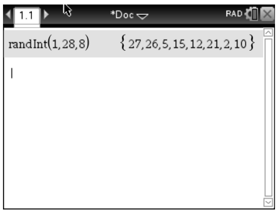
Ficha para praticar 16

1.1. Por exemplo:



Amostra:
n.º 27 (Vera Lima)
n.º 26 (Vasco Braga)
n.º 5 (Bernardo Silva)
n.º 15 (Liliana Pires)
n.º 12 (Joana Cardoso)
n.º 21 (Pedro Vieira)
n.º 2 (Ana Sousa)
n.º 10 (Francisco Mendes)

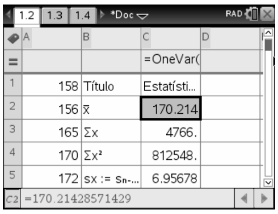
1.2. **a)** Média amostral:

$$\overline{x} = \frac{163+169+172+175+169+172+156+168}{8} \approx$$

$\approx$ 168 cm

Valor médio (populacional): $\mu \approx 170,2$ cm

Erro amostral: 170,2 − 168 = 2,2 cm



b) Proporção amostral: $\hat{p} = \frac{4}{8} = 50\%$

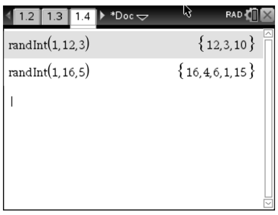
Proporção populacional: $p = \frac{18}{28} \approx 64\%$

Erro amostral: 64 − 50 = 14 pontos percentuais

1.3. Na população tem-se $\frac{12}{28} \approx 42,9\%$ de raparigas e aproximadamente, 57,1% de rapazes. Pretende-se que na amostra de 8 alunos, cerca de 42,9% dos alunos sejam raparigas, ou seja, $0,429 \times 8 \approx 3$ alunos. Assim, a amostra terá de ser constituída por 3 raparigas e 5 rapazes.

Selecionam-se aleatoriamente (usando o processo de amostragem simples) 3 raparigas do conjunto de 12 raparigas e 5 rapazes do conjunto de 16 rapazes.

Por exemplo:



Ou seja, seleciona-se a 12.ª rapariga da lista (que corresponde à Vera Lima, n.º 27), a 3.ª e a 10.ª. Da mesma forma, seleciona-se o 16.º rapaz da lista, o 4.º, o 6.º, o 1.º e o 15.º.

A amostra será então constituída pelos alunos:
n.º 27 (Vera Lima)
n.º 7 (Cátia Silva)
n.º 23 (Salomé Cabral)
n.º 28 (Xavier Gomes)
n.º 6 (Bruno Castro)
n.º 10 (Francisco Mendes)
n.º 3 (António Ribeiro)
n.º 26 (Vasco Braga)

1.4. Neste caso obtiveram-se amostras distintas. Isto acontece, não só devido à aleatoriedade, mas também devido a ter havido a restrição dos estratos.

Repare que na amostra da alínea **1.1.** há quatro raparigas, enquanto que, na alínea **1.3.**, com a restrição do estrato sexo, apenas existem três raparigas.

2. Dimensão da população:

350 000 + 1 240 000 + 250 000 = 1 840 000

Proporção (estrato *A*): $\frac{350\ 000}{1\ 840\ 000} = \frac{35}{184}$

Proporção (estrato *B*): $\frac{1\ 240\ 000}{1\ 840\ 000} = \frac{31}{46}$

Proporção (estrato *C*): $\frac{250\ 000}{1\ 840\ 000} = \frac{25}{184}$

Resposta: Assim, numa amostra de dimensão 400 devem ter:

Estrato *A*: $\frac{35}{184} \times 400 \approx 76$ pessoas

Estrato *B*: $\frac{31}{46} \times 400 \approx 270$ pessoas

Estrato *C*: $\frac{25}{184} \times 400 \approx 54$ pessoas

3.1. Todos os jogadores de hóquei em patins que competem na 1.ª divisão.

3.2. O parâmetro *peso* médio (ou valor médio do *peso*).

3.3. Utiliza-se a média dos *pesos* dos 50 jogadores da amostra, ou seja, $\overline{x} = 77$ kg.

4.1. $\mu = \frac{10+15+20+30}{4} = 18,75$ minutos

$$\sigma = \sqrt{\frac{(10-18,75)^2+(15-18,75)^2+(20-18,75)^2+(30-18,75)^2}{4}}$$

$\approx 7,40$

Resposta: Valor médio: 18,75 min

Desvio-padrão: 7,40 min

4.2. $2^4 = 16$

16 amostras

4.3.

