AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MORTÁGUA

Pitágoras - Ficha de Trabalho nº 1 - 8º ano_Resol Exames até 2019

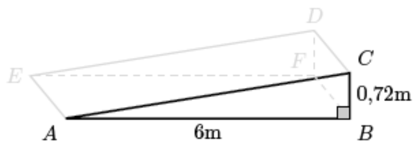
1. Como a plataforma tem a forma de um retângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo em B, e assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular $\overline{AC}$, temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6{,}4^2 + 2{,}4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 40{,}96 + 5{,}76 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 46{,}72 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{46{,}72} \text{ m}$$

Assim, como $\sqrt{46{,}72} \approx 6{,}8$, o valor de $\overline{AC}$, ou seja, o comprimento da barra diagonal, em metros, arredondado às décimas é 6,8 m.

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

2. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo, porque $A\hat{B}C = 90°$, podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de $\overline{AC}$:



$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6^2 + 0{,}72^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36 + 0{,}5184 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36{,}5184 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{36{,}5184} \text{ m}$$

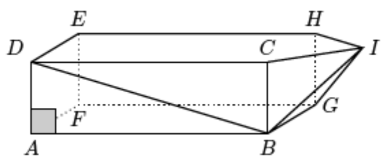
Assim, como $\sqrt{36{,}5184} \approx 6{,}043$, o valor de $\overline{AC}$, ou seja, o comprimento da rampa, em metros, arredondado às centésimas é 6,04 m.

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

3. Como o triângulo $[ABD]$ é um triângulo retângulo em A, (porque $[ABCDEFGH]$ é paralelepípedo retângulo) podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de $\overline{BD}$:

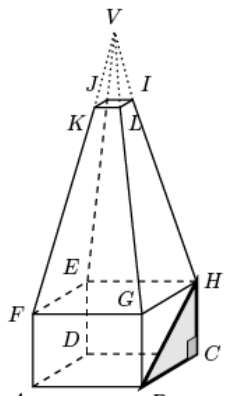
$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 10^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 100 + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 109 \underset{\overline{BD}>0}{\Rightarrow} \overline{BD} = \sqrt{109} \text{ cm}$$



Assim, como $\sqrt{109} \approx 10{,}4$, o valor de $\overline{BD}$ arredondado às décimas é 10,4 cm

4. Como o triângulo $[BCH]$ é um triângulo retângulo em C, (porque $[ABCDEFGH]$ é prisma reto) podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de $\overline{BH}$:



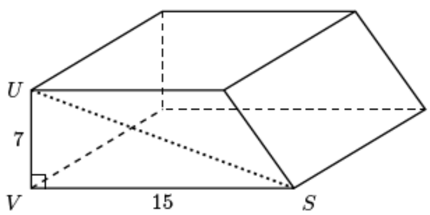
$$\overline{BH}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CH}^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 9^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 81 + 36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 117 \underset{\overline{BH}>0}{\Rightarrow} \overline{BH} = \sqrt{117} \text{ cm}$$

Assim, como $\sqrt{117} \approx 10{,}8$, o valor de $\overline{BH}$ arredondado às décimas é 10,8 cm

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

5. Como o triângulo $[UVS]$ é um triângulo retângulo em V, podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, e afirmar que:



$$\overline{US}^2 = \overline{UV}^2 + \overline{VS}^2$$

Como $[SXWV]$ é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento, temos que $\overline{VS} = 15$ cm

Logo, como $\overline{UV} = 15$ cm, vem que:

$$\overline{US}^2 = 7^2 + 15^2 \Leftrightarrow \overline{US}^2 = 49 + 225 \Leftrightarrow \overline{US}^2 = 274 \underset{\overline{US}>0}{\Rightarrow} \overline{US} = \sqrt{274} \text{ cm}$$

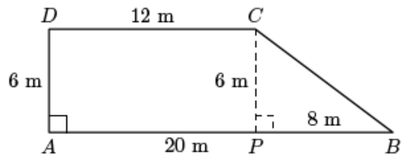
Assim, como $\sqrt{274} \approx 16{,}6$, o valor de $\overline{US}$ arredondado às décimas é 16,6 cm

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

6. O comprimento da rede que irá delimitar a horta, é o perímetro do trapézio.
   Para calcular o perímetro do trapézio, é necessário determinar o comprimento $\overline{BC}$
   Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C, com a reta AB, temos que:

   - $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{CD} = 20 - 12 = 8$ m
   - $\overline{CP} = \overline{AD} = 6$ m

   Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:



$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{EM}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$

   Assim, vem que ao comprimento da rede, ou seja o perímetro do trapézio $[ABCD]$, é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 20 + 10 + 12 + 6 = 48 \text{ m}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2018

7. Como o triângulo $[ACD]$ é retângulo em D, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, o valor de $\overline{AC}$, em centímetros, é:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1 + 8 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{9} \Leftrightarrow \overline{AC} = 3 \text{ cm}$$

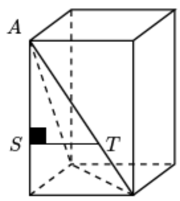
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

8. Como o triângulo é retângulo, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os comprimentos dos catetos, calculando o comprimento da hipotenusa (h) e arredondando o resultado às centésimas, vem:

$$h^2 = 48^2 + 62^2 \Leftrightarrow h^2 = 2304 + 3844 \Leftrightarrow h^2 = 6148 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{6148} \Rightarrow h \approx 78{,}41$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

9. Como o plano STR é paralelo ao plano EFG, e o plano EFG é perpendicular ao plano AFG, então também o plano STR é perpendicular ao plano AFG, ou seja, o ângulo AST é reto, pelo que o triângulo $[AST]$ é um triângulo retângulo em S, pelo que podemos, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, afirmar que:



$$\overline{AT}^2 = \overline{AS}^2 + \overline{ST}^2$$

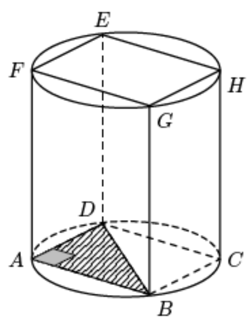
   Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AT}^2 = 6^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 36 + 16 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 52 \underset{\overline{AT}>0}{\Rightarrow} \overline{AT} = \sqrt{52}$$

   E assim, arredondando o valor pedido às décimas, temos que $\overline{AT} \approx 7{,}2$ cm

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

10. Como a base do prisma é um quadrado, os lados adjacentes são perpendiculares, pelo que o triângulo $[DAB]$ é retângulo em A



   Como o raio da base do cilindro é igual a 3 cm, então a medida do diâmetro é:

$$\overline{BD} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

   Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do lado da base do prisma, $\overline{AB}$, temos:

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \underset{\overline{AB}=\overline{AD}}{\Leftrightarrow} \overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 2 \times \overline{AB}^2$$

$$2 \times \overline{AB}^2 = 6^2 \Leftrightarrow 2 \times \overline{AB}^2 = 36 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = \frac{36}{2} \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 18 \text{ cm}^2$$

   Assim, calculando o volume do prisma, em centímetros cúbicos, e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB}^2 \times \overline{BG} = 18 \times 5{,}3 \approx 95 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

11. O triângulo $[OPN]$ é retângulo em P (porque o raio $[OP]$ da circunferência é perpendicular à reta tangente em P, que contém o lado $[PN]$ do triângulo).

   Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{ON}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{PN}^2 \Leftrightarrow \overline{ON}^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{ON}^2 = 3 + 9 \Leftrightarrow \overline{ON}^2 = 12 \underset{\overline{ON}>0}{\Rightarrow} \overline{ON} = \sqrt{12}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase

12. Como $E\hat{F}B = 90°$, o triângulo $[EFB]$, retângulo em F

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

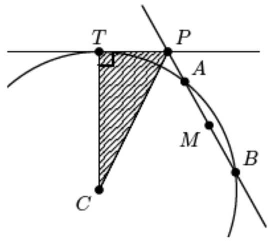
$$\overline{BE}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 7{,}8^2 = \overline{EF}^2 + 3^2 \Leftrightarrow 60{,}84 = \overline{EF}^2 + 9 \Leftrightarrow 60{,}84 - 9 = \overline{EF}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 51{,}84 = \overline{EF}^2 \underset{\overline{EF}>0}{\Rightarrow} \sqrt{51{,}84} = \overline{EF} \Leftrightarrow \overline{EF} = 7{,}2 \text{ cm}$$

