Capítulo 4 – Equação algébricas

F26

Pág. 63

1.1. $f(-1)=-(-1)=1$; $f(0)=-0=0$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$

$g(-1)=|-1|=1$; $g(0)=|0|=0$ e $g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

Como, $f(-1)=g(-1)$ e $f(0)=g(0)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)\neq g\left(\frac{1}{2}\right)$

Então $S=\{-1,\ 0\}$

2.1. I: incógnita: x
II: incógnita: p
III: incógnita: a

2.2. I: – 3
II: 3; – 1 e – 2
III: 0; – 3 e 1

2.3. I: $2x$ e x
II: $-5p$; p e $-7p$
III: $5a$ e $-a$

2.4. I: $2x$ e – 3
II: 3; $-5p$ e – 1
III: 0

2.5. I: x
II: – 2; x e $-7x$
III: $5a$; – 3; 1 e $-a$

Pág. 64

3.1. $f(-1)=-1-1=-2$

$f(0)=0-1=-1$

$f(1)=1-1=0$

$f(2)=2-1=1$

$g(-1)=(-1)^2-1=1-1=0$

$g(0)=0^2-1=-1$

$g(1)=1^2-1=1-1=0$

$g(2)=2^2-1=4-1=3$

Logo, $D'_f=\{-2,-1,\ 0,\ 1\}$ e $D'_g=\{-1,\ 0,\ 3\}$

3.2. Como $f(0)=g(0)=-1$ e $f(1)=g(1)=0$ e $f(-1)\neq g(-1)$ e $f(2)\neq g(2)$, então

$S=\{0,\ 1\}$

4.1. $D_g=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$; $D'_g=\{-2,\ 0,\ 2,\ 4\}$

4.2. $g(-1)=2$; $g(0)=4$; $g(3)=4$

4.3. **a)** $D_h=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$; $D'_h=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

b) Dado que $h(2)=g(2)=0$, e $h(x)\neq g(x)$, para qualquer $x\in\{-1,\ 0,\ 1,\ 3,\ 4\}$, então $S=\{2\}$

5. Por um lado, se $x=1$ é verdade que $(x-1)^2=0$.

No entanto, como $(-1)^2-1=0$, – 1 é solução da equação x^2-1, mas não da equação $x=1$.

Portanto, as equações não são equivalentes.

F27

Pág. 65

1.1. **a)** $f(x)-1=g(x)-2 \Leftrightarrow -g(x)+2=1-f(x)$

b) $f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow f(x)-\frac{1}{3}=g(x)-\frac{1}{3}$

c) $f(x)=g(x) \Leftrightarrow \frac{f(x)}{5}=\frac{g(x)}{5}$

d) $f(x)=g(x) \Leftrightarrow -2\times f(x)=-2\times g(x)$

2.1. $a+6=8 \Leftrightarrow a+6-6=8-6 \Leftrightarrow a=2$ $S=\{2\}$

2.2. $x+3=9 \Leftrightarrow x+3-3=9\times 3 \Leftrightarrow x=6$ $S=\{6\}$

2.3. $x+4=5 \Leftrightarrow x+4-4=5-4 \Leftrightarrow x=1$ $S=\{1\}$

2.4. $t+10=12 \Leftrightarrow t+10-10=12-10 \Leftrightarrow t=2$ $S=\{2\}$

2.5. $3+d=6 \Leftrightarrow 3-3+d=6-3 \Leftrightarrow d=3$ $S=\{3\}$

2.6. $1+s=4 \Leftrightarrow 1-1+s=4-1 \Leftrightarrow s=3$ $S=\{3\}$

2.7. $10=x+1 \Leftrightarrow 10-1=x+1-1 \Leftrightarrow 9=x$ $S=\{9\}$

2.8. $16=4+x \Leftrightarrow 16-4=4-4+x \Leftrightarrow 12=x$ $S=\{12\}$

2.9. $20=c+2 \Leftrightarrow 20-5=c+5-5 \Leftrightarrow 15=c$ $S=\{15\}$

2.10. $160=40+b \Leftrightarrow 160-40=40-40+b \Leftrightarrow 120=b$ $S=\{120\}$

3.1. $x-3=5 \Leftrightarrow x-3+3=5+3 \Leftrightarrow x=8$ $S=\{8\}$

3.2. $x-8=1 \Leftrightarrow x-8+8=1+8 \Leftrightarrow x=9$ $S=\{9\}$

3.3. $x-16=1 \Leftrightarrow x-16+16=1+6 \Leftrightarrow x=17$ $S=\{17\}$

3.4. $2=b-10 \Leftrightarrow 2+10=b-10+10 \Leftrightarrow 12=b$ $S=\{12\}$

3.5. $t-1=40 \Leftrightarrow t-1+1=40+1 \Leftrightarrow t=41$ $S=\{41\}$

3.6. $c-40=1 \Leftrightarrow c-40+40=1+40 \Leftrightarrow c=41$ $S=\{41\}$

Pág. 66

4.1. $3b=12 \Leftrightarrow \frac{3b}{3}=\frac{12}{3} \Leftrightarrow b=4$

$S=\{4\}$

4.2. $4c=20 \Leftrightarrow \frac{4x}{4}=\frac{20}{4} \Leftrightarrow x=5$

$S=\{5\}$

4.3. $6t=36 \Leftrightarrow \frac{6t}{6}=\frac{36}{6} \Leftrightarrow t=6$

$S=\{6\}$

4.4. $-5x=100 \Leftrightarrow \frac{-5}{-5}=\frac{100}{-5} \Leftrightarrow x=-20$