Médias	**10**	**15**	**20**	**30**
10	10	12,5	15	20
15	12,5	15	17,5	22,5
20	15	17,5	20	25
30	20	22,5	25	30

x_i	**10**	**12,5**	**15**	**17,5**	**20**
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$

x_i	**22,5**	**25**	**30**
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

4.4. Recorrendo à calculadora obtém-se:

$\mu_{\overline{X}} = 18,75$

$\sigma_{\overline{X}} \approx 5,23$

4.5. Sim, pois $\mu = \mu_{\overline{X}}$, ou seja o valor médio (populacional) é igual ao valor médio da distribuição de amostragem da média.

4.6. $\frac{7,40}{\sqrt{2}} \approx 5,23$, ou seja, $\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \sigma_{\overline{X}}$.

Ficha para praticar 17

1. Como estimativa pontual usamos a média amostral:

$$\bar{x} = \frac{8\times 85 + 42\times 105 + 110\times 125 + 65\times 145 + 50\times 165 + 15\times 185}{290}$$

$$= \frac{39\ 290}{290} \approx 135{,}5$$

Estima-se que os alunos da região tenham obtido uma classificação média de, aproximadamente, 135,5 pontos.

2. Uma vez que $n \geq 30$, o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição, aproximadamente, normal com valor médio 3,7 e desvio-padrão $\frac{0{,}5}{\sqrt{144}} \approx 0{,}04$.

3.1. Consideremos que X representa a classificação dos exames. Então, $X \sim N(11{,}2;\ 1{,}5)$.

Pretendemos determinar o valor a tal que $P(X \leq a) = 0{,}30$.

Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $a \approx 10{,}4$.

No máximo obtiveram 10,4 valores no exame.

3.2. **a)** Como $n \geq 30$ o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição, aproximadamente, normal com valor médio 11,2 e desvio-padrão $\frac{1{,}5}{\sqrt{36}} = 0{,}25$.

b) Recorrendo à calculadora gráfica e sabendo que:

$\bar{X} \sim N(11{,}2;\ 0{,}25)$

$P(11 < \bar{X} < 12) \approx 78{,}7\%$

Resposta: Aproximadamente, 78,7%.

3.3. Para $Z \sim N(0,\ 1)$, $\bar{X} = \frac{1{,}5}{\sqrt{n}} Z + 11{,}2$.

Assim:

$$P\left(10{,}5 < \bar{X} < 11{,}9\right) = 0{,}99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(10{,}5 < \frac{1{,}5}{\sqrt{n}} Z + 11{,}2 < 11{,}9\right) = 0{,}99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(-0{,}7 < \frac{1{,}5}{\sqrt{n}} Z < 0{,}7\right) = 0{,}99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(-\frac{0{,}7}{1{,}5}\sqrt{n} < Z < \frac{0{,}7}{1{,}5}\sqrt{n}\right) = 0{,}99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{0{,}7}{1{,}5}\sqrt{n}\right) = 0{,}995$$

Recorrendo à calculadora gráfica sabe-se que:

$P(Z < 2{,}58) = 0{,}995$

Assim, $\frac{0{,}7}{1{,}5}\sqrt{n} = 2{,}58 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{3{,}87}{0{,}7} \Rightarrow n = \left(\frac{3{,}87}{0{,}7}\right)^2$.

Logo $n \approx 31$.

Resposta: A amostra deverá ter 31 alunos.

