M.A.C.S. (10.º ano)

Gráficos e medidas estatísticas

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

1. Designado por m a média das idades dos turistas que têm nacionalidade X (que é também a média das idades dos turistas da nacionalidade Z), e como a média dos 1200 turistas, temos que:

$$\frac{m \times 180 + 62 \times 350 + m \times 210 + 56 \times 460}{1200} = 54{,}5 \Leftrightarrow \frac{180m + 21\,700 + 210m + 25\,760}{1200} = 54{,}5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 390m + 47\,460 = 54{,}5 \times 1200 \Leftrightarrow 390m + 47\,460 = 65\,400 \Leftrightarrow 390m = 65\,400 - 47\,460 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 390m = 17\,940 \Leftrightarrow m = \frac{17\,940}{390} \Leftrightarrow m = 46$$

Exame – 2024, Ép. especial

2. Analisando cada uma das afirmações da coluna **II**, em cada uma das classes, temos:

Coluna II	[18,28[	[28,38[	[38,48[
(1)	Não concluíram: 6	Não concluíram: 3	Não concluíram: 21
(2)	Total de capitães: $6+9+3+15+21+21=75$		
	Capitães na classe: $6+9=15$ Quinta parte: $\frac{15}{75}\times 100=20\%$	Capitães na classe: $3+15=18$ Percentagem: $\frac{18}{75}\times 100=24\%$	Capitães na classe: $21+21=42$ Percentagem: $\frac{42}{56}\times 100=56\%$
(3)	Total de capitães que não concluíram: $9+15+21=45$		
	Quinta parte: $\frac{45}{5}=9$	Quinta parte: $\frac{45}{5}=9\ (\neq 15)$	Quinta parte: $\frac{45}{5}=9\ (\neq 21)$
(4)	Diferença: $9-6=3$	Diferença: $15-3=12$	Diferença: $21-21=0$
(5)	Capitães na classe: $6+9=15$	Capitães na classe: $3+15=18$	Capitães na classe: $21+21=42$
(6)	Frequência acumulada (%): $\frac{15}{75}\times 100=20\%$	Frequência acumulada (%): $\frac{15+18}{75}\times 100=44\%$	Frequência acumulada (%): 100%
(7)	Total de capitães que não concluíram: $9+15+21=45$		
	Frequência acumulada (%): $\frac{9}{45}\times 100=20\%$	Frequência acumulada (%): $\frac{9+15}{45}\times 100\approx 53{,}3\%$	Frequência acumulada (%): 100%

Assim, temos que:

- **(1)** Das equipas que concluíram o jogo de *Sala de Fuga*, o número de capitães cuja idade pertence à classe [28,38[é o menor.
- **(2)** 56% dos capitães de equipa têm idade pertencente à classe [38,48[.
- **(3)** A quinta parte dos capitães das equipas que não concluíram o jogo de *Sala de Fuga* tem idade pertencente à classe [18,28[.
- **(4)** [28,38[é a classe em que é maior a diferença entre o número de capitães das equipas que concluíram o jogo de Sala de Fuga e o número de capitães das equipas que não o concluíram.
- **(5)** Considerando a totalidade dos capitães das equipas, [38,48[é a classe modal das suas idades (porque é a classe com maior frequência).
- **(6)** Considerando a totalidade dos capitães das equipas, [38,48[é a classe mediana das suas idades(porque é a primeira classe com frequência acumulada superior a 50%).
- **(7)** O primeiro quartil das idades dos capitães das equipas que não concluíram o jogo de I pertence à classe [28,38[(porque é a primeira classe com frequência acumulada superior a 15%).

Logo, as correspondências corretas são:

- **(a) → (3)**
- **(b) → (1),(4),(7)**
- **(c) → (2),(5),(6)**

Exame – 2024, 2.ª Fase

3.

3.1.

