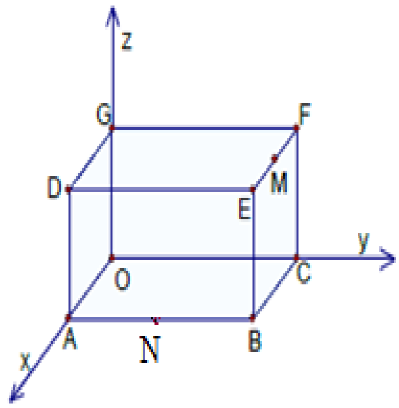
Ficha de Trabalho 3 – 10º ano – Matemática A – GA (Plano e Espaço)

1ª Parte

1) No referencial o.n. do espaço está representado um paralelepípedo. O vértice O é a origem do referencial e as faces são paralelas aos planos coordenados.
Os pontos M e N são, respetivamente, os pontos médios das arestas [EF] e [AB] e o ponto E tem coordenadas (4,8,6).



a) Escreva as equações cartesianas da reta DG.
b) Escreva a equação vetorial da reta MN e averigue se o ponto H(-2,16, 20) pertence a esta reta.
c) Utilizando as **letras** da figura, indique:
I) $A+\overrightarrow{DE}-2\overrightarrow{FM}$. II) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{NC}-\overrightarrow{ND}$.
d) Seja M' o simétrico do ponto M em relação ao eixo Ox.
Indique as coordenadas do ponto M' e calcule $\left\|\overrightarrow{M'M}\right\|$.
e) Determine os valores de a e de b de forma que $\overrightarrow{GB}$ e $\vec{u}=(a,-2,b+1)$ sejam colineares.
f) Obtenha a condição que define a esfera que contém os quatro vértices do paralelepípedo.
g) Obtenha as coordenadas do ponto de interseção da reta FN com o plano coordenado xOz.

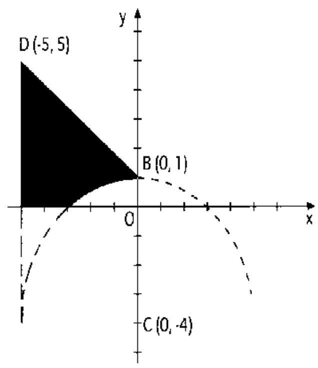
2) Obtenha o centro e o raio da superfície esférica de equação $x^2+6x+y^2-5y+z^2=15$.

3) Represente num referencial o.n. do plano o conjunto de pontos definido pela condição $(x-4)^2+(y-3)^2\le 25\wedge y\le x\wedge y\ge 0\wedge x\rangle 4$

4) Num referencial o.n. $(O,\vec{e},\vec{f})$ considere os pontos A(4, 1), B(-2, 0) e C(1, 5) e o vetor $\vec{u}=-6\vec{e}+2\vec{f}$.

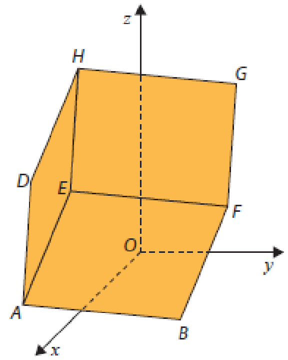
a) Obtenha as coordenadas do vetor $\vec{v}=\overrightarrow{AC}-2\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{f}$.
b) Determine as coordenadas dos vetores colineares com o vetor $\overrightarrow{AC}$ e com norma 8.
c) Considere o vetor $\overrightarrow{AE}=(11,-6)$. Obtenha as coordenadas do ponto médio de [AE].
d) Obtenha a equação reduzida da reta AB.
e) Obtenha a equação reduzida da reta paralela a $\vec{u}$ e que contém C.
f) O quadrilátero [ABCD] é um paralelogramo. Determine as coordenadas do ponto D. Apresente todas as soluções do problema.
Sugestão: Poder-lhe-á ser útil representar os pontos num referencial.

5) Considere a figura ao lado.



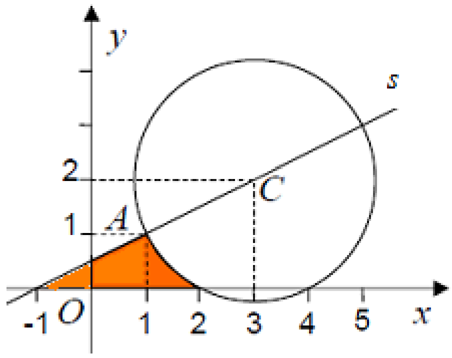
a) Obtenha a equação reduzida da reta BD.
b) Escreva uma condição que caracterize o lugar geométrico representado a sombreado na figura.