4.1. Seja X a pontuação obtida pelos candidatos.

Como X segue uma distribuição normal $N(82,\ 5)$ então também $\bar{X}$ pode ser aproximada por uma distribuição normal, sendo que $\bar{X} \sim N\left(82, \frac{5}{\sqrt{15}}\right)$, ou seja $\bar{X} \sim N\left(82, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$.

$P(\bar{X} > 85) = 0{,}5 - P(82 < \bar{X} < 85) \approx 0{,}5 - 0{,}4899 = 0{,}0101$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 1%.

4.2. $P\left(\left|\bar{X} - \mu\right| < 2\right) = P\left(\left|\frac{\sqrt{15}}{3} Z + 82 - 82\right| < 2\right) =$

$$= P\left(\left|\frac{\sqrt{15}}{3} Z\right| < 2\right) = P\left(-2 < \frac{\sqrt{15}}{3} Z < 2\right) =$$

$$= P\left(-\frac{6}{\sqrt{15}} < Z < \frac{6}{\sqrt{15}}\right) \approx 0{,}879$$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 0,879.

5.1. $P(X < 60) = 0{,}5 + P(42 < X < 60) \approx 0{,}5 + 0{,}3413 = 0{,}8413$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 84,1%.

5.2. Pelo teorema do limite central, $\mu_{\bar{X}} = 42$ e $\sigma_{\bar{X}} = \frac{18}{\sqrt{20}} \approx 4$.

Assim, $\bar{X} \sim N(42,\ 4)$.

5.3. $P(\bar{X} \leq 40) = 0{,}5 - P(40 \leq \bar{X} \leq 42) \approx 0{,}5 - 0{,}19 = 0{,}31$

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 0,31.

6.1. Seja X a duração, em horas, das pilhas.

Pelo teorema do limite central:

$\mu_{\bar{X}} = 7500$ e $\sigma_{\bar{X}} = \frac{200}{\sqrt{30}} \approx 37$

6.2. **a)** $\bar{X} \sim N(7500,\ 37)$

$P(7500 < \bar{X} < 8000) = 0{,}5$

Resposta: A probabilidade pedida é 0,5.

b) Para $Z \sim N(0,\ 1)$, $\bar{X} = 37Z + 7500$.

$P(|\bar{X} - \mu|) < 0{,}4 = P(|37Z| < 0{,}4) =$

$$= P\left(-\frac{0{,}4}{37} < Z < \frac{0{,}4}{37}\right) \approx 0{,}009$$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 0,009.

Ficha para praticar 18

1.1. $z = 2{,}576$

$\left]28 - 2{,}576 \times \frac{6{,}5}{\sqrt{50}}; 28 + 2{,}576 \times \frac{6{,}5}{\sqrt{50}}\right[$, ou seja,]25,6; 30,4[.

1.2. Significa que, com uma confiança de 99%, estima-se que o *peso* médio dos bolos confecionados na pastelaria está compreendido entre, aproximadamente, 25,6 kg e 30,4 kg.

2. $\left]62{,}3 - 1{,}96 \times \frac{13{,}4}{\sqrt{100}};\ 62{,}3 + 1{,}96 \times \frac{13{,}4}{\sqrt{100}}\right[$

ou seja,]59,7; 64,9[.

Resposta: Com uma confiança de 95%, estima-se que o valor médio das classificações está compreendido entre, aproximadamente, 59,7% e 64,9%.

3.1. **a)** $\left]150 - 1{,}645 \times \frac{4{,}5}{\sqrt{70}};\ 150 + 1{,}645 \times \frac{4{,}5}{\sqrt{70}}\right[$

ou seja,]149,115; 150,885[.

b) $\left]150 - 1{,}96 \times \frac{4{,}5}{\sqrt{70}};\ 150 + 1{,}96 \times \frac{4{,}5}{\sqrt{70}}\right[$

ou seja,]148,946; 151,054[.

3.2. **Intervalo de confiança de 90%**

Amplitude: 150,885 – 149,115 = 1,77

Intervalo de confiança de 95%

Amplitude: 151,054 – 148,946 = 2,108

Quanto maior for o nível de confiança, maior é a amplitude.

