

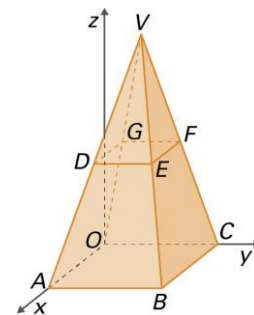
Ficha de Trabalho 4 - 10º ano - Matemática A - GA (Espaço)

- 1) Considere, fixado um referencial do espaço, os pontos $P(-2, a, -1)$ e $R(1, 3a, 3)$.
Sabe-se que $d(P, R) = \sqrt{45}$. Qual dos seguintes pode ser o valor de a ?
(A) $\sqrt{10}$ (B) 5 (C) $-\sqrt{5}$ (D) $-\sqrt{10}$
- 2) Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, os pontos $A(-1, 2, -3)$, $B(2, -1, -3)$ e $C(-2, 0, -3)$. O plano que contém os pontos A, B e C é:
(A) paralelo ao plano xOz ; (B) perpendicular ao eixo Ox ;
(C) perpendicular ao eixo Oz ; (D) paralelo ao plano de equação $y = 0$.
- 3) Considere, fixado um referencial do espaço, a esfera definida por $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 \leq 9$ e o plano θ definido pela equação $x = -4$. A interseção da esfera com o plano θ é:
(A) um círculo de centro no ponto de coordenadas $(-1, 3, 2)$ e raio 3;
(B) o conjunto vazio;
(C) o ponto de coordenadas $(-4, 3, 2)$;
(D) um círculo de centro no ponto de coordenadas $(-4, 3, 2)$ e raio 3.
- 4) Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, a esfera definida por:
 $x^2 - 4x + y^2 - 2y + z^2 + 2z + 4 \leq 0$. A área da secção obtida na esfera por um plano α que passa pelo seu centro é igual a:
(A) 2π (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) 3π (D) $\sqrt{3}\pi$
- 5) Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, a reta t definida por:
 $(x, y, z) = (-2, 1, 0) + k(2, -1, 3)$, $k \in \mathbb{R}$.
Quais são as coordenadas do ponto de interseção da reta t com o plano xOz ?
(A) $(1, 0, 3)$ (B) $(0, 0, 3)$ (C) $(-2, 0, 3)$ (D) $(-1, 0, 3)$
- 6) Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos $A(2, -2, 0)$ e $B(4, -2, 2)$ tal que $[AB]$ é um diâmetro de uma superfície esférica S .
Qual das seguintes opções corresponde à equação reduzida da superfície esférica S ?
(A) $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$ (B) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$
(C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$ (D) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$
- 7) Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos $A(-2, 3, 1)$ e $B(2, -1, 4)$. Qual das seguintes é uma equação vetorial do segmento de reta $[AB]$?
(A) $(x, y, z) = (-2, 3, 1) + (-4, 4, -3)$, $t \in \mathbb{R}$
(B) $(x, y, z) = (-2, 3, 1) + t(-4, 4, -3)$, $t \in [0, 1]$
(C) $(x, y, z) = (2, -1, 4) + t(4, -4, 3)$, $t \in [0, 1]$
(D) $(x, y, z) = (-2, 3, 1) + t(4, -4, 3)$, $t \in [0, 1]$

8) Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular [VOABC].

Sabe-se, fixado um referencial cartesiano do espaço, que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox e o ponto C pertence ao eixo Oy;
- $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 16z = 0$ é uma equação da superfície esférica S que tem centro no ponto V e que contém os quatro vértices da base da pirâmide [VOABC];
- o quadrado [DEFG] é a secção produzida na pirâmide [VOABC] por um plano paralelo ao plano xOy;
- o volume da pirâmide [VDEFG] é a oitava parte do volume da pirâmide [VOABC].



- a) Indique o centro e o raio da superfície esférica S.
- b) Determine as coordenadas de A, B e C.
- c) Determine as coordenadas dos vértices da base da pirâmide [VDEFG].
- d) Defina analiticamente:
 - i) o plano medidor do segmento de reta [DV];
 - ii) a linha descrita pelo ponto V quando a pirâmide [VOABC] dá uma volta completa em torno da aresta [AO].

9) Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, o vetor $\vec{u}(3, -2, \sqrt{5})$.

Determine as coordenadas do vetor colinear a \vec{u} , com o mesmo sentido e de norma $5\sqrt{2}$.

10) Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos $A(4, -3, 2)$ e $B(6, 2, -1)$.

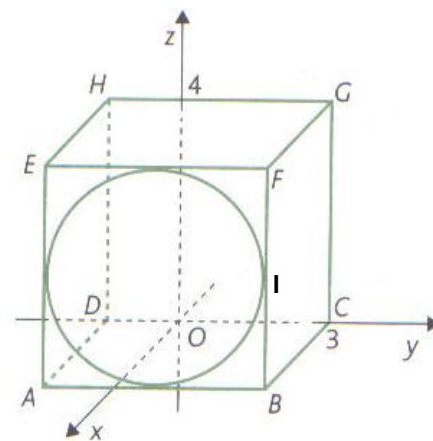
- a) Determine as coordenadas do ponto do eixo Ox equidistante de A e de B.
- b) Escreva um sistema de equações paramétricas para definir a reta AB e em seguida determine, caso existam, as coordenadas do ponto de interseção desta reta com o eixo Oy.

11) Na figura estão representados, em referencial o.n., um **cuco de aresta 4** e uma circunferência inscrita na face [ABFE] do cuco. O ponto I é a interseção da circunferência com a aresta [BF].

11.1) Indique as coordenadas dos vértices A e G e do centro da circunferência.

11.2) Escreva a(s) equação(ões)/inequação(ões):

- a) do plano EFG.
- b) da reta EA.
- c) do plano medidor de [EF].
- d) da esfera circunscrita no cuco.
- e) da reta AG, vectorialmente.
- f) da circunferência da figura.
- g) do plano medidor de [EC].
- h) da esfera de centro F e raio igual a $\|\vec{HI}\|$



11.3) Indique as coordenadas do ponto simétrico de:

- a) E, em relação ao plano $z=0$.
- b) F, em relação ao eixo Oy.

11.4) Transcreva e complete de modo a que seja verdadeira a afirmação:

A reta HI é ao plano ABC no ponto de coordenadas (.....,,).

11.5) Considere que no cuco é escavado um cone cuja base é a circunferência representada e cujo vértice é o ponto de coordenadas $V(1,1,2)$. Calcule, arredondado às milésimas, o volume do sólido que resta.

11.6) Seja x o valor do perímetro da secção determinada no cuco pelo plano EIG.

Prove que $\frac{x}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \in \mathbb{N}$. **NOTA:** Comece por provar que $x = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$.