$S=\{-20\}$

4.5. $-2x=8 \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2}=\frac{8}{-2} \Leftrightarrow x=-4$

$S=\{-4\}$

4.6. $-x=10 \Leftrightarrow \frac{-x}{-1}=\frac{10}{-1} \Leftrightarrow x=-10$

$S=\{-10\}$

4.7. $-12x=24 \Leftrightarrow \frac{-12x}{-12}=\frac{24}{-12} \Leftrightarrow x=-2$

$S=\{-2\}$

4.8. $-7x=-7 \Leftrightarrow \frac{-7x}{-7}=\frac{-7}{-7} \Leftrightarrow x=1$

$S=\{1\}$

4.9. $80=-2x \Leftrightarrow \frac{80}{-2}=\frac{-2x}{-2} \Leftrightarrow -40=x$

$S=\{-40\}$

4.10. $5x=0 \Leftrightarrow \frac{5x}{5}=\frac{0}{5} \Leftrightarrow x=0$

$S=\{0\}$

4.11. $-2x=0 \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2}=\frac{0}{-2} \Leftrightarrow x=0$

$S=\{0\}$

4.12. $-20x=-80 \Leftrightarrow \frac{-20x}{-20}=\frac{-80}{-20} \Leftrightarrow x=4$

$S=\{4\}$

5.1. A situação de equilíbrio sugere a equação:

$3x=240$, onde x representa a massa de uma boneca.

Assim, $3x=240 \Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{240}{3} \Leftrightarrow x=80$

A massa da boneca é 80 g.

5.2. A situação de equilíbrio é equivalente à equação $2x = 200$, sendo x a massa, em gramas, de cada boneca.

Resolvendo a equação, tem-se:

$$2x = 200 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{200}{2} \Leftrightarrow x = 100$$

Cada boneca tem 100 g de massa.

5.3. A situação de equilíbrio é equivalente à equação $3x = x + 100$, onde x representa a massa de cada boneca.

Resolvendo a equação, tem-se:

$$3x = x + 100 \Leftrightarrow 3x - x = x - x + 100 \Leftrightarrow 2x = 100 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{100}{2} \Leftrightarrow x = 50$$

Cada boneca tem 50 g de massa.

F28

Pág. 67

1.1. Dado que o perímetro do triângulo é 30 cm, então:

$$x + x + x = 30 \Leftrightarrow 3x = 30 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{30}{3} \Leftrightarrow x = 10$$

Portanto, $x = 10$ cm.

1.2. Como, por hipótese, o perímetro do triângulo é 30 cm, então:

$$x + x + x - 3 = 30 \Leftrightarrow 3x - 3 = 30 \Leftrightarrow 3x - 3 + 3 = 30 + 3 \Leftrightarrow 3x = 33 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{33}{3} \Leftrightarrow x = 11$$

Portanto, $x = 11$ cm.

1.3. $x + 6 + x + 3 + x = 30 \Leftrightarrow 3x + 9 = 30 \Leftrightarrow 3x + 9 - 9 = 30 - 9 \Leftrightarrow 3x = 21 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{21}{3} \Leftrightarrow x = 7$

Portanto, $x = 7$ cm.

2.1. $2x + 1 = 11 \Leftrightarrow 2x + 1 - 1 = 11 - 1 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{10}{2} \Leftrightarrow x = 5$

Portanto, $2x = 10$ e $S = \{5\}$.

2.2. $14 = 3t - 5 \Leftrightarrow 14 + 5 = 3t - 5 + 5 \Leftrightarrow 19 = 3t \Leftrightarrow \frac{19}{3} = \frac{3t}{3} \Leftrightarrow t = \frac{19}{3}$

Assim, $3t = 19$ e $S = \left\{\frac{19}{3}\right\}$.

2.3. $-2a+8=-3 \Leftrightarrow -2a+8-8=-3-8 \Leftrightarrow -2a=-11 \Leftrightarrow \frac{-2a}{-2}=\frac{-11}{-2} \Leftrightarrow a=\frac{11}{2}$

Logo, $-2a=-11$ e $S=\left\{\frac{11}{2}\right\}$.

2.4. $10=3t-5 \Leftrightarrow 10+5=3t-5+5 \Leftrightarrow 15=3t \Leftrightarrow \frac{15}{3}=\frac{3t}{3} \Leftrightarrow t=5$

Logo, $3t=15$ e $S=\{5\}$.

2.5. $3x+4=3 \Leftrightarrow 3x+4-4=3-4 \Leftrightarrow 3x=-1 \Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{-1}{3} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$

Portanto, $3x=-1$ e $S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

2.6. $-5x+12=-5 \Leftrightarrow -5x+12-12=-5-12 \Leftrightarrow -5x=-17 \Leftrightarrow \frac{-5x}{-5}=\frac{-17}{-5} \Leftrightarrow x=\frac{17}{5}$

Logo, $-5x=-17$ e $S=\left\{\frac{17}{5}\right\}$.

2.7. $-10=-45+10s \Leftrightarrow -10+45=-45+45+10s \Leftrightarrow 35=10s \Leftrightarrow \frac{35}{10}=\frac{10s}{10} \Leftrightarrow \frac{7}{2}=s$

Logo, $10s=35$ e $S=\left\{\frac{7}{2}\right\}$ ou $S=\{3,5\}$.

2.8. $3z-8=16 \Leftrightarrow 3z-8+8=16+8 \Leftrightarrow 3z=24 \Leftrightarrow \frac{3z}{z}=\frac{24}{3} \Leftrightarrow z=8$

Logo, $3z=24$ e $S=\{8\}$.