4.1. Para estimar μ utilizamos $\bar{x}$.
Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $\bar{x} = 249{,}28$.
Resposta: A estimativa pontual para μ é 249,28 g.

4.2. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $s \approx 1{,}70$ (2 c. d.).

4.3. $\left]249{,}28 - 1{,}96\times\frac{1{,}70}{\sqrt{10}}; 249{,}28 + 1{,}96\times\frac{1{,}70}{\sqrt{10}}\right[$

ou seja,]248,2; 250,3[.

5.1. $\bar{x} = \frac{2\times 27{,}5 + 5\times 32{,}5 + 14\times 37{,}5 + 10\times 42{,}5 + 5\times 47{,}5}{36} =$

$= \frac{1405}{36} \approx 39{,}03\,€$

Resposta: Estima-se que o valor médio das faturas seja de, aproximadamente, 39,03 €.

5.2. $\left]39{,}03 - 2{,}576\times\frac{15{,}4}{\sqrt{36}}; 39{,}03 + 2{,}576\times\frac{15{,}4}{\sqrt{36}}\right[$, ou seja,

]32,42; 45,64[.

6.1. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se:
$\bar{x} = 154{,}8$ e $s \approx 4{,}15$.
$154{,}8 + z\times\frac{4{,}15}{\sqrt{5}} = 158{,}44 \Leftrightarrow z = \frac{3{,}64\times\sqrt{5}}{4{,}15}$, logo $z = 1{,}96$.
Resposta: O nível de confiança é 95%.

6.2. Não, pois as provas efetuadas em apenas um ano não são representativas da população, ou seja, de todas as provas da carreira.
Para uma melhor seleção da amostra dever-se-ia começar por selecionar provas de vários anos da carreira.

Ficha para praticar 19

1.1. $\hat{p} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 0{,}45$

1.2. Utilizamos a proporção amostral como estimativa pontual para a proporção populacional.
Assim, estima-se que a proporção populacional seja igual a 0,45.

1.3. **a)** $\bar{x} = \frac{18\times 1 + 22\times 0}{40} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 0{,}45$

b) $s = \sqrt{\frac{18(1-0{,}45)^2 + 22(0-0{,}45)^2}{39}} \approx 0{,}50$

c) Pelas alíneas **1.1.** e **1.3. a)** e **c)** podemos concluir que
$\hat{p} = \bar{x} = 0{,}45$ e $\sqrt{0{,}45(1-0{,}45)} \approx 0{,}50$, ou seja,
$\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})} = s$.

2.1. **a)** $\hat{p} = \frac{120}{300} = 0{,}4$

Intervalo de confiança 90%:

$\left]0{,}4 - 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{300}}; 0{,}4 + 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{300}}\right[$

ou seja,]0,35; 0,45[.

Intervalo de confiança 95%:

$\left]0{,}4 - 1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{300}}; 0{,}4 + 1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{300}}\right[$

ou seja,]0,34; 0,46[.

b) $\hat{p} = \frac{180}{300} = 0{,}6$

Intervalo de confiança 90%:

$\left]0{,}6 - 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}}; 0{,}6 + 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}}\right[$

ou seja,]0,55; 0,65[.

Intervalo de confiança 95%:

$\left]0{,}6 - 1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}}; 0{,}6 + 1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}}\right[$

ou seja,]0,54; 0,66[.

2.2. Pode-se observar que quanto maior o nível de confiança, maior é a amplitude do intervalo e consequentemente menor a precisão.

3.1. Proporção populacional

3.2. **a) População**: todos os alunos do 9.º ano de escolaridade
Amostra: os 150 alunos do 9.º ano de escolaridade

b) $\hat{p} = \frac{60}{150} = 0{,}4 = 40\%$

Resposta: Estima-se que 40% dos alunos do 9.º ano de escolaridade pretendem inscrever-se nos Cursos Profissionais.

c) Como $n \geq 30$ a distribuição de amostragem da proporção $\hat{p}$ pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio 0,4 e desvio-padrão $\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{150}}$, ou seja, 0,04.

d) $\hat{p} \sim N(0{,}4; 0{,}04)$
$P(\hat{p} \leq 0{,}45) = 0{,}5 + P(0{,}4 < \hat{p} < 0{,}45) \approx$
$\approx 0{,}5 + 0{,}3944 = 0{,}8944$
Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 89%.