3.1.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos "Pontos", e noutra lista os valores correspondentes do "N.º de clientes"como as respetivas frequências absolutas simples, temos:

Pontos	**N.º de clientes Freq. absoluta simples**
0	0
1	34
2	25
3	9
4	0
5	22
6	30
7	124
8	170
9	369
10	297

Calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor da média:

$$\overline{x} \approx 8{,}26$$

Para uma classificação do grau de satisfação na "Zona de excelência", o valor da média das pontuações deveria ser igual ou superior a 9 pontos, o que não acontece, usando este indicador.

Calculando o NPS, temos:

- total de Promotores: $369 + 297 = 666$
- total de Detratores: $0 + 34 + 25 + 9 + 0 + 22 + 30 = 120$
- percentagem de Promotores: $\dfrac{p}{666} = \dfrac{100}{1080} \Leftrightarrow p = \dfrac{100 \times 666}{1080} \Rightarrow p \approx 61{,}67\%$
- percentagem de Detratores: $\dfrac{p}{120} = \dfrac{100}{1080} \Leftrightarrow p = \dfrac{100 \times 120}{1080} \Rightarrow p \approx 11{,}11\%$
- $NPS = 61{,}67 - 11{,}11 = 50{,}56\%$

De acordo com a tabela, o valor do NPS (50 a 74) corresponde a uma classificação do grau de satisfação na "Zona de qualidade"e não na "Zona de excelência", de acordo com este indicador.

3.1.2. Observando os dados da tabela anterior e o valor da mediana obtida com recurso à calculadora gráfica, temos:

- Moda das pontuações dos Detratores: $\hat{x} = 1$
- Percentagem de clientes Neutros: $\dfrac{n}{124+170} = \dfrac{100}{1080} \Leftrightarrow n = \dfrac{100 \times 294}{1080} \Rightarrow n \approx 27\%$
- Mediana das pontuações dos 1080 clientes: $\tilde{x} = 9$
- Amplitude do setor circular relativo aos Promotores (666 num total de 1080):
  $\dfrac{s}{666} = \dfrac{360}{1080} \Leftrightarrow s = \dfrac{360 \times 666}{1080} \Leftrightarrow s = 222°$

E assim, vem que:

A moda das pontuações atribuídas pelos Detratores é **1**.
Os clientes Neutros representam, com arredondamento às unidades, aproximadamente **27** % da amostra.
A mediana das pontuações atribuídas pelos 1080 clientes é **9**.
Os resultados obtidos estão organizados no gráfico circular **222**, no qual se apresenta a amplitude, em graus, de um dos sectores.

Logo, as correspondências corretas são:

- **I → a)**
- **II → c)**
- **III → b)**
- **IV → c)**

3.2. Como os 723 clientes Promotores correspondem a $\dfrac{723 \times 100}{1000} = 72{,}3\%$ do total da amostra, podemos determinar o valor do NPS desta amostra:

$$NPS = 72{,}3 - 8 = 64{,}3\%$$

Para que a amostra permitisse classificar a empresa na Zona de excelência, este valor deveria ser, pelo menos, 75%, ou seja, seria necessário uma percentagem adicional de Promotores de $75 - 64{,}3 = 10{,}7\%$, a que corresponde o número mínimo de clientes Neutros, que teriam de passar a Promotores, de:

$$1000 \times \frac{10{,}7}{100} = 1000 \times 0{,}107 = 107$$

Exame – 2023, 2.ª Fase

4.

4.1. Organizando os dados relativos aos valores da temperatura mínima (16; 15; 16; 16; 15; 15; 14), da temperatura máxima (26; 23; 28; 29; 29; 28; 26) e da precipitação acumulada diária (1; 0,5;0,1; 0,2; 0; 0,3; 3), em três listas na calculadora gráfica e calculando as medidas estatísticas de cada uma das variáveis, obtemos os seguintes valores, relativos à média, mediana, 1.º quartil, desvio padrão, e amplitude:

	Temperatura mínima	Temperatura máxima	Precipitação acumulada diária
Média	15,2857	27	0,7286
Mediana	15	28	0,3
1º quartil	15	26	0,1
Desvio padrão	0,6999	2	0,9765
Amplitude	2	6	3