2.9. $15=1+7x \Leftrightarrow 15-1=1-1+7x \Leftrightarrow 14=7x \Leftrightarrow \frac{14}{7}=\frac{7x}{7} \Leftrightarrow 2=x$

Portanto, $7x=14$ e $S=\{2\}$.

2.10. $10x-6=7 \Leftrightarrow 10x=7+6 \Leftrightarrow 10x=13 \Leftrightarrow \frac{10x}{10}=\frac{13}{10} \Leftrightarrow x=\frac{13}{10}$

Portanto, $10x=13$ e $S=\left\{\frac{13}{10}\right\}$ ou $S=\{1,3\}$.

2.11. $-x-12=10 \Leftrightarrow -x-12+12=10+12 \Leftrightarrow -x=22 \Leftrightarrow \frac{-x}{-1}=\frac{22}{-1} \Leftrightarrow x=-22$

Portanto, $-x=22$ e $S=\{-22\}$.

2.12. $-12x+6=-6 \Leftrightarrow -12x+6-6=-6-6 \Leftrightarrow -12x=-12 \Leftrightarrow \frac{-12x}{-12}=\frac{-12}{-12} \Leftrightarrow x=1$

Logo, $-12+6-6 \Leftrightarrow -12x=-12$ e $S=\{1\}$.

2.13. $0=-5x-35 \Leftrightarrow 0+35=-5x-35+35 \Leftrightarrow 35=-5x \Leftrightarrow \frac{35}{-5}=\frac{-5x}{-5} \Leftrightarrow -7=x$

Assim, $0=-5x-35 \Leftrightarrow -5x=35$ e $S=\{-7\}$.

2.14. $0=-2x-7-8 \Leftrightarrow 0+8=-2x-7-8+8 \Leftrightarrow 0+8=-2x-7 \Leftrightarrow 8=-2x-7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8+7=-2x-7+7 \Leftrightarrow 15=-2x \Leftrightarrow \frac{15}{-2}=\frac{-2x}{-2} \Leftrightarrow -\frac{15}{2}=x$

Logo, $0=-2x-7-8 \Leftrightarrow -2x=15$ e $S=\left\{-\frac{15}{2}\right\}$ ou $S=\{-7{,}5\}$.

2.15. $-32x+2=66 \Leftrightarrow -32x+2-2=66-2 \Leftrightarrow -32x=64 \Leftrightarrow \frac{-32x}{-32}=\frac{64}{-32} \Leftrightarrow x=-2$

Portanto, $-32x+2=66 \Leftrightarrow -32x=64$ e $S=\{-2\}$.

2.16. $-1=-4x-5 \Leftrightarrow -1+5=-4x-5+5 \Leftrightarrow 4=-4x \Leftrightarrow \frac{4}{-4}=\frac{-4x}{-4} \Leftrightarrow 4=x$

Assim, $-1=-4x-5 \Leftrightarrow -4x=4$ e $S=\{-1\}$.

Pág. 68

3.1. $-4x-15=-15x+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x+15x=5+15$

$\Leftrightarrow 11x=20$

$\Leftrightarrow \frac{11x}{11}=\frac{20}{11}$

$\Leftrightarrow x=\frac{20}{11}$

$S=\left\{\frac{20}{11}\right\}$ e $-4x-15=-15x+5 \Leftrightarrow 11x=20$

A partir do princípio da adição estabelece-se uma regra que nos diz que: numa equação, podemos passar um termo de um membro para outro trocando-lhe o sinal que obtemos uma equação equivalente.

3.2. $-2x-5-3x=0 \Leftrightarrow -2x-3x=5 \Leftrightarrow -5x=5 \Leftrightarrow \frac{-5x}{-5}=\frac{5}{-5} \Leftrightarrow x=-1$

$S=\{-1\}$ e $-2x-5-32=0 \Leftrightarrow -5x=5$

3.3. $-2=-x+4x+6 \Leftrightarrow -2-6=-x+4x \Leftrightarrow -8=3x \Leftrightarrow \frac{-8}{3}=\frac{3x}{3} \Leftrightarrow -\frac{8}{3}=x$

$S=\left\{-\frac{8}{3}\right\}$ e $-2=-x+4x+6 \Leftrightarrow 3x=-8$

3.4. $-6=-x+3+3x \Leftrightarrow -6-3=-x+3x \Leftrightarrow -9=2x \Leftrightarrow \frac{-9}{2}=\frac{2x}{2} \Leftrightarrow -\frac{9}{2}=x$

$S=\left\{-\frac{9}{2}\right\}$ e $-6=-x+3+3x \Leftrightarrow 2x=-9$

3.5. $-2x+1-x=-3x+2+x \Leftrightarrow -2x-x+3x-x=2-1 \Leftrightarrow -3x+3x-x=1 \Leftrightarrow -x=1 \Leftrightarrow x=-1$

$S=\{-1\}$ e $-2x+1-x=-3x+2+x \Leftrightarrow -x=1$

3.6. $150x+450=-10x+50-40x \Leftrightarrow 150x+10x+40x=50-450 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 200x=-400 \Leftrightarrow \frac{200x}{200}=\frac{-400}{200} \Leftrightarrow x=-2$$

$S=\{-2\}$ e $150x+450=-10x+50-40x \Leftrightarrow 200x=-400$

3.7. $-10x=-11x-4-2x+17 \Leftrightarrow -10x+11x+2x=-4+17 \Leftrightarrow x+2x=13 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 3x=13 \Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{13}{3} \Leftrightarrow x=\frac{13}{3}$$