6) Na figura está representado, num referencial o.n. Oxyz, o cubo [ABCDEFGH] (o ponto C não está representado na figura).
Sabe-se que A(11, -1, 2), B(8, 5, 0), D(5, -3, 5) e E(13, 2, 8).



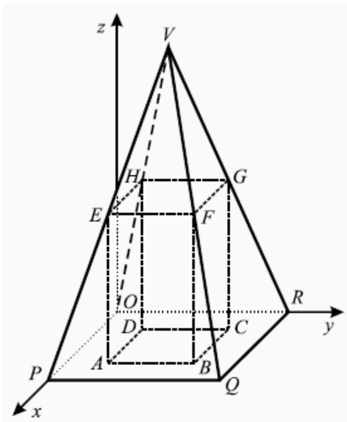
a) Determine as coordenadas do ponto C.
b) Obtenha as coordenadas do vetor $\vec{v}$, colinear com $\overrightarrow{AE}$, de norma 21 e com o sentido de $\overrightarrow{FB}$.
c) Obtenha o ponto de interseção da reta BD com o plano coordenado xOz.
d) Sabendo que $3x-6y+2z-43=0$ é uma equação do plano ADE, obtenha as coordenadas do ponto de interseção deste com o eixo O*x*.

7) Considere o referencial xOy da figura. Os pontos A e C pertencem à reta s e A pertence à circunferência de centro C.



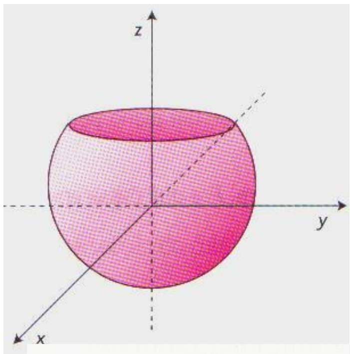
a) Defina, através de condições, o conjunto de pontos a sombreado no referencial. Comece por obter a equação reduzida da reta AC.
b) Seja *r* a reta que se obtém da reta *s* por simetria em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Obtenha a equação reduzida da reta *r*.
c) Considerando que a reta *s* forma com o semieixo positivo Ox um ângulo de 27º (aproximadamente), calcule, *arredondada às centésimas*, a área da região sombreada.

8) Na figura estão representados a pirâmide quadrangular regular [VOPQR] e o prisma quadrangular regular [ABCDEFG]. P e R pertencem aos eixos coordenados Ox e Oy, respetivamente e os pontos E, F, G e H são os pontos médios das arestas laterais da pirâmide.

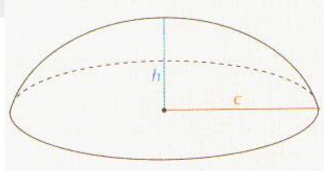


a) Complete de modo a obter proposições verdadeiras:
I) As retas EF e OV são ___________________________.
II) A reta AB___________________________ plano HGB.
III) $F+\frac{1}{2}\overrightarrow{QR}+\overrightarrow{EA}=$ ______ .
b) Sabendo que a condição $x^2+y^2+z^2-2x-2y-8z\leq 0$ define a esfera de centro em V e que contém os outros quatro vértices da **pirâmide**, calcule o volume da pirâmide e indique o comprimento da aresta lateral.

9) Considere num referencial o.n. do espaço a superfície esférica de equação $x^2+y^2+z^2=16$.



a) Caracterize analiticamente os planos tangentes à superfície esférica que são paralelos ao plano xoz.
b) Se seccionarmos a superfície esférica pelo plano z=2 obtemos uma circunferência. Determine o seu raio.
c) Calcule o volume do sólido que fica abaixo do plano z=2, representado acima.
Nota: Caso não tenha feito a alínea b), considere em c) que o raio mede $\sqrt{8}$, e atenda a que o volume de um segmento esférico, tal como representado ao lado, é dado por $V=\frac{1}{6}\pi(3c^2+h^2)$.



2ª PARTE

10) Qual das condições define, em referencial o.n. Oxyz, uma reta paralela ao eixo Oz?