13. Como a reta TP é tangente à circunferência no ponto T é perpendicular ao raio $[CT]$, e por isso, o triângulo $[CTP]$ é retângulo em T

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que

$$\overline{CP}^2 = \overline{CT}^2 + \overline{PT}^2$$



E substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{CP}^2 = 9{,}2^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{CP}^2 = 84{,}64 + 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CP}^2 = 100{,}64 \underset{\overline{CP}>0}{\Rightarrow} \overline{CP} = \sqrt{100{,}64}$$

Escrevendo o resultado arredondado às unidades, temos

$$\overline{CP} = \sqrt{100{,}64} \approx 10$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

14. Como o triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo em A, podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, e afirmar que

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 9^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 81 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 117 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{117} \text{ cm}$$

Resposta: **Opção B**

15. Como $[OA]$ e $[OC]$ são raios da mesma circunferência, $\overline{OC} = \overline{OA} = 2$
Assim, como o triângulo $[OBC]$ é retângulo, usando o Teorema de Pitágoras, temos que

$$\overline{BC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OB}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 2^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 4 + 9 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 13 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{13}$$

Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

16. Designado por M o ponto médio do lado $[BC]$, temos que o triângulo $[AMB]$ é retângulo em M, e que

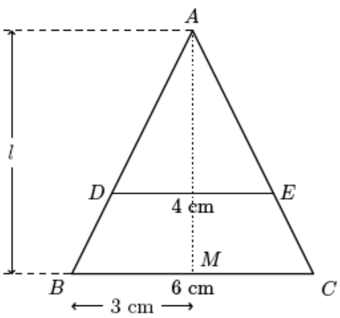
$$\overline{BM} = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Como $l = \overline{AM}$, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 \Leftrightarrow 7^2 = \overline{AM}^2 + 3^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49 = \overline{AM}^2 + 9 \Leftrightarrow 49 - 9 = \overline{AM}^2 \Leftrightarrow$$

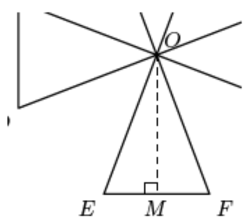
$$\Leftrightarrow 40 = \overline{AM}^2 \underset{\overline{AM}>0}{\Rightarrow} \sqrt{40} = \overline{AM}$$



Resposta: **Opção C**

17. Designado por M o ponto médio do lado $[EF]$, temos que o triângulo $[OME]$ é retângulo em M, e que:

$$\overline{EM} = \frac{\overline{EF}}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$



Como a altura do triângulo $[DEF]$ é $h = \overline{OM}$, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{OE}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{EM}^2 \Leftrightarrow 7^2 = \overline{OM}^2 + 2{,}5^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49 = \overline{OM}^2 + 6{,}25 \Leftrightarrow 49 - 6{,}25 = \overline{OM}^2 \Leftrightarrow$$

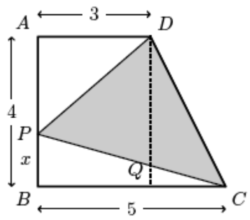
$$\Leftrightarrow 42{,}75 = \overline{OM}^2 \underset{\overline{OM}>0}{\Rightarrow} \sqrt{42{,}75} = \overline{OM} \Rightarrow 6{,}54 \approx \overline{OM}$$

Assim, calculando a área do triângulo $[EFO]$, vem:

$$A_{[EFO]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{\overline{EF} \times \overline{OM}}{2} \approx \frac{5 \times 6{,}54}{2} \approx 16{,}35$$

Desta forma, o valor, arredondado às unidades, da área do triângulo $[EFO]$ é 16 m^2.

18. Seja Q a projeção vertical do ponto D sobre a reta BC.



Logo $\overline{BQ} = \overline{AD} = 3$ e que $\overline{DQ} = \overline{AB} = 4$

Podemos também observar que
$\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{QC} \Leftrightarrow \overline{QC} = \overline{BC} - \overline{BQ}$, pelo que $\overline{QC} = 5 - 3 = 2$

Assim, como o triângulo $[DQC]$ é retângulo em Q, usando o Teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{CD}^2 = \overline{DQ}^2 + \overline{QC}^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 16 + 4 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 20 \underset{\overline{CD}>0}{\Rightarrow} \overline{CD} = \sqrt{20}$$