$S=\left\{\frac{13}{3}\right\}$ e $-10x=-11x-4-2x+17 \Leftrightarrow 3x=13$

3.8. $-\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}x-\frac{7}{2}+1+\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x=-\frac{7}{2}+1+\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{2}x=-\frac{7}{2}+\frac{5}{2}+1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -2x=-\frac{2}{2}+1 \Leftrightarrow -2x=0 \Leftrightarrow x=0$$

$S=\{0\}$ e $-\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}x-\frac{7}{2}+1+\frac{5}{2} \Leftrightarrow x=0$

4. Sabe-se que o perímetro do polígono é 30 unidades. Portanto,

4.1. $x+x+(x+1)+(x+1)=30 \Leftrightarrow 4x+2=30 \Leftrightarrow 4x=30-2 \Leftrightarrow \frac{4x}{4}=\frac{28}{4} \Leftrightarrow x=7$

Logo, $x=7$ unidades.

4.2. $(x+1)+(3x+2)+(3x+2)+(x+1)=30 \Leftrightarrow x+3x+3x+x=30-1-2-2-1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 8x=24 \Leftrightarrow \frac{8x}{8}=\frac{24}{8} \Leftrightarrow x=3$$

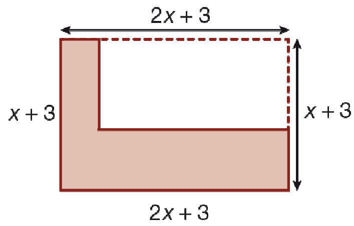
Logo, $x=3$ unidades.

4.3. $(x+3)+(2x+1)+(x+1)+x=30 \Leftrightarrow x+2x+x+x=30-3-1-1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 5x=25 \Leftrightarrow \frac{5x}{5}=\frac{25}{5} \Leftrightarrow x=5$$

Assim, $x=5$ unidades.

4.4. $2x+3+x+3+2x+3+x+3=30 \Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow 2\times(2x+3)+2\times(x+3)=30$

$\Leftrightarrow 4x+6+2x+6=30$

$\Leftrightarrow 6x+12=30$

$\Leftrightarrow 6x=30-12$

$\Leftrightarrow 6x=18$

$\Leftrightarrow \frac{6x}{6}=\frac{18}{6} \Leftrightarrow x=3$

Logo, $x=3$ unidades.

F29

Pág. 69

1.1. **a)** $-2x+1=x-1 \Leftrightarrow -2x-x=-1-1 \Leftrightarrow -3x=-2$

A equação é possível e determinada.

b) $-2+x=x-2 \Leftrightarrow x-x=-2+2 \Leftrightarrow 0x=0$

A equação é possível e indeterminada.

c) $x+\frac{1}{2}=2x+\frac{1}{2} \Leftrightarrow x-2x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2} \Leftrightarrow -x=0$

A equação é possível e determinada.

d) $10x-2\times\frac{2}{5}x=10x-2 \Leftrightarrow 10x-\frac{4}{5}x=10x-2 \Leftrightarrow 10x-10x-\frac{4}{5}x=-2 \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x=-2$

A equação é possível e determinada.

e) $3-2x=0,5x+3 \Leftrightarrow -2x-0,5x=3-3 \Leftrightarrow -2,5x=0$

A equação é possível e determinada.

f) $20-30x+10=-30x-30 \Leftrightarrow -30x+30x=-30-20-10 \Leftrightarrow 0x=-60$

A equação é impossível.

1.2. **a)** $-2x+\frac{1}{3}=2 \Leftrightarrow -2x=2-\frac{1}{3} \Leftrightarrow -2x=\frac{6}{3}-\frac{1}{3} \Leftrightarrow -2x=\frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2}=\frac{\frac{5}{3}}{-2} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{6}$

ou

$-2x+\frac{1}{3}=2 \Leftrightarrow -6x+1=6 \Leftrightarrow -6x=6-1 \Leftrightarrow -6x=5 \Leftrightarrow \frac{-6x}{-6}=\frac{5}{-6} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{6}$

$S=\left\{-\frac{5}{6}\right\}$

b) $4x-1=0 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$

Como $\frac{1}{4}\notin \mathbb{N}$, então a equação é impossível em $\mathbb{N}$.

c) $-2-x+1=2x+1 \Leftrightarrow -x-2x=1-1+2 \Leftrightarrow -3x=2 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3}=\frac{2}{-3} \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$

Como $-\frac{2}{3}\notin \mathbb{Z}$, então a equação é impossível em $\mathbb{Z}$.

d) $2+x=0 \Leftrightarrow x=-2$

Como $-2\notin \mathbb{N}$, então a equação é impossível em $\mathbb{N}$. $S=\varnothing$

e)

$$5\times(3-x)=3-x \Leftrightarrow 15-5x=3-x \Leftrightarrow -5x+x=3-15 \Leftrightarrow -4x=-12 \Leftrightarrow \frac{-4x}{-4}=\frac{-12}{-4} \Leftrightarrow x=3$$

$S=\{3\}$

f) $2\times\frac{1}{5}x=2 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x=1 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{5}x}{\frac{1}{5}}=\frac{1}{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow x=5$

$S=\{5\}$

2.1. $2x=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{2x}{2}=\frac{\frac{1}{4}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{1}{8}=0{,}125$

$S=\{0{,}125\}$

2.2. $3x-1=10 \Leftrightarrow 3x=10+1 \Leftrightarrow 3x=11 \Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{11}{3} \Leftrightarrow x=\frac{11}{3}$

Representemos $\frac{11}{3}$ num numeral misto.

