

**OBJECTIVO:** Estudo da influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  no comportamento gráfico da

função racional  $f(x) = a + \frac{b}{cx - d}$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

I) Começemos por analisar a influência do parâmetro  $b$ . Para isso trace o gráfico de  $y = \frac{1}{x}$  e de

seguida de várias funções do tipo  $y = \frac{b}{x}$ . Não deixe de experimentar alguns valores de  $b$  negativos.

- 1- Conforme  $|b|$  aumenta, os ramos da hipérbole afastam-se da origem do referencial.
- 2- O gráfico é uma hipérbole simétrica em relação à origem; a função é ímpar.
- 3- Se  $b > 0$  o gráfico está nos 1.º e 3.º quadrantes e se  $b < 0$  está nos 2.º e 4.º quadrantes.
- 4- Assíntotas: vertical  $x = 0$ ; horizontal  $y = 0$ .

II) Para analisar a influência de  $a$ , trace por exemplo os gráficos de  $y_1 = \frac{1}{x}$ ,  $y_2 = 3 + \frac{1}{x}$ ,  $y_3 = -2 + \frac{1}{x}$

- 1- O gráfico da função  $y = a + \frac{1}{x}$  relativamente ao gráfico de  $y = \frac{1}{x}$ , sofre uma translação segundo o eixo dos  $y$  para cima se  $a > 0$  e para baixo se  $a < 0$ .
- 2- O gráfico é simétrico em relação ao ponto  $(0, a)$ ; se  $a \neq 0$ , a função não é ímpar.
- 3- Assíntotas: vertical  $x = 0$ ; horizontal  $y = a$ .

III) Averigüe agora a influência do parâmetro  $d$  no gráfico das funções do tipo  $y = \frac{1}{x - d}$

- 1- O gráfico da função  $y = \frac{1}{x - d}$  relativamente ao gráfico de  $y = \frac{1}{x}$ , sofre uma translação segundo o eixo dos  $x$  para direita se  $d > 0$  e para esquerda se  $d < 0$ .
- 2- O gráfico é simétrico em relação ao ponto  $(d, 0)$ ; se  $d \neq 0$ , a função não é ímpar.
- 3- Assíntotas: vertical  $x = d$ ; horizontal  $y = 0$ .

IV) Trace agora os gráficos de  $y_1 = \frac{-8}{x-3}$ ,  $y_2 = \frac{8}{2x-6}$ ,  $y_3 = \frac{4}{x-3}$ ,  $y_4 = -2 + \frac{5}{2x+6}$ ,  $y_5 = \frac{2x+8}{x-1}$ .

- 1- Que observa? Que conclui?  
Assíntotas:  $x=3$  e  $y=0$     $x=3$  e  $y=0$     $x=3$  e  $y=0$     $x=-3$  e  $y=-2$     $x=1$  e  $y=$

- 2- Assíntotas de  $y = a + \frac{b}{cx - d}$ : vertical  $x = \frac{d}{c}$ ; horizontal  $y = a$ .

V) Sem usar o computador nem a calculadora gráfica, tente esboçar os gráficos das seguintes funções:

$$y_1 = 3 + \frac{1}{x} \quad y_2 = -3 + \frac{2}{x+4} \quad y_3 = -1 + \frac{3}{2x-4} \quad y_4 = \frac{3x+5}{x+1}$$