8 partes, da seguinte forma:

Bilhetes	B1	B2	B3	B4	B5	B6
Valorização da Elsa	1	3	1	1	1	1

Assim, 50% da valorização global dos bilhetes, da Elsa, é de $\frac{8}{2} = 4$ partes. Desta forma, analisando cada uma das opções apresentadas, temos:

Bilhetes	B1	B2	B3	B4	B5	B6	Total
Valorização da Elsa	1	3	1	1	1	1	8
Opção A	1			1		1	3
Opção B		3	1		1		5
Opção C	1		1		1	1	4
Opção D		3	1		1	1	6

Resposta: **Opção C**

Exame – 2020, 1.ª Fase

7. Procedendo à distribuição dos bens, aplicando o método descrito, temos:

	Elsa	Gaspar
F	19	35
M	26	5
T	55	60
Atribuição temporária	M	F+T
Total temporário	26	35 + 60 = 95
Designação	B	A
Bem usado no ajuste	T	
Total final	$26 + \frac{x}{100} \times 55$	$95 - \frac{x}{100} \times 60$

Igualando os dois totais finais e revolvendo a equação que traduz a partilha equilibrada, vem:

$$26 + \frac{x}{100} \times 55 = 95 - \frac{x}{100} \times 60 \Leftrightarrow 26 + \frac{x \times 55}{100} = 95 - \frac{x \times 60}{100} \Leftrightarrow 26 + 0,55x = 95 - 0,6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,55x + 0,6x = 95 - 26 \Leftrightarrow 1,15x = 69 \Leftrightarrow x = \frac{69}{1,15} \Leftrightarrow x = 60$$

Assim, a partilha final dos bens pelos dois amigos é:

- A Elsa recebe a mesa de campismo e mais 60% do tempo de utilização da tenda.
- O Gaspar recebe o fogão de campismo e 40% do tempo de utilização da tenda.

Assim, num ano com 365 dias, o tempo de utilização da tenda destinado ao Gaspar é de $365 \times 0,4 = 146$ dias.

Desta forma, no ano em causa, o Gaspar já tinha usado a tenda na totalidade do tempo que lhe era destinado, pelo que não terá direito a usá-la no festival referido.

Exame – 2020, 1.ª Fase