$$\begin{array}{r|l} 11 & 3 \\ \cline{2-2} 02 & 3 \end{array}$$

Logo, $\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}$. Portanto, $S=\left\{3\frac{2}{3}\right\}$

2.3. $-6+6x=2-3x \Leftrightarrow 6x+3x=2+6 \Leftrightarrow 9x=8 \Leftrightarrow \frac{9x}{9}=\frac{8}{9} \Leftrightarrow x=\frac{8}{9}$

Ora, $\frac{8}{9}=0{,}888\ldots=0{,}(8)$

Portanto, $S=\{0{,}89\}$

2.4. $0{,}1x - 2 = x + 3{,}5 \Leftrightarrow 0{,}1x - x = 3{,}5 + 2 \Leftrightarrow -0{,}9x = 5{,}5 \Leftrightarrow -9x = 55 \Leftrightarrow \frac{-9x}{-9} = \frac{55}{-9} \Leftrightarrow x = -\frac{55}{9}$

$S = \left\{-\frac{55}{9}\right\}$

3.1. **a)** $-(x+5) = -x+5$

b) Por exemplo:

$-10x + 10 = 2\times(-5)x + 2$

c) $2\times\left(-2x - \frac{1}{3}\right) = -4x + 2$

d) $-0{,}1\times 2x - \frac{1}{5} = -0{,}2x - \frac{1}{3}$

3.2. **a)** $-2x + 5\times(-0{,}5x) + 10 = -4{,}5x + 10$

b) $-\frac{1}{10}x + 0{,}5 = -0{,}1x + 0{,}5$

c) $5 - (-2x) = 2x + 5$

d) $2\times\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5}\times 4x - 1$

e) $\frac{1}{3}x : 2 - \frac{1}{7} = \frac{1}{6}x + \frac{5}{7} - \frac{6}{7}$

4.1. Vamos substituir *x* por $7\frac{1}{2}$.

Ora, $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$.

Assim, $2\times\frac{15}{2} - 10 = -2\times\frac{15}{2} + 20 \Leftrightarrow 15 - 10 = -15 + 20 \Leftrightarrow 5 = 5$, proposição verdadeira.

Logo, $7\frac{1}{2}$ é solução da equação.

4.2. Vamos substituir *x* por – 1.

$2\times(-1) - 10 = -2\times(-1) + 20 \Leftrightarrow -2 - 10 = 2 + 20 \Leftrightarrow -12 = 22$, proposição falsa.

Logo, – 1 não é solução da equação.

5.1. $f(x) = 2\times\left(x - \frac{1}{3}\right) + 5x = 2x - \frac{2}{3} + 5x = 7x - \frac{2}{3}$

$g(x) = \frac{1}{3}\times(2x - 6) = \frac{2}{3}x - 2$

5.2. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 7x - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x - 2 \Leftrightarrow 21x - 2 = 2x - 6 \Leftrightarrow 21x - 2x = -6 + 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 19x = -4 \Leftrightarrow \frac{19}{19}x = \frac{-4}{19} \Leftrightarrow x = -\frac{4}{19}$

$S = \left\{-\frac{4}{19}\right\}$

F30

Pág. 71

1.1. $6x = 2x - (x - 10) \Leftrightarrow 6x = 2x - x + 10 \Leftrightarrow 6x - 2x + x = 10 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 2$

$S = \{2\}$

1.2. $-3 - 2\times(-3 + 2x) = -x \Leftrightarrow -3 + 6 - 4x = -x \Leftrightarrow -4x + x = -6 + 3 \Leftrightarrow -3x = -3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} = \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow x = 1$$

$S = \{1\}$

1.3. $-2(x - 1) - 3(x + 2) = 11 \Leftrightarrow -2x + 2 - 3x - 6 = 11 \Leftrightarrow -2x - 3x = 11 + 6 - 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -5x = 17 - 2 \Leftrightarrow -5x = 15 \Leftrightarrow \frac{-5x}{-5} = \frac{15}{5} \Leftrightarrow x = -3$$

$S = \{-3\}$

1.4. $2x + 3 - 5(x - 6) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 - 5x + 30 = 0 \Leftrightarrow 2x - 5x + 33 = 0 \Leftrightarrow 2x - 5x = -33 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -3x = -33 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} = \frac{-33}{-3} \Leftrightarrow x = 11$$

$S = \{11\}$

1.5. $0 = -24 - 3(x - 1) - 4x \Leftrightarrow -24 - 3x + 3 - 4x = 0 \Leftrightarrow -3x - 4x = 24 - 3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -7x = 21 \Leftrightarrow \frac{-7x}{-7} = \frac{21}{-7} \Leftrightarrow x = -3$$

$S = \{-3\}$

1.6. $-5x = -3(x + 4) + 2(x + 2) \Leftrightarrow -5x = -3x - 12 + 2x + 4 \Leftrightarrow -5x + 3x - 2x = -12 + 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -2x - 2x = -8 \Leftrightarrow -4x = -8 \Leftrightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-8}{-4} \Leftrightarrow x = 2$$

$S = \{2\}$

1.7. $3(x - 1) - x = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 - x = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x - x - 2x = -3 + 3 \Leftrightarrow 0x = 0$

Equação possível indeterminada

$S = \mathbb{Q}$

1.8. $5 - 2x = 2(1 - x) \Leftrightarrow 5 - 2x = 2 - 2x \Leftrightarrow -2x + 2x = 2 - 5 \Leftrightarrow 0x = -3$

Equação impossível, $S = \varnothing$.