E assim, podemos estabelecer as correspondências seguintes:

- **(1) - (b)** O conjunto dos dados é o que apresenta média inferior à mediana são os da temperatura máxima;
- **(2) - (a)** O conjunto dos dados é o que apresenta o primeiro quartil igual à mediana para a variável temperatura mínima;
- **(3) - (c)** De segunda para terça, os valores da precipitação decresceram (de 0,5 para 0,1) e os valores das temperaturas miníma e máxima cresceram (de 15 para 16 e de 23 para 28, respetivamente) e em nenhum outro par de dias se verificou uma tendência semelhante;
- **(4) - (c)** Os valores da precipitação são todos diferentes,pelo que nenhum deles tem uma frequência maior que os restantes, pelo que não existe moda, ou seja, o conjunto dos dados é amodal;
- **(5) - (a)** O conjunto dos dados é o que apresenta menor dispersão em relação à média, que pode ser identificado através do valor do desvio padrão que é menor, são os dados relativos à temperatura mínima;
- **(6) - (b)** A amplitude dos dados da temperatura mínima é igual a 6;
- **(7) - (c)** Relativamente à temperatura mínima existem 3 dados acima da média, ou seja, mais de 30% $\left(3 \times \frac{100}{7} \approx 42{,}86\right)$; relativamente à temperatura máxima existem 4 dados acima da média, ou seja, mais de 30% $\left(4 \times \frac{100}{7} \approx 51{,}14\right)$ e relativamente à precipitação acumulada existem 2 dados acima da média, ou seja, menos de 30% $\left(2 \times \frac{100}{7} \approx 28{,}57\right)$

Logo, as correspondências corretas são:

- **(a) → (2),(5)**
- **(b) → (1),(6)**
- **(c) → (3),(4),(7)**

4.2. Designando por d, o valor da descida da temperatura máxima entre dois dias correspondentes das duas semanas, e calculado a soma das temperaturas registadas, temos:

- entre os dias 7 e 13: $26 + 23 + 28 + 29 + 29 + 28 + 26 = 189$
- entre os dias 14 e 20: $(26-d)+(23-d)+(28-d)+(29-d)+(29-d)+(28-d)+(26-d) = 189-7d$
- nos 14 dias da Festa: $189 + 189 - 7d = 378 - 7d$

Assim, sabendo que a média dos 14 dias da Festa foi de 25,5 °C, podemos calcular o valor d, da a descida da temperatura máxima entre os dias 7 e 14:

$$\frac{378 - 7d}{14} = 25{,}5 \Leftrightarrow 378 - 7d = 25{,}5 \times 14 \Leftrightarrow 378 - 7d = 357 \Leftrightarrow 378 - 357 = 7d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 378 - 357 = 7d \Leftrightarrow 21 = 7d \Leftrightarrow \frac{21}{7} = d \Leftrightarrow d = 3$$

Exame – 2023, 1.ª Fase

5.

5.1. Analisando todas os cenários possíveis temos:

- 3 vezes: esta situação não pode ter ocorrido porque assim teria $3 \times 18 = 54$ pontos e não 58 como indicado.
- 2 vezes: esta situação não pode ter ocorrido porque assim teria $2 \times 18 + 25 = 61$, pontos se na prova restante tivesse ficado em primeiro lugar, ou $2 \times 18 + 15 = 51$ pontos se na prova restante tivesse ficado em terceiro lugar, em qualquer outra posição na prova restante teria ainda menos pontos e nunca os 58 indicados.
- 1 vez: esta situação pode ter ocorrido visto que teria que ter ocupado um primeiro lugar, visto que com um segundo e dois terceiros a pontuação seria $18 + 2 \times 15 = 48$ pontos. Considerando um primeiro e um segundo, a pontuação obtida é $18 + 25 = 43$ pontos e assim para a prova restante a pontuação necessária seria $58 - 43 = 15$ correspondente a um terceiro lugar.