4.1. $0{,}05 \times 40 = 2$
Resposta: Prevê-se que 2 autorrádios tenham defeito.

4.2. Como $n \geq 30$ a distribuição de amostragem da proporção $\hat{p}$ pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio 0,05 e desvio-padrão $\sqrt{\frac{0{,}05(1-0{,}05)}{40}}$, ou seja, aproximadamente, 0,03.
Resposta: Valor médio: 0,05; desvio-padrão: 0,03

4.3. Da alínea anterior sabe-se que $\hat{p} \sim N(0{,}05; 0{,}03)$.
$P(\hat{p} > 0{,}08) = 0{,}5 - P(0{,}05 < \hat{p} < 0{,}08) \approx 0{,}5 - 0{,}3413 =$
$= 0{,}1587$
Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 15,9%.

4.4.

$\left]0{,}05 - 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}05(1-0{,}05)}{40}}; 0{,}05 + 1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}05(1-0{,}05)}{40}}\right[$

ou seja,]0; 0,11[.

Ficha para praticar 20

1.1. **a)** $\left]80 - 1{,}645\times\frac{5}{\sqrt{64}}; 80 + 1{,}645\times\frac{5}{\sqrt{64}}\right[$

ou seja,]78,9; 81,0[.

b) $\left]80 - 1{,}96\times\frac{5}{\sqrt{64}}; 80 + 1{,}96\times\frac{5}{\sqrt{64}}\right[$

ou seja,]78,8; 81,2[.

c) $\left]80-2,576\times\frac{5}{\sqrt{64}};80+2,576\times\frac{5}{\sqrt{64}}\right[$

ou seja,]78,4; 81,6[.

1.2. **Intervalo de confiança 90%:**

Margem de erro: $\frac{81-78,9}{2}=1,05$

Intervalo de confiança 95%:

Margem de erro: $\frac{81,2-78,8}{2}=1,2$

Intervalo de confiança 99%:

Margem de erro: $\frac{81,6-78,4}{2}=1,6$

À medida que o grau de confiança aumenta, a margem de erro também aumenta.

1.3. $n=\left(\frac{1,645\times 5}{0,4}\right)^2\approx 422,8$

Resposta: A amostra terá de ter dimensão 423.

2. $n=\left(\frac{2,576\times 60}{20}\right)^2\approx 59,7$

Resposta: Devem ser inquiridas, pelo menos, 60 pessoas.

3. Como a amplitude deve ser no máximo 0,20 então $E\leq 0,10$.

$n=\left(\frac{1,96}{0,10}\right)^2\times 0,15\times(1-0,15)\approx 48,98$

Resposta: Devem ser inquiridos 49 alunos.

4.1. $n=\left(\frac{1,96\times 55}{1}\right)^2=11\ 620,84$

Resposta: A dimensão da amostra terá de ser, no mínimo, igual a 11 621.

4.2. $E=z\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$9,05=z\times\frac{55}{\sqrt{100}}\Leftrightarrow z=\frac{9,05\times 10}{55}$

Então $z\approx 1,645$.

Resposta: O grau de confiança deverá ser de 90%.

5.1. $\hat{p}=\frac{175}{200}=\frac{7}{8}=87,5\%$

Resposta: Estima-se que 87,5% das pessoas vão comprar o perfume.

5.2.

$\left]0,875-1,96\times\sqrt{\frac{0,875(1-0,875)}{200}};0,875+1,96\times\sqrt{\frac{0,875(1-0,875)}{200}}\right[$

ou seja,]0,83; 0,92[.

Isto significa que, com uma confiança de 95%, estima-se que a percentagem de pessoas que vão comprar o perfume está compreendida entre 83% e 92%, aproximadamente.