2.1. $\frac{1}{2}x-\left(\frac{2}{3}-x\right)=2(x-1)\Leftrightarrow\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}+x=2x-2\Leftrightarrow 3x-4+6x=12x-12\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x+6x-12x=-12+4\Leftrightarrow -3x=-8\Leftrightarrow\frac{-3x}{-3}=\frac{-8}{-3}\Leftrightarrow x=\frac{8}{3}$

$S=\left\{\frac{8}{3}\right\}$

2.2. $-\frac{x-1}{3}+2\left(x-\frac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow-\frac{x-1}{3}+2x-1=0\Leftrightarrow -x+1+6x-3=0\Leftrightarrow 5x=2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\frac{5x}{5}=\frac{2}{5}\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}$

$S=\left\{\frac{2}{5}\right\}$

2.3. $\frac{x-\frac{1}{2}}{2}=\frac{x-1}{4}+1\Leftrightarrow\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x-1}{4}+1\Leftrightarrow 2x-1=x-1+4\Leftrightarrow 2x-x=4\Leftrightarrow x=4$

$S=\{4\}$

2.4. $-\frac{1}{3}\times\left(2-\frac{x}{2}\right)=3\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)\Leftrightarrow-\frac{2}{3}+\frac{x}{6}=2x-1\Leftrightarrow -4+x=12x-6\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-12x=-6+4\Leftrightarrow -11x=-2\Leftrightarrow\frac{-11x}{-11}=\frac{-2}{-11}\Leftrightarrow x=\frac{2}{11}$

$S=\left\{\frac{2}{11}\right\}$

2.5. $4\times\left(1-\frac{1}{4}x+\frac{2}{5}\right)=-2\times\left(x+\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2}x-\frac{2x-1}{10}\Leftrightarrow 4-x-\frac{8}{5}=-2x-\frac{4}{3}-\frac{1}{2}x-\frac{2x-1}{10}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 120x-30x-48=-60x-40-15x-6x+3\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 120x-30x+60x+15x+6x=-40+3+48\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 171x=11\Leftrightarrow\frac{171x}{171}=\frac{11}{171}\Leftrightarrow x=\frac{11}{171}$

$S=\left\{\frac{11}{171}\right\}$

Pág. 72

3.1. **a)** $x+20$ pode representar o custo, em cêntimos, de um bolo.

b) $2(x+20)$ pode representar o custo, em cêntimos, de dois bolos.

c) $x+2(x+20)$ pode representar o custo, em cêntimos, de dois bolos e um copo de leite.

3.2. Dado que dois bolos e um copo de leite custaram 1,60 €, então o aumento pode ser equivalente à equação: $x+2(x+20)=160$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$x+2(x+20)=160 \Leftrightarrow x+2x+40=160 \Leftrightarrow 3x=160-40 \Leftrightarrow 3x=120 \Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{120}{3} \Leftrightarrow x=40$$

Cada bolo custa 40 cêntimos.

3.3. Se um copo de leite custa 40 cêntimos, então um bolo custará $(40+20)$ cêntimos, ou seja, 60 cêntimos.

Logo, dois bolos custaram 120 cêntimos, ou seja, 1,20 euros.

4.1. $x+5$

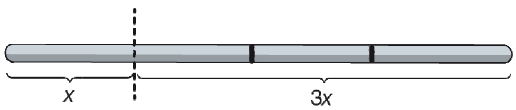
4.2. A expressão $4x+5(x+5)$ pode representar o custo, em cêntimos, de quatro melancias e cinco melões.

4.3. Como as quatro melancias e os cinco melões custaram 3,22 €, ou seja, 322 cêntimos, então o enunciado é equivalente à equação:

$$4x+5(x+5)=322 \Leftrightarrow 4x+5x+25=322 \Leftrightarrow 9x=322-25 \Leftrightarrow 9x=297 \Leftrightarrow \frac{9x}{9}=\frac{297}{9} \Leftrightarrow x=33$$

Cada melancia custa 33 cêntimos e cada melão custa 38 cêntimos.

5.1.



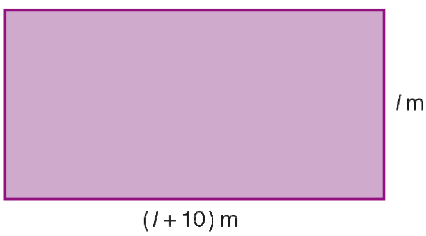
O enunciado é equivalente à equação $x+3x=32$. Resolvendo a equação, obtém-se:

$$x+3x=32 \Leftrightarrow 4x=32 \Leftrightarrow \frac{4x}{4}=\frac{32}{4} \Leftrightarrow x=8$$

Logo, a parte maior tem 3×8 cm de comprimento, ou seja, 24 cm.

5.2. Seja l a medida, em metros, da largura do terreno.

Assim, $(l+10)$ representa a medida do comprimento, em metros.



O enunciado é equivalente à equação $2\times l+2(l+10)=200$, pois, por hipótese, gastaram exatamente 200 m na vedação do jardim.

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$2l+2(l+10)=200 \Leftrightarrow 2l+2l+20=200 \Leftrightarrow 4l=200-20 \Leftrightarrow 4l=180 \Leftrightarrow \frac{4l}{4}=\frac{180}{4} \Leftrightarrow l=45$$

Portanto, as dimensões do jardim são: 45 m de largura e $(45+10)$ m de comprimento, ou seja, 55 m. Desta forma, a área do terreno é dada por: $(45\times 55)\ \text{m}^2=2475\ \text{m}^2$.

O jardim tem 2475 m^2.