Como se pretende identificar o número máximo de vezes que o piloto pode ter ficado em segundo lugar, a resposta é 1, correspondendo a 1 primeiro lugar, 1 segundo lugar e um terceiro lugar.

Resposta: **Opção B**

5.2.

5.2.1. Pela observação do gráfico, e sabendo que a pontuação no Reino Unido foi de 18 pontos, podemos determinar a pontuação dos quatro últimos GP, adicionando a diferença para os GP que se realizaram depois deste:

GP	**Variação**	**Pontos**
Reino Unido	6	18
Itália	-8	$18 - 8 = 10$
França	0	$10 + 0 = 10$
Japão	15	$10 + 15 = 25$

Assim, o número médio de pontos obtidos por este piloto nos quatro últimos GP, é:

$$\overline{x} = \frac{18 + 10 + 10 + 25}{4} = 15{,}75$$

5.2.2. Como o piloto obteve o primeiro lugar no GP da Austrália, onde se percorreram todas as voltas previstas obteve 25 pontos.

Como no GP de Espanha a variação foi de -21, a pontuação obtida foi de $25 - 21 = 4$ pontos.

Como este GP tem um total de 66 voltas, das quais só se realizaram 45, a percentagem p de voltas concluídas é:

$$\frac{66}{100} = \frac{45}{p} \Leftrightarrow p = \frac{45 \times 100}{66} \Rightarrow p \approx 68{,}18\,\%$$

Ou seja, no GP de Espanhanão se cumpriram pelo menos 70% das voltas previstas, pelo que os 4 pontos obtidos pelo piloto correspondem a metade dos pontos previstos na tabela para a sua posição, ou seja 8 pontos, a que corresponde a 6.ª posição.

Exame – 2022, Ép. especial

6.

6.1. Identificando o máximo e o mínimo dos conjuntos de dados de cada diagrama, podemos determinar as respetivas amplitudes:

- (A) $30 - 18 = 12$
- (B) $31 - 12 = 19$
- (C) $39 - 14 = 25$
- (D) $31 - 12 = 19$

Assim, temos que apenas os diagramas das opções (B) e (D) podem representar as idades daquele grupo de pessoas. Adicionalmente podemos verificar que ambos os diagramas representam um conjunto com 14 dados, pelo devemos verificar em qual dos diagramas a média é 20:

- (B) $\overline{x} = \dfrac{12 \times 2 + 13 \times 2 + 15 \times 3 + 20 + 21 + 22 + 30 \times 2 + 31 \times 2}{14} = 20$
- (D) $\overline{x} = \dfrac{12 \times 3 + 13 \times 2 + 15 \times 2 + 17 + 18 + 19 + 21 \times 2 + 22 + 31}{14} \approx 17{,}2$

Resposta: **Opção B**

6.2. Designando por b o número de pessoas do grupo B, temos que:

- o número total de pessoas é: $14 + b$
- a soma das idades de todas as pessoas é: $20 \times 14 + 18 \times b$

Assim, como a média dos dos dois grupos é 18,7, o valor de b, é dado por:

$$\frac{20 \times 14 + 18 \times b}{14 + b} = 18{,}7 \Leftrightarrow 280 + 18b = 18{,}7(14 + b) \Leftrightarrow 280 + 18b = 261{,}8 + 18{,}7b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 280 - 261{,}8 = 18{,}7b - 18b \Leftrightarrow 18{,}2 = 0{,}7b \Leftrightarrow \frac{18{,}2}{0{,}7} = b \Leftrightarrow 26 = b$$

Exame – 2022, 2.ª Fase

7. Como no dia 3 de janeiro de 2018, a média das idades dos funcionários que se manteve na empresa, era 31,5 anos, então no dia 3 de janeiro de 2014, a média das idades dos mesmos funcionários era $31{,}5 - 3 = 28{,}5$.