5.3. $\left]7,5-2,576\times\frac{0,5}{\sqrt{200}};7,5+2,576\times\frac{0,5}{\sqrt{200}}\right[$

ou seja,]7,41; 7,59[.

5.4. $E=1,645\times\sqrt{\frac{0,875(1-0,875)}{200}}\approx 0,04$

5.5. $E=1,96\times\frac{0,5}{\sqrt{200}}\approx 0,07$

5.6. $n=\left(\frac{2,576}{0,10}\right)^2\times 0,875\times(1-0,875)\approx 72,6$

Resposta: Teriam de testar o perfume 73 clientes.

Ficha de teste 4

1.1. $p=\frac{180}{240}=0,75$

75% dos habitantes da aldeia cultiva os seus terrenos.

1.2. Parâmetro

2.1. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $\bar{x}=130,4$ que é uma estimativa pontual para a média das velocidades de todos os automóveis.

Estima-se que a média das velocidades dos automóveis seja de, aproximadamente, 130,4 km/h.

2.2. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $s\approx 26,2$.

O desvio-padrão amostral é, aproximadamente, 26,2 km/h.

2.3. **a)** Como $n\geq 30$ o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição, aproximadamente, normal com valor médio 120 km/h e desvio-padrão $\frac{10}{\sqrt{30}}$, ou seja, $\frac{\sqrt{30}}{3}$ km/h.

b) $P(|\bar{X}-\mu|<5)=\ ?$

Seja $Z\sim N(0,1)$, então:

$$Z=\frac{\bar{X}-120}{\frac{\sqrt{30}}{3}}\Leftrightarrow \bar{X}=\frac{\sqrt{30}}{3}Z+120$$

$$P\left(\left|\bar{X}-\mu\right|<5\right)=P\left(\left|\frac{\sqrt{30}}{3}Z+120-120\right|<5\right)=$$

$$=P\left(-5<\frac{\sqrt{30}}{3}Z<5\right)=P\left(-\frac{15}{\sqrt{30}}<Z<\frac{15}{\sqrt{30}}\right)\approx 0,99$$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 99%.

2.4. **a)** $\hat{p}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

$\frac{8}{15}$ dos automóveis não cumpriram a lei.

b) $\left]\frac{8}{15}-1,645\times\sqrt{\frac{\frac{8}{15}\left(1-\frac{8}{15}\right)}{30}};\frac{8}{15}+1,645\times\sqrt{\frac{\frac{8}{15}\left(1-\frac{8}{15}\right)}{30}}\right[$

ou seja,]38,4%; 68,3%[.

3.1. Como $n\geq 30$ o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição, aproximadamente, normal com valor médio 27,5 kg e desvio-padrão $\frac{8,5}{\sqrt{49}}$, ou seja, 1,2 kg.

3.2. Sabendo que $\bar{X}\sim N(27,5;\ 1,2)$, temos que:

$P(26,3<\bar{X}<28,7)\approx 68\%$

Repare que $26,3=27,5-1,2$ e $28,7=27,5+1,2$.

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 68%.

4.1. $E=\frac{26,2-24,7}{2}=0,75$

Resposta: A margem de erro é 0,75.

4.2. $\bar{x} - 0,75 = 24,7 \Leftrightarrow \bar{x} = 24,7 + 0,75 \Leftrightarrow \bar{x} = 25,45$

Resposta: Temperatura média: 25,45 ºC.

4.3. $z \times \frac{2,7}{\sqrt{50}} = 0,75 \Leftrightarrow z = \frac{0,75 \times \sqrt{50}}{2,7}$

Então $z \approx 1,96$.

Resposta: Nível de confiança: 95%

4.4. Significa que, com uma confiança de 95%, estima-se que a temperatura média na Riviera Maya está compreendida entre 24,7 ºC e 26,2 ºC.

4.5. Deve-se aumentar a dimensão da amostra (ou então diminuir o nível de confiança).

5.1. $\left]0,58 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{1100}}; 0,58 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{1100}}\right[$

ou seja,]0,551; 0,609[.