Logo o perímetro do quadrilátero $[ABCD]$ é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 4 + 5 + \sqrt{20} + 3 = 12 + \sqrt{20} \approx 16{,}5$$

Resposta: **Opção B**

19. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A (porque um dos lados coincide com o diâmetro da circunferência e o vértice oposto a esse lado está sobre a circunferência), usando o Teorema de Pitágoras e substituindo as medidas conhecidas, temos que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 100 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 136 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{136}$$

Logo, como $[BC]$ é um diâmetro do círculo, a medida do raio, r, é:

$$r = \frac{\sqrt{136}}{2} \approx 5{,}83$$

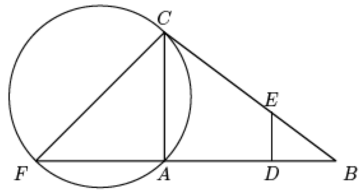
E assim, calculando a área do círculo de diâmetro $[BC]$, em cm^2, e arredondando o resultado às unidades, vem

$$A = \pi r^2 \approx \pi \times 5{,}83^2 \approx 107\,\text{cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 1.ª chamada

20. Como o triângulo $[AFC]$ é retângulo em A, então o lado $[FC]$ é um diâmetro da circunferência que passa nos pontos A, F e C

Temos ainda que $\overline{AC} = 12$ cm e que o triângulo $[AFC]$ é isósceles, pelo que também $\overline{AF} = 12$ cm, e recorrendo ao Teorema de Pitágoras podemos determinar a medida do segmento $[FC]$:



$$\overline{FC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AF}^2 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 12^2 + 12^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 144 + 144 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 288 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow}$$
$$\Rightarrow \overline{FC} = \sqrt{288}$$

Assim, temos que o raio circunferência é $r = \dfrac{\sqrt{288}}{2}$, pelo que o comprimento da circunferência em centímetros, arredondado às unidades, é

$$P_\circ = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{288}}{2} = \pi \times \sqrt{288} \approx 53\,\text{cm}$$

21. Como os triângulos $[ABC]$ e $[ADE]$ têm um ângulo em comum, e são ambos retângulos, têm dois pares de ângulos com a mesma amplitude, o que é suficiente para afirmar que são semelhantes, pelo critério AA.
Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{AB}}{20} = \frac{40}{25} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{40 \times 20}{25} \Leftrightarrow \overline{AB} = 32$$

E podemos calcular $\overline{BC}$, recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 40^2 = 32^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 1600 - 1024 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 576 = \overline{BC}^2 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \sqrt{576} = \overline{BC} \Leftrightarrow 24 = \overline{BC}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

22. Como os triângulos $[OAB]$ e $[OCD]$ têm um ângulo em comum, e os segmentos $[AB]$ e $[CD]$ são paralelos, definem sobre a mesma reta (OC) ângulos iguais, e assim os triângulos, têm dois pares de ângulos com a mesma amplitude, o que é suficiente para afirmar que são semelhantes, pelo critério AA.
Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{OC}}{5} = \frac{18}{12} \Leftrightarrow \overline{OC} = \frac{15 \times 5}{12} \Leftrightarrow \overline{OC} = 7{,}5$$

E podemos calcular $\overline{CD}$, recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{CD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 7{,}5^2 + 18^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 56{,}25 + 324 \underset{\overline{CD}>0}{\Rightarrow} \overline{CD}^2 = \sqrt{380{,}25} = \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{CD} = 19{,}5$$

23. Como o lado $[AD]$ do triângulo $[AED]$ é um diâmetro de uma circunferência e o vértice E pertence à mesma circunferência, então o triângulo $[AED]$ é retângulo e o lado $[AD]$ é a hipotenusa.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 6{,}8^2 + 3{,}2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 46{,}24 + 10{,}24 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56{,}48 \underset{\overline{AD}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{56{,}48}$$

Assim, como o lado $[AD]$ é um diâmetro da circunferência, temos que o raio é $r = \frac{\sqrt{56{,}48}}{2}$, pelo que o perímetro da circunferência em centímetros, arredondado às décimas, é

$$P_\circ = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{56{,}48}}{2} = \pi \times \sqrt{56{,}48} \approx 23{,}6\,\text{cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2011, 1.ª chamada