Assim a média das idades destes funcionários, no dia 3 de janeiro de 2014, é:

$$\bar{x} = \frac{20 \times 1 + 22 \times 3 + 26 \times 2 + 31 \times b + 40 \times 2}{1 + 3 + 2 + b + 2} = \frac{31b + 218}{b + 8}$$

Assim, calculando o número de funcionários tinham 31 anos quando a agência foi inaugurada, ou seja, o valor de b, temos:

$$\frac{31b + 218}{b + 8} = 28{,}5 \Leftrightarrow 31b + 218 = 28{,}5(b + 8) \Leftrightarrow 31b + 218 = 28{,}5b + 228 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 31b - 28{,}5b = 228 - 218 \Leftrightarrow 2{,}5b = 10 \Leftrightarrow b = \frac{10}{2{,}5} \Leftrightarrow b = 4$$

Exame – 2022, 1.ª Fase

8.

8.1. Como existem 6 ouvintes com variação de peso normal (correspondentes aos IMC 19, 19, 20, 20, 20 e 23), então os restantes $20-6=14$ ouvintes tem um IMC que não pode ser classificado como variação normal.

Assim, a percentagem (p) correspondente é:

$$\frac{p}{100}=\frac{14}{20} \Leftrightarrow p=\frac{14\times 100}{20} \Leftrightarrow p=70$$

Resposta: **Opção A**

8.2. De acordo com os dados do histograma temos que o número de elementos da amostra, n, é:

$$n=18+a+6+32+16=a+72$$

Como os dados estão agrupados em classes, a média é calculada com recurso à identificação da marca de cada classe. Assim, como as marcas de classe são 16, 20, 24, 28 e 32, a média é:

$$\bar{x}=\frac{18\times 16+a\times 20+6\times 24+32\times 28+16\times 32}{a+72}=\frac{20a+1840}{a+72}$$

Admitindo que a média é igual a 24, temos que o valor é:

$$24=\frac{20a+1840}{a+72} \Leftrightarrow 24(a+72)=20a+1840 \Leftrightarrow 24a+1728=20a+1840 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24a-20a=1840-1728 \Leftrightarrow 4a=112 \Leftrightarrow a=\frac{112}{4} \Leftrightarrow a=28$$

Exame – 2021, Ép. especial

9.

9.1. Pela observação do gráfico podemos verificar que no mês 6 a taxa de utilização da cantina foi de 12,7% e no mês 7 foi de 9,4%.

Como no mês 6, frequentaram a cantina 1016 alunos, podemos estabelecer a proporção para determinar o número de alunos a que frequentaram a cantina no mês 7:

$$\frac{12{,}7}{9{,}4}=\frac{1016}{a} \Leftrightarrow a=\frac{1016\times 9{,}4}{12{,}7} \Leftrightarrow a=752$$

Logo a redução do número de alunos é:

$$1016-752=264$$

Assim, a percentagem x da redução do mês 7 relativamente ao mês 6, corresponde à proporção de 264 relativamente a 1016:

$$\frac{1016}{264}=\frac{100}{x} \Leftrightarrow x=\frac{100\times 264}{1016} \Rightarrow x\approx 26$$

Resposta: **Opção A**

9.2. Ordenando os dados de acordo com o gráfico ($b < 9{,}4$), podemos identificar a posição dos dados centrais, necessários para o cálculo da mediana:

$$\underbrace{b\,;\,9{,}4\,;\,11{,}7\,;\,12{,}7\,;\,13{,}9\,;\,14{,}5}_{50\%}\,;\,\underbrace{a\,;\,15{,}5\,;\,15{,}9\,;\,15{,}9\,;\,16{,}2\,;\,16{,}5}_{50\%}$$

Admitindo que a mediana dos dados recolhidos é 14,9%, e observando que é a média aritmética entre 14,5 e a, temos que:

$$\frac{14{,}5+a}{2} = 14{,}9 \Leftrightarrow a = 14{,}9 \times 2 - 14{,}5 \Leftrightarrow a = 16 - 7 \Leftrightarrow a = 15{,}3\%$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

10. Pela observação do gráfico podemos verificar que a média dos alunos que participaram no primeiro semestre é relativa a $15 + 55 = 70$ alunos, e que a média dos alunos que participaram no segundo semestre é relativa a $10 + 30 = 40$ alunos.