6.1. O triângulo é isósceles.

6.2. **a)** 20 pode representar a medida do perímetro do triângulo.

b) $20=2\times\left(x+\frac{2}{3}\right)+x \Leftrightarrow 20=2x+\frac{4}{3}+x \Leftrightarrow 60=6x+4+3x \Leftrightarrow 60-4=9x \Leftrightarrow 56=9x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{56}{9}=\frac{9x}{9} \Leftrightarrow x=\frac{56}{9} \qquad S=\left\{\frac{56}{9}\right\}$$

c) Se $x=\frac{56}{9}$, então $x+\frac{2}{3}=\frac{56}{9}+\frac{2}{3}=\frac{56}{9}+\frac{6}{9}=\frac{62}{9}$.

Logo, dois lados do triângulo medem $\frac{62}{9}$ unidades e um lado mede $\frac{56}{9}$ unidades.

F31

Pág. 73

1.1. Seja x o número em que pensou o António. Assim, o problema pode ser traduzido pela equação: $x+5=2x$

Resolvendo a equação, tem-se: $x+5=2x \Leftrightarrow 5=2x-x \Leftrightarrow 5=x$

O António pensou no número 5.

1.2. Seja x o número em que pensou o António.

O enunciado do problema é equivalente à equação: $\left(x+\frac{2}{3}\right)\times 5=16$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$\left(x+\frac{2}{3}\right)\times 5=16 \Leftrightarrow 5x+\frac{10}{3}=16 \Leftrightarrow 15x+10=48 \Leftrightarrow 15x=48-10 \Leftrightarrow 15x=38 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{15x}{15}=\frac{38}{15} \Leftrightarrow x=\frac{38}{15}$$

O António pensou no número $\frac{38}{15}$.

1.3. Seja y o número em que pensou o Sérgio.

O enunciado do problema é equivalente à equação:

$$(y-0,5)\times 3 = 30 \Leftrightarrow 3y - 1,5 = 30 \Leftrightarrow 3y = 31,5 \Leftrightarrow \frac{3y}{3} = \frac{31,5}{3} \Leftrightarrow y = 10,5$$

O Sérgio pensou no número 10,5.

1.4. Seja x a idade do António. Então a idade do Sérgio é dada pela expressão $2x$.

O enunciado é equivalente à equação: $x + 2x = 30$.

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$x + 2x = 30 \Leftrightarrow 3x = 30 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{30}{3} \Leftrightarrow x = 10$$

O Sérgio tem 10 anos.

1.5. Seja z o número em que a Cristina e o Pedro pensaram.

O enunciado do problema pode ser traduzido pela equação:

$$(z-4)\times 2 = z - 3 - 27 \Leftrightarrow 2z - 8 = 3z - 27 \Leftrightarrow 2z - 3z = -27 + 8 \Leftrightarrow -z = -19 \Leftrightarrow z = 19$$

A Cristina e o Pedro pensaram no número 19.

1.6. Seja z o número em que a Cristina pensou.

O enunciado do problema pode ser traduzido pela equação: $(z-4)\times 3 + 30 = 30$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$(z-4)\times 3 + 30 = 30 \Leftrightarrow 3z - 12 + 30 = 30 \Leftrightarrow 3z = 12 \Leftrightarrow \frac{3z}{3} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow z = 4$$

A Cristina pensou no número 4.

Pág. 74

2.1. $120 - x = 112 - 12$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$120 - x = 112 - 12 \Leftrightarrow 120 - x = 100 \Leftrightarrow -x = 100 - 120 \Leftrightarrow x = 20$$

O Vítor gastou 20 euros.

2.2. Seja x o número de mulheres que trabalham na fábrica.

Assim, 4x representa o número de homens que trabalham naquela fábrica.

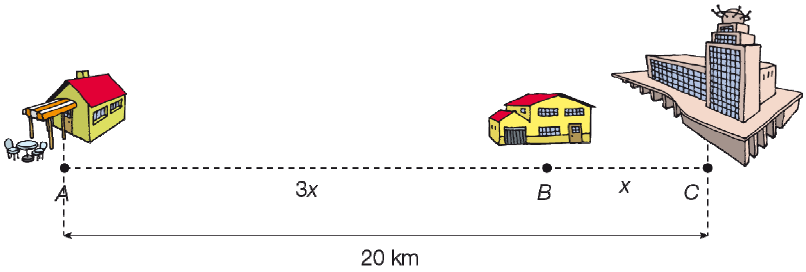
Logo, $4x + x = 150$.

Resolvendo a equação, tem-se:

$$4x + x = 150 \Leftrightarrow 5x = 150 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{150}{5} \Leftrightarrow x = 30$$

Na fábrica trabalham 120 homens.

2.3.



Assim, $3x + x = 20 \Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{20}{4} \Leftrightarrow x = 5$

Portanto, $\overline{BC} = 5$ km.

2.4. Seja x o preço do copo de leite, em cêntimos.

O enunciado do problema é equivalente à equação: $x + (x + 25) = 115$

$$x + (x + 25) = 115 \Leftrightarrow x + x + 25 = 115 \Leftrightarrow 2x = 115 - 25 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = 90 \Leftrightarrow x = 45$$

Cada copo de leite custa 45 cêntimos e cada pão com fiambre custa 70 cêntimos.

3.1. $20x$ e $18(x+3)$ representa o número total de alunos que frequentam a escola.

3.2. $20x = 18(x+3) \Leftrightarrow 20x = 18x + 54 \Leftrightarrow 20x - 18x = 54 \Leftrightarrow 2x = 54 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{54}{2} \Leftrightarrow x = 27$

Significa que existem 27 turmas com 20 alunos na escola.

Logo, a escola tem 540 alunos.