Resposta: Intervalo de confiança pedido:]55,1%; 60,9%[

5.2. $E = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{1100}} \approx 0,029$

Resposta: A margem de erro é de, aproximadamente, 0,029.

5.3. $n = \left(\frac{1,96}{0,01}\right)^2 \times 0,58 \times (1-0,58) \approx 9358,1$

Resposta: A amostra terá de ter dimensão 9359.

6.1. **População**: todos os futebolistas do campeonato nacional do Turquemenistão.

Amostra: os 100 futebolistas do campeonato nacional do Turquemenistão.

6.2. Pretende-se estimar o parâmetro valor médio. Vai utilizar-se a estatística média amostral.

6.3. 4,3 golos

6.4. $\left]4,3 - 1,96 \times \frac{0,6}{\sqrt{100}}; 4,3 + 1,96 \times \frac{0,6}{\sqrt{100}}\right[$, ou seja,]4,2; 4,4[.

6.5. $\hat{p} = \frac{15}{100} = 0,15$

$\left]0,15 - 2,576 \times \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{100}}; 0,15 + 2,576 \times \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{100}}\right[$

ou seja,]0,06; 0,24[.

Isto significa que, com uma confiança de 99%, estima-se que a percentagem de avançados nas equipas do Turquemenistão está compreendida entre 6% e 24%.

6.6. **a)** Como $n \geq 30$ o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição aproximadamente normal com valor médio 4,5 golos e desvio-padrão $\frac{0,8}{\sqrt{64}} = 0,1$ golo.

b) Sabendo que $\bar{X} \sim N(4,5;\ 0,1)$ e recorrendo à calculadora gráfica, temos que $P(4,2 < \bar{X} < 4,6) \approx 0,84$.

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 84%.

c) $P(|\bar{X} - \mu| < 0,2) = ?$

Seja $Z \sim N(0,\ 1)$, então $Z = \frac{\bar{X} - 4,5}{0,1} \Leftrightarrow \bar{X} = 0,1Z + 4,5$.

$P(|\bar{X} - \mu| < 0,2) = P(|0,1Z + 4,5 - 4,5| < 0,2) =$

$= P(-0,2 < 0,1Z < 0,2) = P\left(-\frac{0,2}{0,1} < Z < \frac{0,2}{0,1}\right) \approx 0,954$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 0,954.

7.1. $\left]8,42 - 1,96 \times \frac{0,25}{\sqrt{20}}; 8,42 + 1,96 \times \frac{0,25}{\sqrt{20}}\right[$, ou seja,]8,31; 8,53[.

7.2. $n = \left(\frac{2,576 \times 0,25}{0,1}\right)^2 \approx 41,47$

Resposta: A amostra terá de ter dimensão 42.

8.1. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $\bar{x} \approx 5,02\%$.

Resposta: Estima-se que o teor alcoólico médio seja de, aproximadamente, 5,02%.

8.2. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $s \approx 0,05$.

$\left]5,02 - 1,645 \times \frac{0,05}{\sqrt{15}}; 5,02 + 1,645 \times \frac{0,05}{\sqrt{15}}\right[$

ou seja,]5,00%; 5,04%[.

Significa que, com uma confiança de 90%, estima-se que a percentagem média de álcool nas garrafas de cerveja da marca está compreendida entre 5% e 5,04%.

8.3. $E = 1,645 \times \frac{0,05}{\sqrt{15}} \approx 0,02$

Resposta: O erro associado é de, aproximadamente, 0,02%.

8.4. $n = \left(\frac{2,576 \times 0,05}{0,01}\right)^2 \approx 165,9$

Resposta: Seria necessário analisar pelo menos 166 garrafas.

8.5. **a)** $\hat{p} = \frac{7}{15}$

Resposta: A proporção pedida é $\frac{7}{15}$.

b) $\left]\frac{7}{15} - 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{7}{15}\left(1-\frac{7}{15}\right)}{15}}; \frac{7}{15} + 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{7}{15}\left(1-\frac{7}{15}\right)}{15}}\right[$

ou seja,]0,21; 0,72[.