Assim a notta média dos 110 alunos é:

$$\bar{x} = \frac{15{,}65 \times 70 + 14{,}22 \times 40}{100} = 15{,}13 \text{ valores}$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

11. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada barra do histograma e calcular a frequência absoluta simples (a partir da frequência absoluta acumulada, por subtrações sucessivas), como se apresenta na tabela seguinte:

Classes	**Marca de classe**	**Frequência absoluta acumulada**	**Frequência absoluta simples**
[18,28[	$\frac{18+28}{2} = 23$	15	15
[28,38[	$\frac{28+38}{2} = 33$	75	$75 - 15 = 60$
[38,48[	$\frac{38+48}{2} = 43$	120	$120 - 75 = 45$
[48,58[	$\frac{48+58}{2} = 53$	140	$140 - 120 = 20$
[58,68[	$\frac{58+68}{2} = 63$	150	$150 - 140 = 10$

Assim, introduzindo na calculadora gráficas listas correspondentes às marca de classe e às frequências absolutas simples e calculando as medidas estatísticas referentes a estas duas listas obtemos o valor da média das idades dos 150 funcionários, com arredondamento às unidades:

$$\overline{x} \approx 40$$

Exame – 2021, 1.ª Fase

12.

12.1. Como a mediana é 8 e existem um total de 20 registos ($3+4+2+2=11$ rapazes e 9 raparrigas), a mediana é a média d0 10.º e do 11.º primeiro registos na lista ordenada de todos os registos.

Assim, escrevendo os 11 primeiros registos da lista ordenada temos:

$$\underbrace{\overbrace{5\,;\,5\,;\,5}^{\text{♂}}\,;\,\overbrace{5\,;\,5}^{\text{♀}}\,;\,\overbrace{6\,;\,6\,;\,6\,;\,6}^{\text{♂}}\,;\,\overbrace{\ 7\ }^{\text{♀}}}_{10}\,;\,\underbrace{\overbrace{\ a\ }^{\text{♀}}\,;\,...}_{10}$$

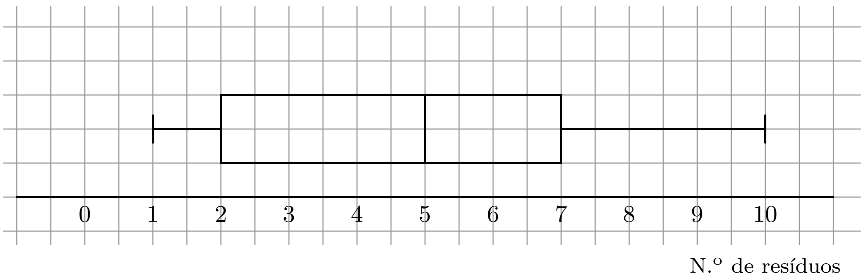
Assim a mediana ($\tilde{x}=8$) é a média aritmética entre 7 e a, ou seja:

$$\frac{7+a}{2}=8 \Leftrightarrow 7+a=16 \Leftrightarrow a=16-7 \Leftrightarrow a=9$$

12.2. Inserindo na calculadora gráfica os valores do número de resíduos numa lista e os valores da frequência absoluta noutra lista, e formatando a calculadora para obter os calculos estatísticos de uma variável, com dados agrupados, obtemos os seguintes valores para os quartis e para os extremos:

Mínimo	1
1.º quartil	2
Mediana	5
3.º quartil	7
Máximo	10

Assim, representando o diagrama de extremos e quartis relativo a estes dados, temos:



Desta forma podemos concluir que o diagrama apresentado no enunciado não traduz os dados apresentados na tabela, porque o valor do 3.º quartil não é 8, mas sim 7, como se ilustra no diagrama aqui representado.