24. Como $[ABCD]$ é um quadrado, o triângulo $[ABC]$ é retângulo isósceles ($\overline{AB} = \overline{BC}$ e o lado $[AC]$ é a hipotenusa.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo o valor conhecido, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \underset{\overline{AB}=\overline{BC}}{\Leftrightarrow} \overline{AC}^2 = 2\overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2\times 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2\times 36 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 72 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{72}$$

Assim, como o lado $[AC]$ é um diâmetro da circunferência, temos que o raio é $r = \frac{\sqrt{72}}{2}$, pelo que o perímetro da circunferência, arredondado às décimas, é

$$P_\circ = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{72}}{2} = \pi \times \sqrt{72} \approx 26{,}7$$

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

25. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo e o lado $[AC]$ é a hipotenusa, sabemos que

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

Podemos assim, verificar qual das opções apresenta valores que verificam o Teorema de Pitágoras, ou seja, que são medidas dos comprimentos de um triângulo retângulo:

- Opção (A): $12^2 = 4^2 + 11^2 \Leftrightarrow 144 = 4 + 121 \Leftrightarrow 144 = 125$ é uma proposição falsa
- Opção (B): $13^2 = 5^2 + 12^2 \Leftrightarrow 169 = 25 + 144 \Leftrightarrow 169 = 169$ é uma **proposição verdadeira**
- Opção (C): $14^2 = 6^2 + 13^2 \Leftrightarrow 196 = 36 + 169 \Leftrightarrow 196 = 205$ é uma proposição falsa
- Opção (D): $15^2 = 7^2 + 14^2 \Leftrightarrow 225 = 49 + 196 \Leftrightarrow 225 = 245$ é uma proposição falsa

Resposta: **Opção B**

26. Como $[ABCD]$ é um retângulo $[ACD]$ é um triângulo retângulo e o lado $[AC]$ é a hipotenusa.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 4 + 16 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 20 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{20}$$

Como $\overline{AE} = \overline{AC}$, temos que $\overline{AE} = \sqrt{20}$

Como ao ponto A corresponde o número $1 - \sqrt{20}$, ao ponto E corresponde o número

$$1 - \sqrt{20} + \sqrt{20} = 1$$

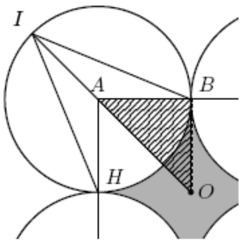
27. Considerando o triângulo retângulo $[ABO]$, podemos calcular a medida da hipotenusa (o lado $[OA]$) recorrendo ao Teorema de Pitágoras, identificando que $\overline{AB} = \overline{OB} = 2$ porque é a medida do raio das circunferências, ou metade da medida dos lados do quadrado.

Assim, vem que

$$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BO}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8 \underset{\overline{OA}>0}{\Rightarrow} \overline{OA} = \sqrt{8}$$

Verificando que $[AI]$ é um raio de uma circunferência, e por isso, $\overline{AI} = 2$, e como $\overline{IO} = \overline{OA} + \overline{AI}$, vem que o comprimento de $[IO]$, arredondado às décimas, é

$$\overline{IO} = \sqrt{8} + 2 \approx 4{,}8$$



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2010, 2.ª chamada

28. Utilizando a propriedade enunciada, temos que, como $[ABCD]$ é um trapézio inscrito na circunferência, então

$$\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$$

Como $\overline{AD} = \overline{BC}$, e substituindo as medidas conhecidas, temos que

$$12 \times 9 + \overline{AD} \times \overline{AD} = \sqrt{150} \times \sqrt{150} \Leftrightarrow 108 + \overline{AD}^2 = \left(\sqrt{150}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 150 - 108 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 42 \underset{\overline{AD}>0}{\Rightarrow} \overline{AD} = \sqrt{42}$$

29. Se o triângulo for retângulo, as medidas dos comprimentos verificam o Teorema de Pitágoras.

Como o lado maior de um triângulo retângulo é a hipotenusa, fazendo a verificação temos:

$$30^2 = 28^2 + 21^2 \Leftrightarrow 900 = 784 + 441 \Leftrightarrow 900 = 1225 \text{ Prop. Falsa}$$

Logo como as medidas dos lados do triângulo não verificam o Teorema de Pitágoras, podemos concluir que o triângulo não é retângulo.