A4

Pág. 75

1.1. $2x + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{2} - 1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = -\frac{\frac{1}{2}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$

$S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

1.2. $\frac{3}{5} = -x + \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = -x \Leftrightarrow 0 = -x \Leftrightarrow 0 = x$

$S = \{0\}$

1.3. $2x - 2 - 5 = -x + 5 \Leftrightarrow 2x + x = 5 + 2 + 5 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4$

$S = \{4\}$

1.4. $\frac{2}{3}-(x+1)=\frac{2}{3}-2\left(x+\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{2}{3}-x-1=\frac{2}{3}-2x-1 \Leftrightarrow -x-1=-2x-1 \Leftrightarrow -x+2x=0 \Leftrightarrow x=0$

$S=\{0\}$

2.1. Seja *x* o número desconhecido. O enunciado é equivalente à equação $3x=x+10$.

Resolvendo a equação, tem-se:

$3x=x+10 \Leftrightarrow 3x-x=10 \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow \frac{2x}{2}=\frac{10}{2} \Leftrightarrow x=5$

$S=\{5\}$

2.2. Consideremos *y* número de automóveis.

Como existem na garagem 20 veículos, então a expressão 20 – *y* representa o número de motos.

Portanto, o enunciado é equivalente à equação: $4y+2(20-y)=66$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$4y+2(20-y)=66 \Leftrightarrow 4y+40-2y=66 \Leftrightarrow 4y-2y=66-40 \Leftrightarrow 2y=26 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2y}{2}=\frac{26}{2} \Leftrightarrow y=13$$

Se estão 13 automóveis na garagem, então o número de motos é dado pela diferença $20-13=17$.

Estão na garagem 17 motos.

2.3. Seja *x* o número de anos que devem passar de modo a que a idade da Cristina seja igual à soma das idades das suas duas filhas.

O enunciado do problema é equivalente à equação:

$40+x=12+x+7+x \Leftrightarrow 40-12-7=x \Leftrightarrow 21=x$

Daqui a 21 anos a idade da Cristina é igual à soma das idades das suas duas filhas.

Repara que: $40+21=61$, $12+21=33$ e $7+21=28$

Ora, $61=33+28$

3.1. O perímetro da região colorida é igual ao perímetro do quadrado [*ABCD*], cujo comprimento do lado é *x* unidades.

Assim, a expressão do perímetro é 4*x*.

3.2. Por hipótese, o perímetro é igual a 40 unidades.

Assim, $4x=40$, sendo $x=\overline{EC}$. Logo, $4x=40 \Leftrightarrow x=10$.

Portanto, $\overline{EC}=10$ unidades de comprimento.

3.3. $A_{[ABCDGF]} = A_{[ABCE]} - A_{[FGDE]} = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

A área da região colorida é igual a 36 (u. a.).

Pág. 76

4.1. Sabe-se que a área do jardim é 50 m^2.

Logo, $10 \times (3 + x) = 50$.

Resolvendo a equação, obtém-se:

$$10 \times (3 + x) = 50 \Leftrightarrow 30 + 10x = 50 \Leftrightarrow 10x = 50 - 30 \Leftrightarrow \frac{10x}{10} = \frac{20}{10} \Leftrightarrow x = 2$$

O valor de *x* é 2 m.

4.2. A área disponível é dada pela diferença $\left(50 - 2^2\right)$ m^2 $= 46$ m^2.

O jardim do Jacinto ainda ficou com 46 m^2 de área disponível.

5.1. $5 - 3(-x + 1) = -x - 6 + 24 \Leftrightarrow 5 + 3x - 3 = -x - 6 + 24 \Leftrightarrow 3x + x = -6 + 24 - 5 + 3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{16}{4} \Leftrightarrow x = 4$$

Por outro lado, $2x - 7 = 1 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \Leftrightarrow x = 4$.

Portanto, as equações I e II são equivalentes pois admitem o mesmo conjunto de solução $S = \{4\}$.

5.2. $4(x - 2) - x = 3(x - 1) - 5 \Leftrightarrow 4x - 8 - x = 3x - 3 - 5 \Leftrightarrow 4x - x - 3x = -3 - 5 + 8 \Leftrightarrow 0x = 0$,

equação possível indeterminada. $S = \mathbb{Q}$

5.3. $x = 4$. As equações não são equivalentes, pois não têm o mesmo conjunto-solução.

5.4. Por exemplo, – 2, $\frac{1}{2}$ e $\frac{10}{3}$.

6. Se o custo do lápis é *x* cêntimos, então o custo de uma régua é $(x + 25)$ cêntimos.

Assim, o enunciado é equivalente à equação: $12x + 10 \times (x + 25) = 690$

Resolvendo a equação, obtém-se:

$12x + 10(x + 25) = 690 \Leftrightarrow 12x + 10x + 250 = 690 \Leftrightarrow 22x = 690 - 250 \Leftrightarrow 22x = 440 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{22x}{22} = \frac{440}{22} \Leftrightarrow x = 20$$

Cada lápis custa 20 cêntimos e cada régua custa 45 cêntimos.

7. Se x representa o custo de 1 kg de *kiwis*, então:

• x – 72 representa o custo, em cêntimos, de 1 kg de maçãs;

• x – 42 representa o custo de 1 kg de bananas, em cêntimos.

Assim,

$$2\times(x-72)+3(x-42)=2x \Leftrightarrow 2x-144+3x-126=2x \Leftrightarrow 3x=144+126 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3}=\frac{270}{3} \Leftrightarrow x=90$$

Portanto, 1 kg de *kiwis* custa 90 cêntimos e 1 kg de bananas custa 48 cêntimos.