Exame – 2020, Ép. especial

13. Como em abril foram ocupados menos 25% dos quartos do que em março, então o número de quartos ocupados em abril foi 75% dos número registado março.

Assim, como 198 corresponde a 75% do número de quartos ocupados em março (m), então a ocupação de março corresponde a 100%, e assim, estabelecendo a proporção, temos que:

$$\frac{m}{198}=\frac{100}{75} \Leftrightarrow m=\frac{100\times 198}{75} \Leftrightarrow m=264$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2020, 2.ª Fase

14.

14.1. Relacionando as frequências absoluta simples e absoluta acumulada do tempo de atraso de 5 min, podemos determinar a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso de 4 min, e podemos calcular a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso b, como está indicado na tabela:

Tempo de atraso (min)	**N.º de comboios**	**Frequência absoluta acumulada**
0		2
2		14
4	a	$37-13=24$
5	13	37
b	13	$37+13=50$
15		
17		100

Depois relacionando as frequências absolutas acumuladas dos tempos 2 e 4 min, podemos determinar o valor de a:

$$\text{Como } 14+a=24, \text{ então } a=24-14=10$$

Relativamente ao valor de b, como se verificou que existem 50 registos com um valor inferior a b e 50 registos com um valor igual ou superior a 15, então, como o total de registos é par, a mediana resulta da média entre b e 15. Como a mediana é 11 min, podemos determinar o valor de b:

$$\frac{b+15}{2}=11 \Leftrightarrow b+15=11\times 2 \Leftrightarrow b=22-15 \Leftrightarrow b=7$$

14.2. Como do conjunto das reclamações apresentadas em todas as estações, 13 680 se encontram pendentes, pela leitura do gráfico podemos verificar que este valor corresponde a 45% do total, pelo que, o número total de reclamações é:

$$\frac{t}{13\,680}=\frac{100}{45} \Leftrightarrow t=\frac{100\times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t=\frac{100\times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t=30\,400$$

Como do total das reclamações apresentadas, 40% são da estação E2, podemos calcular o número de reclamações da estão E2:

$$30\,400\times 0{,}4=12\,160$$

Novamente pela observação do gráfico podemos verificar que a percentagem de reclamações pendentes na estação E2 é 75%, pelo que o número correspondente é:

$$12\,160\times 0{,}75=9\,120$$

Exame – 2020, 2.ª Fase

15.

15.1. Como o tempo médio de espera é referente a 9 pessoas, tendo os tempos do Filipe e do amigo iguais (porque permaneceram juntos na fila), designado por t este valor, temos que:

$$\frac{30+24+22{,}5+18+12+8+3+t+t}{9}=15{,}5 \Leftrightarrow 117{,}5+2t=15{,}5\times 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t=139{,}5-117{,}5 \Leftrightarrow t=\frac{22}{2} \Leftrightarrow t=11$$

15.2. Observando que as pessoas indicadas na tabela, as que esperaram menos de três horas foram as pessoas A, B e C, ou seja 3 pessoas e designando por t o número total de clientes que, nesse dia, adquiriram bilhete, temos que:

- $t \times 0{,}6$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete (60% do total)
- $t \times 0{,}6 \times 0{,}004$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete e que figuram na tabela (0,4% do valor anterior)

Assim, determinando o valor de t, temos:

$$t \times 0{,}6 \times 0{,}04 = 3 \Leftrightarrow t = \frac{3}{0{,}6 \times 0{,}004} \Leftrightarrow t = 1250$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2020, 1.ª Fase

16.