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

30. Como os pontos E e F são os pontos médios dos lados $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente, e a medida do lado do quadrado é 10, temos que $\overline{BE} = \overline{BF} = 5$
E assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{EF}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{BF}^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 25 + 25 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 50 \underset{\overline{EF}>0}{\Rightarrow} \overline{EF} = \sqrt{50}$$

Escrevendo o resultado arredondado às décimas, temos

$$\overline{EF} = \sqrt{50} \approx 7{,}1$$

31. Como $[OFBG]$ é um quadrado, o ângulo OFB é reto e o triângulo $[OFB]$ é retângulo em G, pelo que podemos recorrer ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{FB}^2$$

Como $[OF]$ e $[FB]$ são lados de um quadrado temos que $\overline{OF} = \overline{FB}$, e assim

$$\overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{OF}^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 2 \times \overline{OF}^2$$

Como $[OC]$ e $[OB]$ são raios de uma circunferência temos que $\overline{OB} = \overline{OC} = 2$, pelo que

$$\overline{OB}^2 = 2 \times \overline{OF}^2 \Leftrightarrow 2^2 = 2 \times \overline{OF}^2 \Leftrightarrow \frac{4}{2} = \overline{OF}^2 \Leftrightarrow 2 = \overline{OF}^2 \underset{\overline{OF}>0}{\Rightarrow} \sqrt{2} = \overline{OF}$$

E assim, vem que o valor exacto, em centímetros, da medida do lado do quadrado $[OFBG]$ é $\sqrt{2}$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

32. Como $\overline{AB} = \overline{BC}$, então a reta BO é perpendicular ao segmento $[AC]$, e assim, temos que o triângulo $[ADO]$ é retângulo em D
Temos ainda que o ponto D é o ponto médio do lado $[AC]$, pelo que $\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{6{,}4}{2} = 3{,}2$

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{AO}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DO}^2 \Leftrightarrow 6{,}8^2 = 3{,}2^2 + \overline{DO}^2 \Leftrightarrow 46{,}24 = 10{,}24 + \overline{DO}^2 \Leftrightarrow 46{,}24 - 10{,}24 = \overline{DO}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 36 = \overline{DO}^2 \underset{\overline{DO}>0}{\Rightarrow} \sqrt{36} = \overline{DO} \Leftrightarrow 6 = \overline{DO}$$

Como $[EO]$ é um raio da circunferência, tal como $[AO]$, então $\overline{EO} = \overline{AO} = 6{,}8$

Como $\overline{EO} = \overline{DE} + \overline{DO} \Leftrightarrow \overline{DE} = \overline{EO} - \overline{DO}$, e podemos calcular a medida do comprimento de $[DE]$, em centímetros:

$$\overline{DE} = 6{,}8 - 6 = 0{,}8 \text{ cm}$$

33. Como o lado $[AC]$ do triângulo é um diâmetro da circunferência e o vértice B pertence à mesma circunferência, então o triângulo $[ABC]$ é retângulo e o lado $[AC]$ é a hipotenusa.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 15^2 = 12^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 225 = 144 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 225 - 144 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 81 = \overline{BC}^2 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \sqrt{81} = \overline{BC} \Leftrightarrow 9 = \overline{BC}$$

Como os lados $[AB]$ e $[BC]$ do triângulo são perpendiculares, se considerarmos um deles como a base, o outro será a altura, e assim temos que a área do triângulo é

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

Como $[AC]$ é um diâmetro da circunferência, então o raio é $r = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$, e a área do círculo é

$$A_\circ = \pi \times r^2 = \pi \times 7{,}5^2 = 56{,}25\pi$$

A área da região sombreada, A_S, pode sr calculada como a diferença da área do círculo e da área do triângulo, pelo que calculando a área da região sombreada e escrevendo o resultado arredondado às unidades, temos

$$A_S = A_\circ - A_{[ABC]} = 56{,}25\pi - 54 \approx 123$$

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2009

34. Como $[ACDF]$ é um quadrado de lado 4, temos que $\overline{AF} = 4$ e que o triângulo $[AFE]$ é retângulo.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, calculando a medida do comprimento de $[AE]$ e escrevendo o resultado arredondado às décimas, vem

$$\overline{AE}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{EF}^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 4^2 + 1^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 16 + 1 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 17 \underset{\overline{AE}>0}{\Rightarrow} \overline{AE} = \sqrt{17} \Rightarrow \overline{AE} \approx 4{,}1$$