$(A)\ (x,y,z)=(7,0,0)+k(1,1,0),\ k\in IR$ $\quad (B)\ (x,y,z)=(1,1,0)+k(0,0,7),\ k\in IR$

$(C)\ (x,y,z)=(1,1,0)+k(7,0,0),\ k\in IR$ $\quad (D)\ (x,y,z)=(0,0,7)+k(1,1,0),\ k\in IR$

11) Seja *s* a reta paralela à bissetriz dos quadrantes pares que passa pelo ponto de coordenadas (0,2).
A equação reduzida de *s* é:

$(A)\ y=-x+2$ $\quad (B)\ y=x+2$ $\quad (C)\ y=x-2$ $\quad (D)\ y=-x-2$

12) Considere, num referencial o.n. xOy, a reta *r* de equação vetorial $(x,y)=(2,3)+k(-1,2),\ k\in IR$.

Seja *s* a reta paralela a *r* que passa no ponto de coordenadas (1,4).
Qual é a equação reduzida da reta *s*?

(A) $y=\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$ $\quad$ (B) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ $\quad$ (C) $y=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$ $\quad$ (D) $y=-2x+6$

13) Considera, num referencial o.n. do plano os pontos $A\ 1,2$ e $B\ 3,5$.

Qual das seguintes é uma equação vetorial da reta AB?

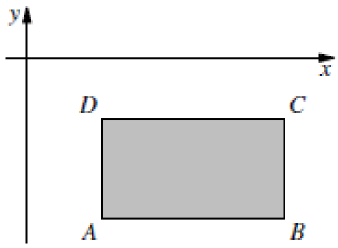
(A) $x,y\ =\ 3,5\ +k\ -4,-6\ ,k\in\mathbb{R}$. $\quad$ (B) $x,y\ =\ 3,5\ +k\ 3,2\ ,k\in\mathbb{R}$.

(C) $x,y\ =\ 1,2\ +k\ -2,7\ ,k\in\mathbb{R}$. $\quad$ (D) $x,y\ =\ 1,2\ +k\ 3,5\ ,k\in\mathbb{R}$.

14) Os lados de um retângulo [ABCD] são paralelos aos eixos das coordenadas do referencial xOy. O retângulo [ABCD] está abaixo do eixo das abcissas e à direita do eixo das ordenadas, como representado na figura. Para cada um dos vértices do retângulo calculamos o valor da fração $\frac{ordenada}{abcissa}$.

Qual é o vértice que dá origem ao menor valor?

(A) A $\quad$ (B) B $\quad$ (C) C $\quad$ (D) D



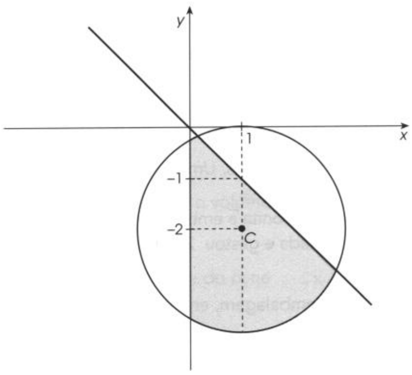
15) Na figura ao lado está representada uma circunferência e uma reta. A circunferência tem centro no ponto C e a reta passa pela origem e pelo ponto de coordenadas (1,-1).
A região sombreada é definida pela condição:

(A) $y\le -x\wedge y\ge 0\wedge\ x-2\ ^2+\ y+1\ ^2\le 4$

(B) $y\le -x\wedge x\ge 0\wedge\ x-1\ ^2+\ y+2\ ^2\le 2$

(C) $y\le -x\wedge x\ge 0\wedge\ x+1\ ^2+\ y-2\ ^2\le 4$

(D) $y\le -x\wedge x\ge 0\wedge\ x-1\ ^2+\ y+2\ ^2\le 4$



16) Qual das condições define a reta que é paralela ao eixo Ox e contém o ponto P(2,-3,1)?

$(A)\,z=1$ $\quad (B)\,x=2\wedge y=-3$ $\quad (C)\,y=-3\wedge z=1$ $\quad (D)\,x=2\wedge z=1$

17) Considera no espaço o plano paralelo ao plano coordenado XOZ que passa no ponto A (-3, 1, 3).
Este plano pode ser definido pela condição:

$(A)\ y=1$ $\quad (B)\ x=-3\wedge y=1\wedge z=3$ $\quad (C)\ x=-3\wedge z=3$ $\quad (D)\ x=-3$

18) Em qual dos seguintes pares, os vetores **não são colineares nem têm a mesma norma**?

$(A)\,\vec{a}=(2,4)$ e $\vec{b}=(-2,-4)$ $\quad (B)\,\vec{a}=(1,0)$ e $\vec{b}=(2,0)$

$(C)\,\vec{a}=(3,4)$ e $\vec{b}=(0,5)$ $\quad (D)\,\vec{a}=(1,2)$ e $\vec{b}=(3,0)$