16.1. Como existem 50 registos (referentes aos 50 clientes inquiridos pelo João), e como a média do número de artigos comprados é 1,96, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{50} = 1{,}96 \Leftrightarrow S = 1{,}96 \times 50 \Leftrightarrow S = 98$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, temos:

$$98 - 0 \times 8 - 1 \times 14 - 2 \times 12 - 3 \times 13 = 98 - 0 - 14 - 24 - 39 = 21$$

Desta forma, temos que o valor de a pode ser calculado por:

$$a \times 3 = 21 \Leftrightarrow a = \frac{21}{3} \Leftrightarrow a = 7$$

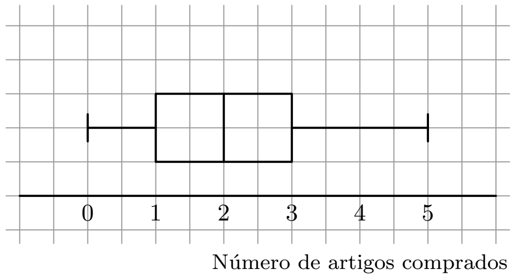
16.2. Organizando os dados recolhidos pelo João e pela Maria numa tabela, e agrupando as respostas semelhantes, temos:

N.º de artigos comprados	N.º de clientes (João)	N.º de clientes (Maria)	N.º de clientes (Total)
0	8	10	10
1	14	15	29
2	12	8	20
3	13	7	20
4	3	7	10
5	0	3	3

Inserindo na calculadora, em duas listas, os valores relativos ao N.º de artigos comprados, e ao N.º de clientes (Total), e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os seguintes valores para os extremos e para os quartis:

- Mínimo: 0
- 1.º quartil: 1
- Mediana (2.º Q): 2
- 3.º quartil: 3
- Mínimo: 5

E desta forma podemos desenhar o diagrama de extremos e quartis que representa os dados relativos ao número de artigos que os 100 clientes inquiridos:



Exame – 2019, Ép. especial

17.

17.1. Admitindo que o valor médio das 10 licitações é 34 euros, calculamos a soma (S) dos valores dos valores das 10 licitações:

$$\frac{S}{10} = 34 \Leftrightarrow S = 34 \times 10 \Leftrightarrow S = 340$$

Calculando a soma das 9 licitações indicadas no diagrama de caule e folhas, temos:

$$14 + 16 + 22 + 31 + 32 + 37 + 45 + 48 + 50 = 295$$

Assim, o valor em falta é dado pela diferença entre S e a soma dos valores das 9 licitações:

$$340 - 295 = 45$$

Resposta: **Opção A**

17.2.

17.2.1. • Considerando que 48 artigos foram vendidos por um preço inferior ou igual ao 3.º quartil, ou seja, que 48 artigos correspondem a 75% da população, então o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros (n), ou seja, superior ou igual à mediana pode ser 50% da população:

$$\frac{75}{48} = \frac{50}{n} \Leftrightarrow n = \frac{50 \times 48}{75} \Leftrightarrow n = 32$$

• Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana é calculada a partir de vários valores iguais, pelo que os valores iguais ou superior à mediana podem ser mais do 50%, por exemplo:

$$\underbrace{20\ ...\ 20}_{16}\underbrace{40\ ...\ 40}_{16}\underbrace{40\ ...\ 40\ \ 59}_{16}\underbrace{61\ \ 70\ ...\ 70}_{16}$$

Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $16 \times 3 = 48$

• Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana o 3.º quartil corresponde a mais do que 75% da população, por exemplo:

$$20\ \ \underbrace{30\ ...\ 30}_{23}\ \ 40\ \ \underbrace{60\ ...\ 60}_{23}\ \ 70$$

Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $23 + 2 = 25$

17.2.2. Identificando os valores indicados para as seis peças, nos diagramas respetivos, temos:

- Abril: 10 €(minímo) e 40 €(mediana)
- Julho: 40 €(1.º quartil) e 70 €(3.º quartil)
- Agosto: 2×90 €(máximo)

Assim o valor obtido com a venda das seis peças é:

$$10 + 40 + 40 + 70 + 2 \times 90 = 340 \text{ euros}$$

Exame – 2019, 2.ª Fase

18.

18.1. Como a média é relativa a 5 anos, temos que:

$$\frac{10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450}{5} = 13\,576 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450 = 13\,576 \times 5 \Leftrightarrow 54\,430 + a = 67\,880 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 67\,880 - 54\,430 \Leftrightarrow a = 13\,450$$